SISTEMAS DE MEDIDA

Capítulo 1

En una playa hay demasiados granos de arena para contarlos uno por uno, pero se puede obtener el número aproximado por medio de hipótesis razonables y cálculos sencillos.

¿Cuántos granos de arena hay en su playa favorita? (Véase el ejemplo 1.6.)

El hombre siempre ha sentido curiosidad por el mundo que le rodea. Como demuestran los primeros documentos gráficos, el hombre siempre ha buscado el modo de imponer orden en la enmarañada diversidad de los sucesos observados. La ciencia es un método de búsqueda de los principios fundamentales y universales que gobiernan las causas y los efectos en el universo. El método científico consiste en construir, probar y relacionar modelos con el objetivo de describir, explicar y predecir la realidad. Esta metodología comporta establecer hipótesis, realizar experimentos que se puedan repetir y observar y formular nuevas hipótesis. El criterio esencial que determina el valor de un modelo científico es su simplicidad y su utilidad para elaborar predicciones o para explicar observaciones referidas a un amplio espectro de fenómenos.

Generalmente consideramos la ciencia como dividida en diversos campos separados, aunque esta división sólo tuvo lugar a partir del siglo XIX. La separación de sistemas complejos en categorías más simples que pueden estudiarse más fácilmente, constituye uno de los mayores éxitos de la ciencia. La biología, por ejemplo, estudia los organismos vivos. La química trata de las interacciones de los elementos y compuestos. La geología es el estudio de la Tierra. La astronomía estudia el sistema solar, las estrellas y las galaxias, y el universo en su conjunto. La física es la ciencia que trata de la materia y de la energía, del espacio y del tiempo. Incluye los principios que gobiernan el movimiento de las partículas y las ondas, las interacciones de las partículas y las propiedades de las moléculas, los átomos y los núcleos atómicos, así como los sistemas de mayor escala, como los gases, los líquidos y los sólidos. Algunos consideran que la física es la más fundamental de las ciencias porque sus principios son la base de los otros campos científicos.

La física es la ciencia de lo exótico y la ciencia de la vida cotidiana. En el extremo de lo exótico, los agujeros negros ponen retos a la imaginación. En la vida diaria, ingenieros, músicos, arquitectos, químicos, biólogos, médicos, etc., controlan temas tales como transmisión del calor, flujo de fluidos, ondas sonoras, radiactividad y fuerzas de tensión en edificios o en huesos para realizar su trabajo diario. Innumerables cuestiones respecto a nuestro mundo pueden responderse con un conocimiento básico de la física. ¿Por qué un helicóptero tiene dos rotores? ¿Por qué los astronautas flotan en el espacio? ¿Por qué los relojes que se mueven van más lentos? ¿Por qué el sonido se propaga alrededor de las esquinas, mientras la luz se propaga en línea recta? ¿Por qué un oboe suena distinto de una flauta? ¿Cómo funcionan los lectores de discos compactos (CD)? ¿Por qué no hay hidrógeno en la atmósfera? ¿Por qué los objetos metálicos parecen más fríos que los objetos de madera a igual temperatura? ¿Por qué el cobre es un conductor eléctrico mientras que la madera es un aislante? ¿Por qué el litio, con sus tres electrones, es enormemente reactivo, mientras que el helio, con dos electrones, es químicamente inerte?

☛ **En este capítulo empezaremos a prepararnos para contestar a algunas de estas preguntas examinando las unidades y sus dimensiones. Cada vez que se realiza una medida, debe saberse con qué precisión se ha hecho. Si un indicador del contenido de combustible de un depósito indica que hay 100 litros, ello no significa que haya exactamente 100 litros. Por lo tanto, ¿qué significa en realidad este dato, y cómo tenemos que expresarlo?**

Física clásica y moderna

Los primeros esfuerzos registrados por el ser humano para reunir sistemáticamente el conocimiento sobre el movimiento de los cuerpos proceden de la antigua Grecia. En la filosofía natural establecida por Aristóteles (384–322 a.C.) las explicaciones de los fenómenos físicos se deducían de hipótesis sobre el mundo y no de la experimentación. Por ejemplo, una hipótesis fundamental afirmaba que toda sustancia tenía un "lugar natural" en el universo. Se estableció que el movimiento era el resultado del intento de una sustancia de alcanzar su lugar natural. El acuerdo entre las deducciones de la física aristotélica y los movimientos observados en el universo físico, y la falta de una tradición experimental que derrocase la física antigua, hizo que el punto de vista de los griegos fuera aceptado durante casi dos mil años. Fue el científico italiano Galileo Galilei (1564–1642), quien con sus brillantes experimentos sobre el movimiento estableció para siempre la absoluta necesidad de la experimentación en la física e inició la desintegración de la física de Aristóteles. Unos cien años después, Isaac Newton generalizó los resultados experimentales de Galileo en sus tres leyes fundamentales del movimiento, y el reino de la filosofía natural de Aristóteles se extinguió.

Durante los siguientes doscientos años la experimentación aportó innumerables descubrimientos que inspiraron el desarrollo de las teorías físicas para su explicación. A finales del siglo XIX, las leyes de Newton referentes a los movimientos de los sistemas mecánicos se asociaron a las igualmente impresionantes leyes de James Maxwell, James Joule, Sadi Carnot y otros para describir el electromagnetismo y la termodinámica. Los temas que ocuparon a los físicos durante la última parte del siglo XIX —mecánica, luz, calor, sonido, electricidad y magnetismo— constituyen lo que se denomina *física clásica*. Como lo que necesitamos para comprender el mundo macroscópico donde vivimos es la física clásica, ésta domina en las partes I a V de este texto.

El notable éxito alcanzado por la física clásica llevó a muchos científicos al convencimiento de que la descripción del universo físico se había completado. Sin embargo, el descubrimiento de los rayos X realizado por Wilhelm Roentgen en 1895 y el de la radiactividad por Antoine Becquerel y Marie y Pierre Curie los años siguientes parecían estar fuera del marco de la física clásica. La teoría de la relatividad especial propuesta por Albert Einstein en 1905 contradecía las ideas de espacio y tiempo de Galileo y Newton. En el mismo año, Einstein sugirió que la energía luminosa estaba cuantizada; es decir, que la luz se propaga en paquetes discretos y no en forma ondulatoria y continua como suponía la física clásica. La generalización de esta idea a la cuantización de todos los tipos de energía es un concepto fundamental de la mecánica cuántica, con sorprendentes e importantes consecuencias. La aplicación de la relatividad especial y, particularmente, la teoría cuántica a sistemas microscópicos tales como átomos, moléculas y núcleos, ha conducido a una comprensión detallada de sólidos, líquidos y gases y constituye lo que generalmente se denomina *física moderna*. A ésta se dedica la parte VI de este texto.

Comenzaremos nuestro estudio de la física con los temas clásicos. Sin embargo, de vez en cuando elevaremos nuestra mirada para analizar la relación entre la física clásica y la física moderna. Así, por ejemplo, en el capítulo 2 dedicaremos un espacio a las velocidades próximas a la de la luz, atravesando brevemente el universo relativista imaginado primeramente por Einstein. Igualmente, después de abordar la conservación de la energía en el capítulo 7, trataremos de la cuantización de la energía y de la famosa relación de Einstein entre la masa y la energía, $E = mc^2$. Unos capítulos más adelante, en el capítulo R, estudiaremos la naturaleza del espacio y del tiempo tal como los reveló Einstein en 1903.

1.1 Unidades

Sabemos bien que no todas las cosas pueden medirse, por ejemplo, la belleza de una flor o de una fuga de Bach. Cualquiera que sea el conocimiento que tengamos de estas cosas, comprendemos fácilmente que este conocimiento no pertenece al campo de la ciencia. La capacidad no sólo de definir, sino también de medir, es un requisito de la ciencia, y en física, más que en cualquier otro campo del conocimiento, la definición precisa de los términos y la medida exacta de las magnitudes ha conducido a grandes descubrimientos. Comenzaremos nuestro estudio de la física estableciendo unas pocas definiciones básicas, introduciendo las unidades y mostrando cómo estas unidades se tratan en las ecuaciones. La "diversión" vendrá más adelante.

La medida de toda magnitud física exige compararla con cierto valor unitario de la misma. Así, para medir la distancia entre dos puntos, la comparamos con una unidad estándar de distancia tal como el metro. La afirmación de que una cierta distancia es de 25 metros significa que equivale a 25 veces la longitud de la unidad metro; es decir, una regla métrica patrón se ajusta 25 veces en dicha distancia. Es importante añadir la unidad metros junto con el número 25 al expresar una distancia debido a que existen otras unidades de longitud de uso común. Decir que una distancia es 25 carece de significado. Toda magnitud física debe expresarse con una cifra y una unidad.

El sistema internacional de unidades

Todas las magnitudes físicas pueden expresarse en función de un pequeño número de unidades fundamentales. Muchas de las magnitudes que se estudiarán, tales como velocidad, fuerza, ímpetu o momento lineal, trabajo, energía y potencia, pueden expresarse en función de tres unidades fundamentales: longitud, tiempo y masa. La selección de las unidades patrón o estándar para estas magnitudes fundamentales determina un sistema de unidades. El sistema utilizado universalmente en la comunidad científica es el *Sistema Internacional* (SI). En el SI la unidad patrón de longitud es el metro, la unidad patrón del tiempo es el segundo y la unidad patrón de la masa es el kilogramo. Las definiciones completas de las unidades del SI se dan en el Apéndice B.

Longitud La unidad patrón de longitud, el **metro** (símbolo m), estaba definida originalmente por la distancia comprendida entre dos rayas grabadas sobre una barra de una aleación de platino e iridio que se guarda en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas, en Sèvres, Francia. Se escogió esta longitud de modo que la distancia entre el Ecuador y el Polo Norte a lo largo del meridiano que pasa por París fuese igual a diez millones de metros (figura 1.1). El metro patrón se define hoy como la distancia recorrida por la luz en el vacío durante un tiempo de 1/299 792 458 segundos. (Esto supone que la velocidad de la luz es exactamente 299 792 458 m/s.)

Figura 1.1 El patrón de longitud, el metro, se escogió originalmente de modo que la distancia del Ecuador al Polo Norte a lo largo del meridiano que pasa por París fuese 10^7 m.

Ejercicio ¿Cuál es la circunferencia de la tierra en metros? (*Respuesta* Unos 4×10^7 m.)

(*a*)

(*b*)

(*a*) Reloj de agua utilizado en el siglo XIII para medir intervalos de tiempo. (*b*) Los diseñadores Jefferts & Meekhof de un reloj de una fuente de cesio junto al prototipo.

Tiempo La unidad de tiempo, el **segundo** (s), se definió originalmente en función de la rotación de la Tierra, de modo que correspondía a (1/60)(1/60)(1/24) del día solar medio. Actualmente se define en función de una frecuencia característica asociada con el átomo de cesio. Todos los átomos, después de absorber energía, emiten luz con longitudes de onda y frecuencias características del elemento considerado. Existe una frecuencia y una longitud de onda particulares asociadas a cada transición energética dentro del átomo de un elemento y todas las experiencias manifiestan que estas magnitudes son constantes. El segundo se define de modo que la frecuencia de la luz emitida en una determinada transición del cesio es de 9 192 631 770 ciclos por segundo. Con estas definiciones, las unidades fundamentales de longitud y de tiempo son accesibles a cualquier laboratorio del mundo.

Masa La unidad de masa, el **kilogramo** (kg), igual a 1000 gramos (g), se define de modo que corresponde a la masa de un cuerpo patrón concreto, también conservado en Sèvres. Un duplicado del patrón de masa 1 kg se guarda en el National Bureau of Standards (NIST) de Gaithersburg, Maryland (EE.UU.). Estudiaremos con más detalle el concepto de masa en el capítulo 4. Como veremos, el peso de un objeto en un punto determinado de la Tierra es proporcional a su masa. Así, las masas de tamaño ordinario pueden compararse a partir de su peso.

Al estudiar termodinámica y electricidad necesitaremos tres unidades físicas fundamentales más, la unidad de temperatura, el kelvin (K) (inicialmente llamado grado kelvin); la unidad de cantidad de sustancia, el mol (mol); y la unidad de corriente eléctrica, el amperio (A). Existe otra unidad fundamental, la candela (cd), unidad de intensidad luminosa, que no tendremos ocasión de utilizar en este libro. Estas siete unidades fundamentales, el metro (m), el segundo (s), el kilogramo (kg), el kelvin (K), el amperio (A), el mol (mol) y la candela (cd), constituyen el sistema internacional de unidades (SI).

La unidad de cualquier magnitud física puede expresarse en función de estas unidades del SI fundamentales. Algunas combinaciones importantes reciben nombres especiales. Por ejemplo, la unidad SI de fuerza, $kg \cdot m/s^2$, se denomina newton (N). Análogamente, la unidad del SI de potencia, $kg \cdot m^2/s^3 = N \cdot m/s$ se denomina vatio (W). Cuando una unidad como el newton o el vatio corresponde al nombre de una persona, se escribe en minúsculas. En cambio, las abreviaturas de estas unidades se escriben en mayúsculas.

En la tabla 1.1 se relacionan los prefijos de los múltiplos y submúltiplos más corrientes de las unidades del SI. Estos múltiplos son todos potencias de 10 y un sistema así se denomina sistema decimal; el sistema decimal basado en el metro se llama sistema métrico. Los prefijos pueden aplicarse a cualquier unidad del SI; por ejemplo, 0,001 segundos es un milisegundo (ms); 1 000 000 vatios es un megavatio (MW).

TABLA 1.1 Prefijos de las potencias de 10†

Múltiplo	Prefijo	Abreviatura
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	hecto	h
10^{1}	deca	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

† Los prefijos hecto (h), deca (da) y deci (d) no son múltiplos de 10^3 ó 10^{-3} y se utilizan con poca frecuencia. El otro prefijo que no es múltiplo de 10^3 ó 10^{-3} es centi (c). Los prefijos que se usan con más frecuencia en este libro se escriben en rojo. Nótese que todas las abreviaturas de prefijos múltiplos de 10^6 y superiores se escriben en mayúsculas; todos los otros se abrevian con minúsculas.

Otros sistemas de unidades

Otro sistema decimal que aún se utiliza, pero que está siendo reemplazado gradualmente por el sistema del SI, es el sistema cgs, basado en el *c*entímetro, el *g*ramo y el *s*egundo. El centímetro se define ahora como 0,01 m y el gramo como 0,001 kg. Originalmente el gramo se definió como la masa de 1 cm^3 de agua a 4 ºC. (Según esta definición un kilogramo es la masa de 1000 centímetros cúbicos o un litro de agua.)

Existen otros sistemas de unidades como el sistema técnico inglés utilizado en los EE.UU. y otros países de habla inglesa, en el que se toma la libra como unidad fundamental de fuerza. La libra se define en función de la atracción gravitatoria de la Tierra en un lugar determinado sobre un cuerpo patrón. La unidad de masa se define entonces en función de la libra. La unidad fundamental de longitud en este sistema es el pie (ft) y la unidad de tiempo es el segundo con la misma definición que la unidad del SI. El pie se define como un tercio de una yarda (yd), y ésta se define ahora en función del metro como:

$$1 \text{ yd} = 0{,}9144 \text{ m} \tag{1.1}$$

$$1 \text{ pie} = \tfrac{1}{3} \text{ yd} = 0{,}3048 \text{ m} \tag{1.2}$$

Esto hace que la pulgada sea exactamente 2,54 cm. Este sistema no es decimal y es menos conveniente que el SI o cualquier otro sistema decimal, pues los múltiplos comunes de sus unidades no son potencias de 10. Por ejemplo 1 yarda = 3 pies y 1 pie = 12 pulgadas. En el capítulo 4 veremos que la masa es una elección mejor que la fuerza como unidad fundamental, por tratarse de una propiedad intrínseca de un objeto que es independiente de su localización. En el Apéndice A se dan las relaciones entre el sistema técnico inglés y el SI.

1.2 Conversión de unidades

Todas las magnitudes físicas contienen un número y una unidad. Cuando estas magnitudes se suman, se multiplican o se dividen en una ecuación algebraica, la unidad puede tratarse como cualquier otra magnitud algebraica. Por ejemplo, supóngase que deseamos hallar la distancia recorrida en 3 horas (h) por un coche que se mueve con una velocidad constante de 80 kilómetros por hora (km/h). La distancia x es precisamente la velocidad v multiplicada por el tiempo t:

$$x = vt = \frac{80 \text{ km}}{\cancel{\text{h}}} \times 3 \cancel{\text{h}} = 240 \text{ km}$$

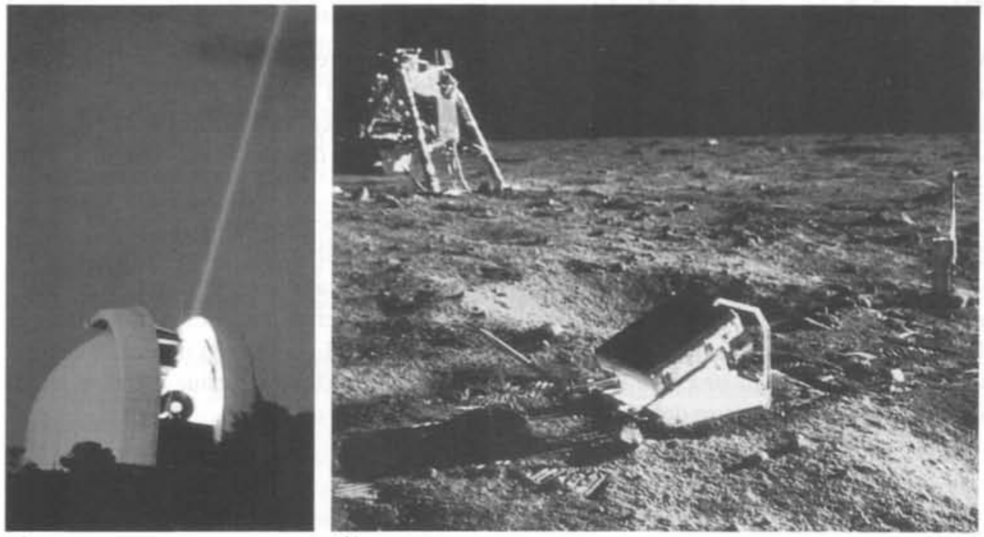
Eliminamos la unidad de tiempo, la hora, igual que haríamos con cualquier otra magnitud algebraica para obtener la distancia en la unidad de longitud correspondiente, el kilómetro. Este método permite fácilmente pasar de una unidad de distancia a otra. Supóngase que quisiéramos convertir nuestra respuesta de 240 km en millas (mi). Teniendo en cuenta que 1 mi = 1,61 km, si dividimos los dos miembros de esta igualdad por 1,61 km se obtiene

$$\frac{1 \text{ mi}}{1{,}61 \text{ km}} = 1$$

Como toda magnitud puede multiplicarse por 1 sin modificar su valor, podemos cambiar 240 km en millas multiplicando por el factor (1 mi)/(1,61 km):

$$240 \text{ km} = 240 \cancel{\text{km}} \times \frac{1 \text{ mi}}{1{,}61 \cancel{\text{km}}} = 149 \text{ mi}$$

El factor (1 mi)/(1,61 km) se denomina **factor de conversión**. Todos los factores de conversión tienen el valor de 1 y se utilizan para pasar una magnitud expresada en una unidad de medida a su equivalente en otra unidad de medida. Escribiendo explícitamente las unidades, no es necesario pensar si hay que multiplicar o dividir por 1,61 para pasar de kilómetros a millas, ya que las unidades indican si hemos escogido el factor correcto o el incorrecto.



(*a*) (*b*)

(*a*) Haces de láser emitidos desde el Observatorio Macdonald para medir la distancia hasta la Luna. Esta distancia se mide con un error de pocos centímetros midiendo el tiempo transcurrido en el viaje de ida y vuelta del rayo láser a la Luna después de reflejarse en un espejo (*b*) allí emplazado por los astronautas del Apolo 14.

EJEMPLO 1.1 | Uso de los factores de conversión

Un empleado de una empresa con sede en Estados Unidos ha de viajar, por encargo de su empresa, a un país donde las señales de tráfico muestran la distancia en kilómetros y los velocímetros de los coches están calibrados en kilómetros por hora. Si con su vehículo viaja a 90 km por hora, ¿a cuánto equivale su velocidad expresada en metros por segundo y en millas por hora?

Planteamiento del problema Utilizaremos el hecho de que 1000 m = 1 km, 60 s = 1 min y 60 min = 1 h para convertir los kilómetros por hora en metros por segundo. Se multiplica la magnitud 90 km/h por una serie de factores de conversión de valor 1 de modo que el valor de la velocidad no varía. Para convertir la velocidad en millas por hora, se utiliza el factor de conversión (1 mi)/(1,61 km) = 1.

1. Multiplicar 90 km/h por una serie de factores de conversión que transforman los kilómetros en metros y las horas en segundos:

$$\frac{90\,\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \times \frac{1000\text{ m}}{1\,\cancel{\text{km}}} \times \frac{1\,\cancel{\text{h}}}{60\,\cancel{\text{min}}} \times \frac{1\,\cancel{\text{min}}}{60\text{ s}} = \boxed{25\text{ m/s}}$$

2. Multiplicar 90 km/h por 1 mi/1,61 km:

$$\frac{90\,\cancel{\text{km}}}{\text{h}} \times \frac{1\text{ mi}}{1{,}61\,\cancel{\text{km}}} = \boxed{55{,}9\text{ mi/h}}$$

Ejercicio ¿Cuál es el equivalente de 65 mi/h en metros por segundo? (*Respuesta* 29,1 m/s.)

1.3 Dimensiones de las magnitudes físicas

El área de una figura plana se encuentra multiplicando una longitud por otra. Por ejemplo, el área de un rectángulo de lados 2 m y 3 m es $A = (2\text{ m})(3\text{ m}) = 6\text{ m}^2$. La unidad de esta área es el metro cuadrado. Puesto que el área es el producto de dos longitudes, se dice que tiene dimensiones de longitud por longitud, o longitud al cuadrado, que suele escribirse L^2. La idea de dimensiones se amplía fácilmente a otras magnitudes no geométricas. Por ejemplo, la velocidad tiene dimensiones de longitud dividida por tiempo o L/T. Las dimensiones de otras magnitudes, tales como fuerza o energía, se escriben en función de las magnitudes fundamentales longitud, tiempo y masa. La suma de dos magnitudes físicas sólo tiene sentido si ambas tienen las mismas dimensiones. Por ejemplo, no podemos sumar un área a una velocidad y obtener una suma que signifique algo. Si tenemos una ecuación como

$$A = B + C$$

las magnitudes A, B y C deben tener las tres las mismas dimensiones. La suma de B y C exige que las dos magnitudes estén además expresadas en las mismas unidades. Por ejemplo, si B es un área de 500 cm^2 y C es 4 m^2, debemos convertir B en m^2 o C en cm^2 para hallar la suma de las dos áreas.

A veces pueden detectarse errores en un cálculo comprobando las dimensiones y unidades de las magnitudes que intervienen en él. Supóngase, por ejemplo, que estamos utilizando erróneamente la fórmula $A = 2\pi r$ para el área de un círculo. Veremos inmediatamente que esto no puede ser correcto, ya que $2\pi r$, tiene dimensiones de longitud, mientras que el área tiene dimensiones de longitud al cuadrado. La coherencia dimensional es una condición necesaria, pero no suficiente para que una ecuación sea correcta. Una ecuación puede tener las dimensiones correctas en cada término, pero no describir una situación física. La tabla 1.2 relaciona las dimensiones de algunas magnitudes corrientes en física.

TABLA 1.2 Dimensiones de las magnitudes físicas

Magnitud	Símbolo	Dimensión
Área	A	L^2
Volumen	V	L^3
Velocidad	v	L/T
Aceleración	a	L/T^2
Fuerza	F	ML/T^2
Presión (F/A)	p	M/LT^2
Densidad (M/V)	ρ	M/L^3
Energía	E	ML^2/T^2
Potencia (E/T)	P	ML^2/T^3

EJEMPLO 1.2 | Las dimensiones físicas de la presión

La presión de un fluido en movimiento depende de su densidad ρ y su velocidad v. Determinar una combinación sencilla de densidad y velocidad que nos dé las dimensiones correctas de la presión.

Planteamiento del problema En la tabla 1.2 se observa que tanto la presión como la densidad tienen unidades de masa en el numerador, mientras que la velocidad no contiene la dimensión M. Dividamos las unidades de presión por las de densidad e inspeccionemos el resultado.

1. Se dividen las unidades de presión por las de densidad: $$\frac{[p]}{[\rho]} = \frac{M/LT^2}{M/L^3} = \frac{L^2}{T^2}$$
2. El resultado tiene dimensiones de v^2. Las dimensiones de la presión son las mismas que las de densidad multiplicadas por las de velocidad al cuadrado: $$[p] = [\rho][v^2] = \frac{M}{L^3}\left(\frac{L}{T}\right)^2 = \boxed{\frac{M}{LT^2}}$$

Observación Cuando estudiemos los fluidos en el capítulo 13, veremos que según la ley de Bernouilli aplicada a un fluido que se mueve a una altura constante, $p + \frac{1}{2}\rho v^2$ es constante, en donde p es la presión del fluido. Esto también se conoce como el efecto Venturi.

1.4 Notación científica

El manejo de números muy grandes o muy pequeños se simplifica utilizando la notación científica. En esta notación, el número se escribe como el producto de un número comprendido entre 1 y 10 y una potencia de 10, por ejemplo 10^2 (= 100) ó 10^3 (= 1000), etc. Por ejemplo, el número 12 000 000 se escribe $1{,}2 \times 10^7$; la distancia entre la Tierra y el Sol, 150 000 000 000 m aproximadamente, se escribe $1{,}5 \times 10^{11}$ m. El número 11 en 10^{11} se llama **exponente**. Cuando los números son menores que 1 el exponente es negativo. Por ejemplo, $0{,}1 = 10^{-1}$ y $0{,}0001 = 10^{-4}$. Por ejemplo, el diámetro de un virus es aproximadamente igual a 0,00000001 m = 1×10^{-8} m.

Al multiplicar dos números con notación científica, los exponentes se suman; en la división se restan. Estas reglas pueden comprobarse fácilmente en los siguientes ejemplos:

$$10^2 \times 10^3 = 100 \times 1000 = 100\,000 = 10^5$$

De igual forma,

$$\frac{10^2}{10^3} = \frac{100}{1000} = \frac{1}{10} = 10^{2-3} = 10^{-1}$$

En la notación científica, 10^0 se define como 1. En efecto, dividamos por ejemplo 1000 por sí mismo. Resulta

$$\frac{1000}{1000} = \frac{10^3}{10^3} = 10^{3-3} = 10^0 = 1$$

EJEMPLO 1.3 | Recuento de átomos

En 12 g de carbono existen $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ átomos de esta sustancia (número de Avogadro). Si contáramos un átomo por segundo, ¿cuánto tiempo tardaríamos en contar los átomos de 1 g de carbono? Expresar el resultado en años.

Planteamiento del problema Necesitamos determinar el número total de átomos, N, que hemos de contar y tener en cuenta que el número contado es igual a la tasa de recuento R multiplicada por el tiempo t.

1. El tiempo es igual al número total de átomos N dividido por la tasa de recuento $R = 1$ átomo/s:
$$t = \frac{N}{R}$$
2. Determinar el número de átomos de carbono en 1 g:
$$N = \frac{6{,}02 \times 10^{23}\ \text{átomos}}{12\ \text{g}} \times 1\ \text{g} = 5{,}02 \times 10^{22}\ \text{átomos}$$
3. Calcular el número de segundos necesarios para contar los átomos a 1 por segundo:
$$t = \frac{N}{R} = \frac{5{,}02 \times 10^{22}\ \text{átomos}}{1\ \text{átomo/s}} = 5{,}02 \times 10^{22}\ \text{s}$$
4. Calcular el número de segundos que contiene un año:
$$n = \frac{365\ \text{d}}{1\ \text{a}} \times \frac{24\ \text{h}}{1\ \text{d}} \times \frac{3600\ \text{s}}{1\ \text{h}} = 3{,}15 \times 10^{7}\ \text{s/a}$$
5. Utilizar el factor de conversión $3{,}15 \times 10^7$ s/a (una magnitud que conviene recordar) y convertir la respuesta del paso 3 en años:
$$t = 5{,}02 \times 10^{22}\ \text{s} \times \frac{1\ \text{a}}{3{,}15 \times 10^{7}\ \text{s/a}}$$
$$= \frac{5{,}02}{3{,}15} \times 10^{22-7}\ \text{a} = \boxed{1{,}59 \times 10^{15}\ \text{a}}$$

Observación El tiempo requerido es aproximadamente 100 000 veces la edad del universo.

Ejercicio Si dividiéramos esta tarea de modo que cada persona contase átomos diferentes, ¿cuántos años tardaría un equipo formado por 5000 millones (5×10^9) de personas para contar los átomos que contiene 1 g de carbono? (*Respuesta* $3{,}19 \times 10^5$ años.)

EJEMPLO 1.4 | ¿Cuánta agua?

Un litro (L) es el volumen de un cubo de 10 cm × 10 cm × 10 cm. Si una persona bebe 1 L de agua, ¿qué volumen en centímetros cúbicos y en metros cúbicos ocupará este líquido en su estómago?

Planteamiento del problema El volumen de un cubo de lado ℓ es $V = \ell^3$. El volumen en cm^3 se determina directamente a partir de $\ell = 10$ cm. Para determinar el volumen en m^3, hay que convertir cm^3 en m^3 utilizando el factor de conversión 1 cm = 10^{-2} m.

1. Calcular el volumen en cm^3:
$$V = \ell^3 = (10\ \text{cm})^3 = 10^3\ \text{cm}^3$$
2. Convertir a m^3:
$$10^3\ \text{cm}^3 = 10^3\ \text{cm}^3 \times \left(\frac{10^{-2}\ \text{m}}{1\ \text{cm}}\right)^3 = 10^3\ \text{cm}^3 \times \left(\frac{10^{-6}\ \text{m}^3}{1\ \text{cm}^3}\right) = \boxed{10^{-3}\ \text{m}^3}$$

Observación El factor de conversión (igual a 1) puede elevarse a la tercera potencia sin modificar su valor, permitiéndonos cancelar las unidades implicadas.

La suma o resta de dos números escritos en notación científica cuando los exponentes no coinciden es ligeramente más delicada. Consideremos, por ejemplo,

$$(1{,}200 \times 10^2) + (8 \times 10^{-1}) = 120{,}0 + 0{,}8 = 120{,}8$$

Para calcular esta suma sin expresar ambos números es su forma decimal ordinaria, basta con volver a escribirlos de forma que la potencia de 10 sea la misma en ambos. En este caso se puede calcular la suma escribiendo, por ejemplo, $1{,}200 \times 10^2 = 1200 \times 10^{-1}$ y luego sumando:

$$(1200 \times 10^{-1}) + (8 \times 10^{-1}) = 1208 \times 10^{-1} = 120{,}8$$

Si los exponentes son muy diferentes, uno de los números es mucho menor que el otro y frecuentemente puede despreciarse en las operaciones de suma o resta. Por ejemplo,

$$\begin{aligned}(2\times 10^{6})+(9\times 10^{-3}) &= 2\,000\,000+0{,}009\\ &= 2\,000\,000{,}009\approx 2\times 10^{6}\end{aligned}$$

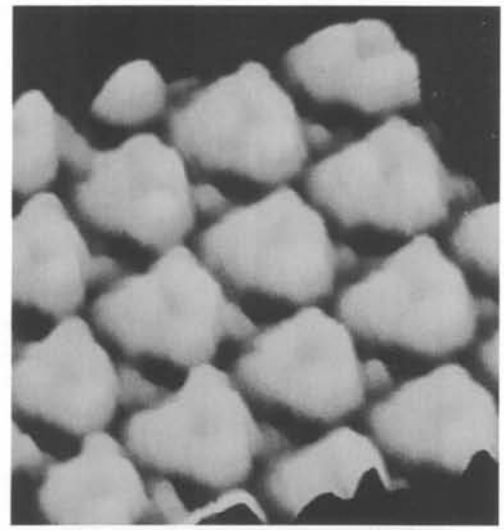
en donde el símbolo ≈ significa "aproximadamente igual a".

Al elevar una potencia a otra potencia, los exponentes, se multiplican. Por ejemplo,

$$(10^2)^4 = 10^2\times 10^2\times 10^2\times 10^2 = 10^8$$

1.5 Cifras significativas y órdenes de magnitud

Muchos de los números que se manejan en la ciencia son el resultado de una medida y por lo tanto sólo se conocen con cierta incertidumbre experimental. La magnitud de esta incertidumbre depende de la habilidad del experimentador y del aparato utilizado, y frecuentemente sólo puede estimarse. Se suele dar una indicación aproximada de la incertidumbre de una medida mediante el número de dígitos que se utilizan. Por ejemplo, si decimos que la longitud de una mesa es 2,50 m, queremos indicar que probablemente su longitud se encuentra entre 2,495 m y 2,505 m; es decir, conocemos su longitud con una exactitud aproximada de ±0,005 m = ±0,5 cm de la longitud establecida. Si utilizamos un metro en el que se puede apreciar el milímetro y medimos esta misma longitud de la mesa cuidadosamente, podemos estimar que hemos medido la longitud con una precisión de ±0,5 mm, en lugar de ±0,5 cm. Indicamos esta precisión utilizando cuatro dígitos, como por ejemplo, 2,503 m, para expresar la longitud. Recibe el nombre de **cifra significativa** todo dígito (exceptuando el cero cuando se utiliza para situar el punto decimal) cuyo valor se conoce con seguridad. El número 2,50 tiene tres cifras significativas; 2,503 tiene cuatro. El número 0,00103 tiene tres cifras significativas. (Los tres primeros ceros no son cifras significativas ya que simplemente sitúan la coma decimal.) En notación científica, este número se escribiría como $1{,}03\times 10^{-3}$. Un error muy común en los estudiantes, particularmente desde que se ha generalizado el uso de calculadoras de bolsillo, es arrastrar en el cálculo muchos más dígitos de los que en realidad se requieren. Supongamos, por ejemplo, que medimos el área de un campo de juego circular midiendo el radio en pasos y utilizando la fórmula del área $A = \pi r^2$. Si estimamos que la longitud del radio es 8 m y utilizamos una calculadora de 10 dígitos para determinar el valor del área, obtenemos $\pi(8\text{ m})^2 = 201{,}0619298\text{ m}^2$. Los dígitos situados detrás del punto decimal no sólo dificultan el cálculo sino que inducen a confusión respecto a la exactitud con la que conocemos el área. Si se ha calculado el radio mediante pasos, la exactitud de la medida será tan sólo de 0,5 m. Es decir, la longitud del radio tendrá como máximo un valor de 8,5 m y como mínimo un valor de 7,5 m. Si la longitud del radio es 8,5 m, el valor del área es $\pi(8{,}5\text{ m})^2 = 226{,}9800692\text{ m}^2$, mientras que si es 7,5 m, el área vale $\pi(7{,}5\text{ m})^2 = 176{,}714587\text{ m}^2$. Una regla general válida cuando se manejan diferentes números en una operación de multiplicación o división es:



Moléculas de benceno del orden de 10^{-10} m de diámetro, vistas mediante un microscopio electrónico de barrido.

El número de cifras significativas del resultado de una multiplicación o división no debe ser mayor que el menor número de cifras significativas de cualesquiera de los factores.

En el ejemplo anterior sólo se conoce una cifra significativa del radio; por lo tanto, sólo se conoce una cifra significativa del área. Ésta se debe expresar como $2\times 10^2\text{ m}^2$, lo que implica que el área está comprendida entre 150 m² y 250 m².

La precisión de la suma o resta de dos medidas depende de la precisión menor de estas medidas. Una regla general es:

Cromosomas del orden de 10^{-6} m vistos mediante un microscopio electrónico de barrido.

El resultado de la suma o resta de dos números carece de cifras significativas más allá de la última cifra decimal en que ambos números originales tienen cifras significativas.

EJEMPLO 1.5 | Cifras significativas

Determinar la suma 1,040 + 0,21342.

Planteamiento del problema El primer número, 1,040, tiene sólo tres cifras significativas después de la coma decimal, mientras que el segundo, 0,21342, tiene cinco. De acuerdo con la regla anterior, la suma sólo puede tener tres cifras significativas después de la coma decimal.

Sumar los números manteniendo sólo 3 dígitos más allá de la coma decimal: $1{,}040 + 0{,}21342 = \boxed{1{,}253}$

Ejercicio Aplicar la regla apropiada para determinar el número de cifras significativas en las siguientes operaciones: (*a*) $1{,}58 \times 0{,}03$; (*b*) $1{,}4 + 2{,}53$; y (*c*) $2{,}34 \times 10^2 + 4{,}93$. (*Respuestas* (*a*) 0,05, (*b*) 3,9; (*c*) $2{,}39 \times 10^2$.)

Distancias familiares en nuestro mundo cotidiano. La altura de la muchacha es del orden de 10^0 m y la de la montaña de 10^4 m.

EXPLORANDO

¿Cuántos afinadores de piano hay en Chicago? Averigüe esto, y más, en www.whfreeman.com/tipler5e.

Los datos de la mayor parte de los ejemplos y ejercicios de este texto se dan con tres (y en algunas ocasiones cuatro) cifras significativas, pero en ciertos casos éstas no se han especificado y se dice, por ejemplo, que las dimensiones del tablero de una mesa son de 1 y 3 m en lugar de expresar las longitudes como 1,00 m y 3,00 m. A no ser que se indique lo contrario, puede suponerse que cualquier dato que se utilice en un problema o ejercicio se conoce con tres cifras significativas. Esta misma suposición vale para los datos de los problemas de final de capítulo. Cuando se realizan cálculos aproximados o comparaciones se suele redondear un número hasta la potencia de 10 más próxima. Tal número recibe el nombre de **orden de magnitud**. Por ejemplo, la altura de un pequeño insecto, digamos un hormiga, puede ser 8×10^{-4} m $\approx 10^{-3}$ m. Diremos que el orden de magnitud de la altura de una hormiga es de 10^{-3} m. De igual modo, como la altura de la mayoría de las personas se encuentra próxima a 2 m, podemos redondear este número y decir que el orden de magnitud de la altura de una persona es de 10^0 m. Esto no quiere decir que la altura típica de una persona sea realmente de 1 m, sino que está más próxima a 1 m que a 10 m ó $10^{-1} = 0{,}1$ m. Podemos decir que una persona típica es tres órdenes de magnitud más alta que una hormiga típica, queriendo decir con esto que el cociente entre las alturas es aproximadamente igual a 10^3 (relación 1000 a 1). Un orden de magnitud no proporciona cifras que se conozcan con precisión. Debe pensarse que no tiene cifras significativas. La tabla 1.3 especifica los valores de los órdenes de magnitud de algunas longitudes, masas y tiempos relacionados con la física.

En muchos casos el orden de magnitud de una cantidad puede estimarse mediante hipótesis razonables y cálculos simples. El físico Enrico Fermi era un maestro en el cálculo de respuestas aproximadas a cuestiones ingeniosas que parecían a primera vista imposibles de resolver por la limitada información disponible. El siguiente es un ejemplo de **problema de Fermi**.

La Tierra, con un diámetro del orden de 10^7 m, vista desde el espacio.

El diámetro de la galaxia Andrómeda es del orden de 10^{21} m.

TABLA 1.3 El universo por órdenes de magnitud

Tamaño o distancia	(m)	Masa	(kg)	Intervalo de tiempo	(s)
Protón	10^{-15}	Electrón	10^{-30}	Tiempo invertido por la luz en atravesar un núcleo	10^{-23}
Átomo	10^{-10}	Protón	10^{-27}	Periodo de la radiación de luz visible	10^{-15}
Virus	10^{-7}	Aminoácido	10^{-25}	Periodo de las microondas	10^{-10}
Ameba gigante	10^{-4}	Hemoglobina	10^{-22}	Periodo de semidesintegración de un muón	10^{-6}
Nuez	10^{-2}	Virus de la gripe	10^{-19}	Periodo del sonido audible más alto	10^{-4}
Ser humano	10^{0}	Ameba gigante	10^{-8}	Periodo de las pulsaciones del corazón humano	10^{0}
Montaña más alta	10^{4}	Gota de lluvia	10^{-6}	Periodo de semidesintegración de un neutrón libre	10^{3}
Tierra	10^{7}	Hormiga	10^{-4}	Periodo de rotación terrestre	10^{5}
Sol	10^{9}	Ser humano	10^{2}	Periodo de revolución terrestre	10^{7}
Distancia Tierra-Sol	10^{11}	Cohete espacial Saturno 5	10^{6}	Vida media de un ser humano	10^{9}
Sistema solar	10^{13}	Pirámide	10^{10}	Periodo de semidesintegración del plutonio 239	10^{12}
Distancia de la estrella más cercana	10^{16}	Tierra	10^{24}	Vida media de una cordillera	10^{15}
Galaxia Vía Láctea	10^{21}	Sol	10^{30}	Edad de la Tierra	10^{17}
Universo visible	10^{26}	Galaxia Vía Láctea	10^{41}	Edad del universo	10^{18}
		Universo	10^{52}		

EJEMPLO 1.6 | Desgaste de los neumáticos

¿Qué espesor de la banda de caucho de un neumático de automóvil se ha desgastado en un recorrido de 1 km?

Planteamiento del problema Supongamos que el espesor de la banda de un neumático nuevo es de 1 cm. Quizás varíe en un factor de 2, pero desde luego no es 1 mm, ni tampoco 10 cm. Como los neumáticos deben reemplazarse cada 60 000 km, podemos admitir que la banda está gastada completamente después de recorrer esta distancia, es decir, que su espesor disminuye a razón de 1 cm cada 60 000 km.

Utilizar la estimación de desgaste de 1 cm por cada 60 000 km de recorrido para calcular la disminución de espesor en 1 km:

$$\frac{\text{Desgaste de 1 cm}}{\text{60 000 km recorridos}} = \frac{\text{Desgaste de } 1{,}7\times10^{-5}\text{ cm}}{\text{1 km recorrido}}$$

$$\boxed{\approx 0{,}2\ \mu\text{m de desgaste por km recorrido}}$$

Ejercicio ¿Cuántos granos de arena hay en un tramo de playa de 0,50 km de largo por 100 m de ancho? *Sugerencia: supóngase que hay arena hasta una profundidad de* 3 m. *El diámetro de un grano de arena es del orden de* 1,00 mm. (*Respuesta* $\approx 2\times10^{14}$.)

Resumen

Las unidades fundamentales del SI son el metro (m), el segundo (s), el kilogramo (kg), el kelvin (K), el amperio (A), el mol (mol) y la candela (cd). La unidad (o las unidades) de cualquier magnitud física siempre puede(n) expresarse en función de estas unidades fundamentales.

TEMA	OBSERVACIONES Y ECUACIONES RELEVANTES
1. Unidades	La magnitud de una cantidad física (por ejemplo, longitud, tiempo, fuerza y energía) se expresa mediante un número y una unidad.
Unidades fundamentales	Las unidades fundamentales del *Sistema Internacional* (SI) son el (m), el segundo (s), el kilogramo (kg), el kelvin (K), el amperio (A), el mol (mol) y la candela (cd). La unidad (o las unidades) de toda magnitud física puede(n) expresarse en función de estas unidades fundamentales.
Las unidades en las ecuaciones	Las unidades en las ecuaciones se tratan de igual modo que cualquier otra magnitud algebraica.
Conversión	Los factores de conversión, que son siempre igual a 1, proporcionan un método conveniente para convertir un tipo de unidad en otra.

2. Dimensiones	Los dos miembros de una ecuación deben tener las mismas dimensiones.
3. Notación científica	Por conveniencia, los números muy grandes y muy pequeños se escriben por medio de un factor que multiplica a una potencia de 10.
4. Exponentes	
Multiplicación	Al multiplicar dos números, los exponentes se suman.
División	Al dividir dos números, los exponentes se restan.
Potencia	Cuando un número que contiene un exponente se eleva a otro exponente, los exponentes se multiplican.
5. Cifras significativas	
Multiplicación y división	El número de cifras significativas en el resultado de una multiplicación o división nunca será mayor que el menor número de cifras significativas de cualquiera de los factores.
Adición y sustracción	El resultado de la suma o resta de dos números no tiene cifras significativas más allá de la última cifra decimal en que ambos números originales tienen cifras significativas.
6. Orden de magnitud	Un número redondeado a la potencia más próxima de 10 se denomina orden de magnitud. El orden de magnitud puede estimarse mediante hipótesis razonables y cálculos simples.

Problemas

- • Concepto simple, un solo paso, relativamente fácil.
- •• Nivel intermedio, puede exigir síntesis de conceptos.
- ••• Desafiante, para alumnos avanzados.
- SSM La solución se encuentra en el *Student Solutions Manual*.
- iSOLVE Problemas que pueden encontrarse en el servicio iSOLVE de tareas para casa.
- iSOLVE✓ Estos problemas del servicio "Checkpoint" son problemas de control, que impulsan a los estudiantes a describir cómo se llega a la respuesta y a indicar su nivel de confianza.

En algunos problemas se dan más datos de los realmente necesarios; en otros pocos, deben extraerse algunos datos a partir de conocimientos generales, fuentes externas o estimaciones lógicas.

Problemas conceptuales

1 • SSM iSOLVE ¿Cuál de las siguientes magnitudes físicas *no* es una de las fundamentales del Sistema Internacional? (*a*) Masa. (*b*) Longitud. (*c*) Fuerza. (*d*) Tiempo. (*e*) Todas ellas son magnitudes físicas fundamentales.

2 • iSOLVE Al hacer un cálculo, el resultado final tiene las dimensiones m/s en el numerador y m/s^2 en el denominador. ¿Cuáles son las unidades finales? (*a*) m^2/s^3. (*b*) 1/s. (*c*) s^3/m^2. (*d*) s. (*e*) m/s.

3 • iSOLVE El prefijo giga significa (*a*) 10^3, (*b*) 10^6, (*c*) 10^9, (*d*) 10^{12}, (*e*)10^{15}.

4 • iSOLVE El prefijo mega significa (*a*) 10^{-9}, (*b*) 10^{-6}, (*c*) 10^{-3}, (*d*) 10^6, (*e*) 10^9.

5 • SSM iSOLVE El prefijo pico significa (*a*) 10^{-12}, (*b*) 10^{-6}, (*c*) 10^{-3}, (*d*) 10^6, (*e*) 10^9.

6 • iSOLVE El número 0,0005130 tiene ____ cifras significativas. (*a*) una, (*b*) tres, (*c*) cuatro, (*d*) siete, (*e*) ocho.

7 • iSOLVE El número 23,0040 tiene ____ cifras significativas (*a*) dos, (*b*) tres, (*c*) cuatro, (*d*) cinco, (*e*) seis.

8 • ¿Cuáles son las ventajas e inconvenientes de utilizar la longitud de un brazo como unidad estándar de longitud?

9 • Verdadero o falso:

(*a*) Para sumar dos magnitudes es condición necesaria que tengan las mismas dimensiones.

(*b*) Para multiplicar dos magnitudes es condición necesaria que tengan las mismas dimensiones.

(*c*) Todos los factores de conversión tienen el valor 1.

Cálculo y aproximaciones

10 •• SSM El ángulo subtendido por el diámetro de la Luna en un punto de la Tierra es aproximadamente 0,524° (figura 1.2). Con este dato y sabiendo que la Luna dista 384 Mm de la Tierra, hallar su diámetro. (El ángulo

θ subtendido por la Luna es aproximadamente igual a D/r_1, donde D es el diámetro de la Luna y r_1 es la distancia a la misma.)

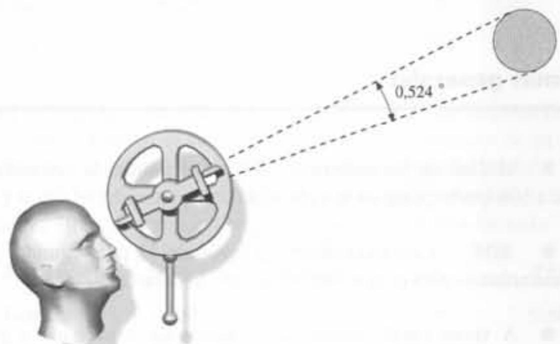


Figura 1.2 Problema 10

11 ●● SSM iSOLVE✓ El Sol posee una masa de $1{,}99 \times 10^{30}$ kg. Fundamentalmente el Sol está compuesto de hidrógeno, con sólo una pequeña cantidad de elementos más pesados. El átomo de hidrógeno tiene una masa de $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg. Estimar el número de átomos de hidrógeno del Sol.

12 ●● Muchas bebidas refrescantes se venden utilizando como envase latas de aluminio. Una lata contiene aproximadamente unos 0,018 kg de aluminio. (*a*) Estimar cuántas latas se consumen durante un año en los Estados Unidos de Norteamérica. (*b*) Calcular la masa total de aluminio atribuible al consumo de latas de bebidas refrescantes. (*c*) Si por cada kilogramo de aluminio, en un centro de reciclaje se obtiene 1 $, ¿cuál es el valor económico del aluminio acumulado durante un año de las latas usadas?

13 ●● Richard Feynman en su ensayo "Hay mucho sitio libre en todas partes" propuso escribir la *Enciclopedia Británica* completa en la cabeza de un alfiler. (*a*) Estimar el tamaño que deberían tener las letras si suponemos, al igual que Richard Feynman, que el diámetro de la cabeza del alfiler mide 1,5875 mm. (*b*) Si en un metal el espacio entre átomos es de 0,5 nm (5×10^{-10} m), ¿cuántos átomos abarca el grosor de cada letra?

14 ●● SSM (*a*) Estimar cuántos litros de gasolina usan los automóviles cada día en los Estados Unidos de Norteamérica y el coste asociado. (*b*) Si de un barril de crudo se obtienen 73,45 L de gasolina, calcular cuántos barriles de petróleo deben importarse en un año en los Estados Unidos de Norteamérica para fabricar la gasolina necesaria para la automoción. ¿Cuántos barriles por día supone esta cifra?

15 ●● Se ha debatido públicamente con frecuencia cuáles son las consecuencias ambientales de usar pañales desechables o pañales reutilizables de tela. (*a*) Supóngase que un bebé, desde que nace y hasta los 2,5 años, usa tres pañales al día. Estimar cuántos pañales desechables se usan cada año en los Estados Unidos de Norteamérica. (*b*) Calcular el volumen de vertedero ocupado por los pañales, suponiendo que 1000 kg de estos residuos ocupan 1 m^3. (*c*) Calcular la superficie que ocuparían anualmente estos residuos si se supone que necesitan una profundidad media en el vertedero de 10 m.

16 ●●● A cada dígito binario lo denominamos *bit*. Una serie de bits agrupados se denomina *palabra* y una palabra compuesta por ocho bits se denomina *byte*. Supongamos que el disco duro de un ordenador tiene una capacidad de 20 gigabytes. (*a*) ¿Cuántos bits pueden almacenarse en el disco? (*b*) Estimar cuántos libros típicos podrían almacenarse en el disco duro suponiendo que cada carácter requiere un byte.

17 ●● SSM Estimar cuánto se recauda anualmente en el peaje del puente George Washington en Nueva York. El peaje cuesta 6 $ en el recorrido de Nueva York a Nueva Jersey y es gratis en el sentido contrario. Los vehículos circulan en un total de 14 carriles.

Unidades

18 ● Expresar las siguientes magnitudes usando los prefijos que se listan en la tabla 1.1 y las abreviaturas de la página EP-1; por ejemplo, 10 000 metros = 10 km. (*a*) 1 000 000 vatios, (*b*) 0,002 gramos, (*c*) 3×10^{-6} metros, (*d*) 30 000 segundos.

19 ● Escribir cada una de las siguientes magnitudes sin usar prefijos: (*a*) 40 μW, (*b*) 4 ns, (*c*) 3 MW, (*d*) 25 km.

20 ● SSM Escribir las siguientes magnitudes (que no se expresan en unidades del SI) sin usar abreviaturas. Por ejemplo, 10^3 metros = 1 kilómetro: (*a*) 10^{-12} abucheos, (*b*) 10^9 mugidos, (*c*) 10^{-6} teléfonos, (*d*) 10^{-18} chicos, (*e*) 10^6 teléfonos, (*f*) 10^{-9} cabras, (*g*) 10^{12} toros.

21 ●● iSOLVE En las ecuaciones siguientes, la distancia x está en metros, el tiempo t en segundos y la velocidad v en metros por segundo. ¿Cuáles son las unidades del SI de las constantes C_1 y C_2? (*a*) $x = C_1 + C_2t$. (*b*) $x = \frac{1}{2}C_1t^2$. (*c*) $v^2 = 2C_1x$. (*d*) $x = C_1 \cos C_2t$. (*e*) $v^2 = 2C_1 - (C_2x)^2$.

22 ●● iSOLVE Si en el problema 21 se expresa x en pies, t en segundos y v en pies por segundos, ¿cuáles son las dimensiones de las constantes C_1 y C_2?

Conversión de unidades

23 ● A partir de la definición original de metro en función de la distancia del Ecuador al Polo Norte hallar en metros (*a*) la circunferencia de la Tierra. (*b*) el radio de la Tierra. (*c*) Convertir las respuestas dadas en (*a*) y (*b*) de metros a millas.

24 ● iSOLVE La velocidad del sonido en el aire es 340 m/s. ¿Cuál es la velocidad de un avión supersónico que se mueve con una velocidad doble a la del sonido? Dar la respuesta en kilómetros por hora y millas por hora.

25 ● SSM iSOLVE Un jugador de baloncesto tiene una altura de 6 pies y 10,5 pulgadas. ¿Cuál es su altura en centímetros?

26 ● Completar las siguientes igualdades: (*a*) 100 km/h = ____ mi/h. (*b*) 60 cm = ____ in. (*c*) 100 yd = ____ m.

27 ● La mayor separación entre dos soportes del puente *Golden Gate* es de 4200 pies. Expresar esta distancia en km.

28 ● SSM Hallar el factor de conversión para convertir millas por hora en kilómetros por hora.

29 ● Completar las siguientes expresiones: (*a*) $1{,}296 \times 10^5$ km/h^2 = ____ km/h · s. (*b*) $1{,}296 \times 10^5$ km/h^2 = ____ m/s^2. (*c*) 60 mi/h = ____ pies/s. (*d*) 60 mi/h = ____ m/s.

30 ● En un litro hay 1,057 cuartos y 4 cuartos en un galón. (*a*) ¿Cuántos litros hay en un galón? (*b*) Un barril equivale a 42 galones. ¿Cuántos metros cúbicos hay en un barril?

31 ● iSOLVE Una milla cuadrada tiene 640 acres. ¿Cuántos metros cuadrados tiene un acre?

32 ●● iSOLVE Un cilindro circular recto tiene un diámetro de 6,8 pulgadas y una altura de 2 pies. ¿Cuál es el volumen del cilindro en (*a*) pies cúbicos, (*b*) metros cúbicos, (*c*) litros?

33 ●● SSM En las siguientes expresiones, x está en metros, t en segundos, v en metros por segundo y la aceleración a en metros por segundo cuadrado. Determinar las unidades del SI de cada combinación: (*a*) v^2/x (*b*) $\sqrt{x/a}$ (*c*) $\frac{1}{2}at^2$.

Dimensiones de las magnitudes físicas

34 ● ¿Cuáles son las dimensiones de las constantes que aparecen en cada uno de los apartados del problema 21?

35 ●● La ley de desintegración radiactiva es $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, en donde N_0 es el número de núcleos radiactivos en el instante $t = 0$; $N(t)$ es el número que permanece sin desintegrar en el tiempo t y λ es la llamada constante de desintegración. ¿Qué dimensiones tiene λ?

36 ●● SSM La unidad del SI de fuerza, el kilogramo-metro por segundo cuadrado (kg · m/s²), se denomina newton (N). Hallar las dimensiones y las unidades del SI de la constante G en la ley de Newton de la gravitación $F = Gm_1m_2/r^2$.

37 ●● Un objeto situado en el extremo de una cuerda se mueve según un círculo. La fuerza ejercida por la cuerda tiene unidades de ML/T^2 y depende de la masa del objeto, de su velocidad y del radio del círculo. ¿Qué combinación de estas variables ofrece las dimensiones correctas de la fuerza?

38 ●● iSOLVE✓ Demostrar que el producto de la masa por la aceleración y la velocidad tiene las dimensiones de una potencia.

39 ●● El momento lineal o ímpetu de un objeto es el producto de su masa y velocidad. Demostrar que esta magnitud tiene las dimensiones de una fuerza multiplicada por el tiempo.

40 ●● ¿Qué combinación de la fuerza y otra magnitud física tiene las dimensiones de la potencia?

41 ●● SSM iSOLVE✓ Cuando un objeto cae a través del aire, se produce una fuerza de arrastre que depende del producto del área superficial del objeto y el cuadrado de su velocidad, es decir, $F_{\text{aire}} = CAv^2$, en donde C es una constante. Determinar las dimensiones de C.

42 ●● La tercera ley de Kepler relaciona el periodo de un planeta con su radio r, la constante G de la ley de gravitación de Newton ($F = Gm_1m_2/r^2$) y la masa del Sol, M_S. ¿Qué combinación de estos factores ofrece las dimensiones correctas para el periodo de un planeta?

Notación científica y cifras significativas

43 ● SSM Expresar los siguientes números como números decimales sin utilizar la notación de potencias de diez: (*a*) 3×10^4. (*b*) $6{,}2 \times 10^{-3}$. (*c*) 4×10^{-6}. (*d*) $2{,}17 \times 10^5$.

44 ● Escribir en notación científica los siguientes valores: (*a*) 3,1 GW = ____ W. (*b*) 10 pm = ____ m. (*c*) 2,3 fs = ____ s. (*d*) 4 μs = ____ s.

45 ● iSOLVE Realizar las siguientes operaciones, redondeando hasta el número correcto de cifras significativas, y expresar el resultado en notación científica: (*a*) $(1{,}14)(9{,}99 \times 10^4)$. (*b*) $(2{,}78 \times 10^{-8}) - (5{,}31 \times 10^{-9})$. (*c*) $12\pi/(4{,}56 \times 10^{-3})$. (*d*) $27{,}6 + (5{,}99 \times 10^2)$.

46 ● Calcular las siguientes operaciones redondeando al número correcto de cifras significativas y expresando el resultado en notación científica: (*a*) $(200{,}9)(569{,}3)$. (*b*) $(0{,}000000513)\,(62{,}3 \times 10^7)$. (*c*) $28{,}401 + (5{,}78 \times 10^4)$. (*d*) $63{,}25/(4{,}17 \times 10^{-3})$.

47 ● SSM iSOLVE Una membrana celular posee un espesor de 7 mm. ¿Cuántas membranas de este espesor deberían apilarse para conseguir una altura de 1 pulgada?

48 ● Calcular las siguientes operaciones redondeando al número correcto de cifras significativas y expresando el resultado en notación científica: (*a*) $(2{,}00 \times 10^4)(6{,}10 \times 10^{-2})$. (*b*) $(3{,}141592)(4{,}00 \times 10^5)$. (*c*) $(2{,}32 \times 10^3)/(1{,}16 \times 10^8)$. (*d*) $(5{,}14 \times 10^3) + (2{,}78 \times 10^2)$. (*e*) $(1{,}99 \times 10^2) + (9{,}99 \times 10^{-5})$.

49 ● SSM Realizar los siguientes cálculos y redondear los resultados con el número correcto de cifras significativas: (*a*) $3{,}141592654 \times (23{,}2)^2$. (*b*) $2 \times 3{,}141592654 \times 0{,}76$. (*c*) $4/3\pi \times (1{,}1)^3$. (*d*) $(2{,}0)^5/3{,}141592654$.

Problemas generales

50 ● Muchas de las carreteras de Canadá limitan la velocidad de los vehículos a 100 km/h. ¿Cuál es la velocidad límite en mi/h?

51 ● SSM Contando dólares a razón de 1$ por segundo, ¿cuántos años necesitaríamos para contar 1000 millones de dólares?

52 ● A veces puede obtenerse un factor de conversión a partir del conocimiento de una constante en dos sistemas diferentes. (*a*) La velocidad de la luz en el vacío es 186 000 mi/s = 3×10^8 m/s. Utilizar este hecho para hallar el número de kilómetros que tiene una milla. (*b*) El peso de un pie³ de agua es 62,4 libras. Utilizar este dato y el hecho de que 1 cm³ de agua tiene una masa de 1 g para hallar el peso en libras de 1 kg de masa.

53 ●● iSOLVE La masa de un átomo de uranio es $4{,}0 \times 10^{-26}$ kg. ¿Cuántos átomos de uranio hay en 8 g de uranio puro?

54 ●● iSOLVE✓ Durante una tormenta cae un total de 1,4 pulgadas de lluvia. ¿Cuánta agua ha caído sobre un acre de tierra? (1 mi² = 640 acre.)

55 ●● Un núcleo de hierro tiene un radio de $5{,}4 \times 10^{-15}$ m y una masa de $9{,}3 \times 10^{-26}$ kg. (*a*) ¿Cuál es su masa por unidad de volumen en kilogramos por metro cúbico? (*b*) Si la Tierra tuviera la misma masa por unidad de volumen, ¿cuál sería su radio? (La masa de la Tierra es $5{,}98 \times 10^{24}$ kg.)

56 ●● Calcular las siguientes expresiones. (*a*) $(5{,}6 \times 10^{-5})(0{,}0000075)/(2{,}4 \times 10^{-12})$. (*b*) $(14{,}2)(6{,}4 \times 10^7)(8{,}2 \times 10^{-9}) - 4{,}06$. (*c*) $(6{,}1 \times 10^{-6})^2(3{,}6 \times 10^4)^3/(3{,}6 \times 10^{-11})^{1/2}$. (*d*) $(0{,}000064)^{1/3}/[(12{,}8 \times 10^{-3})(490 \times 10^{-1})^{1/2}]$.

57 ●● SSM La unidad astronómica (UA) se define como la distancia media de la Tierra al Sol, a saber, $1{,}496 \times 10^{11}$ m. El parsec es la longitud radial desde la cual una UA de longitud de arco subtiende un ángulo de 1 segundo. El año luz es la distancia que la luz recorre en un año. (*a*) ¿Cuántos parsecs están contenidos en una unidad astronómica? (*b*) ¿Cuántos metros tiene un parsec? (*c*) ¿Cuántos metros existen en un año luz? (*d*) ¿Cuántas unidades astronómicas existen en un año luz? (*e*) ¿Cuántos años luz contiene un parsec?

58 ●● Para que el universo deje algún día de expansionarse y comience a contraerse, su densidad media debe ser al menos de 6×10^{-27} kg/m³. (*a*) ¿Cuántos electrones por metro cúbico deberían existir en el universo para alcanzar esta densidad crítica? (*b*) ¿Cuántos protones por metro cúbico producirían la densidad crítica? ($m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg; $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg.)

59 ●● SSM El detector japonés de neutrinos Super-Kamiokande está formado por un largo cilindro transparente de 39,3 m de diámetro y 41,4 m de alto, relleno de agua extremadamente pura. Calcular la masa de agua que hay en el interior del cilindro. ¿Se corresponde la cifra obtenida con el dato que consta en el sitio oficial del Super-K, según el cual el detector contiene 50.000 toneladas de agua? Densidad del agua: 1000 kg/m³.

60 ●●● La tabla adjunta da los resultados experimentales correspondientes a una medida del periodo del movimiento T de un objeto de masa m suspendido de un muelle en función de la masa del objeto. Estos datos están de acuerdo con una ecuación sencilla que expresa T en función de m de la forma $T = Cm^n$, en donde C y n son constantes y n no es necesariamente un entero. (*a*) Hallar n y C. (Para ello existen varios procedimientos. Uno de ellos consiste en suponer un valor de n y comprobarlo representando T en función de m^n en papel milimetrado. Si la suposición es correcta, la representación será una recta. Otro consiste en representar log T en función de log m. La pendiente obtenida en este papel es n.) (*b*) ¿Qué datos se desvían más de la representación en línea recta de T en función de m^n?

Masa m, kg	0,10	0,20	0,40	0,50	0,75	1,00	1,50
Periodo T, s	0,56	0,83	1,05	1,28	1,55	1,75	2,22

61 ●●● La tabla adjunta da el periodo T y el radio r de la órbita correspondientes a los movimientos de cuatro satélites que giran alrededor de un asteroide pesado y denso. (*a*) Estos datos se relacionan mediante la fórmula $T = Cr^n$. Hallar C y n. (*b*) Se descubre un quinto satélite que tiene un periodo de 6,20 años. Determinar la órbita de este satélite que se ajuste a la misma fórmula.

Periodo T, años	0,44	1,61	3,88	7,89
Radio r, Gm	0,088	0,208	0,374	0,600

62 ●●● SSM El periodo T de un péndulo simple depende de la longitud L del péndulo y la aceleración g de la gravedad (dimensiones L/T^2). (*a*) Hallar una combinación sencilla de L y g que tenga las dimensiones de tiempo. (*b*) Comprobar la dependencia existente entre el periodo T y la longitud L midiendo el periodo (tiempo para una ida y vuelta completa) de un péndulo para dos valores diferentes de L. (*c*) En la fórmula correcta que relaciona T con L y g interviene una constante que es un múltiplo de π y que no puede obtenerse mediante el análisis dimensional de la parte (a). Puede hallarse experimentalmente como en la parte (b) si se conoce g. Utilizando el valor $g = 9{,}81$ m/s^2 y los resultados experimentales de la parte (b), hallar la fórmula que relaciona T con L y g.

63 ●●● iSOLVE✓ La atmósfera de la Tierra ejerce una presión sobre la superficie terrestre de valor 14,7 libras por pulgada cuadrada de superficie. ¿Cuál es el peso en libras de la atmósfera terrestre? (El radio de la Tierra es 6370 km, aproximadamente.)

LEYES DE NEWTON

Capítulo 4

Este avión esta acelerando antes del despegue. Las leyes de Newton relacionan la aceleración de un objeto con su masa y con las fuerzas que actúan sobre él.

Si usted fuera un pasajero, ¿cómo usaría las leyes de Newton para determinar la aceleración del avión? (Véase el ejemplo 4.9.)

Ahora que ya hemos estudiado cómo se mueven los cuerpos en una, dos y tres dimensiones, nos hacemos la siguiente pregunta, "¿por qué los objetos se ponen en movimiento?" ¿Cuáles son las causas que hacen que un cuerpo en movimiento gane velocidad o cambie la dirección?

La mecánica clásica relaciona las fuerzas que se ejercen los cuerpos entre sí, y también los cambios en el movimiento de un objeto con las fuerzas que actúan sobre él. Describe los fenómenos utilizando las tres leyes del movimiento de Newton. Mientras que ya tenemos una idea intuitiva de algunas fuerzas, como las de empuje o de tracción ejercidas por nuestros músculos o por muelles o gomas elásticas, las leyes de Newton nos permiten refinar nuestra comprensión sobre las fuerzas en general.

En este capítulo, describiremos las tres leyes del movimiento de Newton y empezaremos a utilizarlas para resolver problemas que impliquen objetos en movimiento y en reposo.

Una versión moderna de las leyes de Newton es la siguiente:

Primera ley Todo cuerpo en reposo sigue en reposo *a menos que* sobre él actúe una fuerza externa. Un cuerpo en movimiento continúa moviéndose con velocidad constante *a menos que* sobre él actúe una fuerza externa.

Segunda ley La aceleración de un cuerpo tiene la misma dirección que la fuerza externa neta que actúa sobre él. Es proporcional a la fuerza externa neta según $\mathbf{F}_{\text{neta}} = m\mathbf{a}$, donde m es la masa del cuerpo. La fuerza neta que actúa sobre un cuerpo, también llamada fuerza resultante, es el vector suma de todas las fuerzas que sobre él actúan: $\mathbf{F}_{\text{neta}} = \sum \mathbf{F}$. Así pues,

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \tag{4.1}$$

SEGUNDA LEY DE NEWTON

Tercera ley Las fuerzas siempre actúan por pares iguales y opuestos. Si el cuerpo A ejerce una fuerza $\mathbf{F}_{A,B}$ sobre el cuerpo B, éste ejerce una fuerza igual, pero opuesta $\mathbf{F}_{B,A}$, sobre el cuerpo A. Así pues,

$$\mathbf{F}_{B,A} = -\mathbf{F}_{A,B} \tag{4.2}$$

TERCERA LEY DE NEWTON

4.1 Primera ley de Newton: ley de la inercia

El rozamiento se reduce grandemente mediante un colchón de aire que soporta el aerodeslizador.

Empujemos un trozo de hielo sobre una mesa: desliza y luego se para. Si la mesa está húmeda, el hielo recorre un espacio mayor antes de pararse. Si se trata de un trozo de hielo seco (dióxido de carbono congelado) sobre un colchón de vapor de dióxido de carbono, el deslizamiento es mucho mayor y el cambio de velocidad es muy pequeño. Antes de Galileo se creía que una fuerza, tal como un empuje o un tirón, era siempre necesaria para mantener un cuerpo en movimiento con velocidad constante. Galileo, y posteriormente Newton, reconocieron que si los cuerpos se detenían en su movimiento en las experiencias diarias era debido al rozamiento (o fricción). Si éste se reduce, el cambio de velocidad se reduce. Una capa de agua o un colchón de gas son especialmente efectivos para reducir el rozamiento, permitiendo que el objeto se deslice a gran distancia con un pequeño cambio en su velocidad. Si se eliminan todas las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo —razonaba Galileo— su velocidad no cambiará, una propiedad de la materia que él describía como su **inercia**. Esta conclusión restablecida por Newton como su primera ley, se llama también **ley de la inercia**.

Sistemas de referencia inerciales

La ley primera de Newton no distingue entre un objeto en reposo y un objeto que se mueve con velocidad constante distinta de cero. El hecho de que un objeto esté en reposo o en movimiento con velocidad constante depende del sistema de referencia en el cual se observa el objeto. Consideremos una pelota situada en la bandeja de su asiento de un avión que vuela en una trayectoria horizontal. En un sistema de coordenadas ligado al avión (es decir, en el sistema de referencia del avión) la pelota está en reposo, y permanecerá en reposo relativo al avión en tanto éste vuele con velocidad constante.

Supongamos ahora que el piloto aumenta la potencia de los motores y el avión, de forma brusca, acelera (con respecto al suelo). Usted observará que la pelota, de repente, retrocede acelerando con respecto del avión incluso cuando no actúa ninguna fuerza sobre ella.

Un sistema de referencia que acelera respecto de un sistema inercial, no es un sistema de referencia inercial. *Así la primera ley de Newton nos proporciona el criterio para determinar si un sistema de referencia es inercial.* De hecho, es útil pensar en la primera ley de Newton como un criterio que define cuando los sistemas de referencia son inerciales.

Si sobre un objeto no actúa ninguna fuerza, cualquier sistema de referencia con respecto al cual la aceleración del objeto es cero es un **sistema de referencia inercial.**

DEFINICIÓN DE SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL

Tanto el avión, cuando se mueve a velocidad constante, como el suelo, son una buena aproximación de sistemas de referencia inerciales. Cualquier sistema de referencia que se mueve a velocidad constante con respecto a un sistema de referencia inercial también es un sistema de referencia inercial.

Un sistema de referencia ligado a la superficie de la Tierra no es totalmente un sistema de referencia inercial por la pequeña aceleración de la superficie de la Tierra debida a la rotación terrestre y a la pequeña aceleración de la propia Tierra debido a su revolución alrededor del Sol. Sin embargo, como estas aceleraciones son del orden de 0,01 m/s^2 (o menos), podemos considerar que aproximadamente un sistema de referencia ligado a la superficie de la Tierra es un sistema de referencia inercial.

El concepto de sistema de referencia inercial es crucial porque las *leyes primera, segunda y tercera de Newton son únicamente válidas en sistemas de referencia inerciales.*

4.2 Fuerza, masa y segunda ley de Newton

La primera y segunda ley de Newton nos permiten definir el concepto de fuerza. Una **fuerza** es una influencia externa sobre un cuerpo que causa su aceleración respecto a un sistema de referencia inercial. (Se supone que no actúan otras fuerzas.) La dirección de la fuerza coincide con la dirección de la aceleración causada. El módulo de la fuerza es el producto de la masa del cuerpo por el módulo de su aceleración. Esta definición se muestra en la ecuación 4.1.

Se puede comparar fuerzas, por ejemplo, estirando gomas elásticas. Si estiramos la misma magnitud gomas elásticas idénticas, ejercerán fuerzas iguales.

Los objetos se resisten intrínsecamente a ser acelerados. Imaginemos que damos una patada a una pelota de fútbol o a una bola en la bolera. Ésta última se resiste mucho más a ser acelerada que la pelota de fútbol, lo cual se manifiesta inmediatamente en la diferente sensación que notan los dedos de nuestros pies al dar el golpe sobre ambos objetos. Esta propiedad intrínseca de un cuerpo es la **masa**. Es una medida de la inercia del cuerpo. La relación de dos masas se define cuantitativamente aplicando la misma fuerza y comparando sus aceleraciones. Si la fuerza F produce la aceleración a_1 cuando se aplica a un cuerpo de masa m_1 y la misma fuerza produce la aceleración a_2 cuando se aplica a un objeto de masa m_2, la relación entre las masas se define por

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2} \tag{4.3}$$

DEFINICIÓN —MASA

Esta definición está de acuerdo con nuestra idea intuitiva de masa. Si la misma fuerza se aplica a dos objetos, el objeto de más masa es el que acelera menos. Experimentalmente se deduce que la relación a_1/a_2, obtenida cuando fuerzas de idéntica magnitud actúan sobre dos objetos, es independiente del módulo, dirección o tipo de fuerza utilizada. La masa de un cuerpo es una propiedad intrínseca del mismo y, por lo tanto, no depende de la localización del cuerpo. Es decir, la masa de un cuerpo continúa siendo la misma si el cuerpo está sobre la Tierra, sobre la Luna o el espacio exterior.

Si una comparación directa muestra que $m_2/m_1 = 2$ y $m_3/m_1 = 4$, entonces m_3 será doble que m_2, cuando se comparen entre sí directamente. Por lo tanto, podemos establecer una escala de masas eligiendo un cuerpo patrón y asignándole la masa de 1 unidad. Como ya vimos en el capítulo 1, el cuerpo elegido como patrón internacional de masa es un cilindro de una aleación de platino-iridio que se conserva cuidadosamente en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sèvres, Francia, y se asigna la masa de 1 **kilogramo**, la unidad SI de masa. La fuerza necesaria para producir una aceleración de 1 m/s^2 sobre el cuerpo patrón es por definición 1 **newton** (N). De igual forma la fuerza que produce sobre el mismo cuerpo una aceleración de 2 m/s^2 se define como 2 N, y así sucesivamente.

EJEMPLO 4.1 | Un paquete de helado

Una fuerza determinada produce una aceleración de 5 m/s^2 sobre un cuerpo patrón de masa m_1. Cuando la misma fuerza se aplica a un paquete de helado de masa m_2 le produce una aceleración de 11 m/s^2. (*a*) ¿Cuál es la masa del paquete de helado? (*b*) ¿Cuál es el módulo de la fuerza?

Planteamiento del problema Aplicar $\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ a cada objeto y despejar la masa del paquete de helado y el módulo de la fuerza.

(a) 1. Aplicar $\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ a cada objeto. Únicamente hay una fuerza, por lo que necesitamos simplemente considerar el módulo de las variables vectoriales.

$$F_1 = m_1a_1 \quad \text{y} \quad F_2 = m_2a_2$$

2. La relación de las masas está en razón inversa con la relación de las aceleraciones producidas por la misma fuerza:

$$F_1 = F_2 = F, \quad \text{por lo tanto} \quad m_1a_1 = m_2a_2$$

y

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{5\ \text{m/s}^2}{11\ \text{m/s}^2}$$

3. Despejar m_2 en función de m_1, que es 1 kg.

$$m_2 = \frac{5}{11}m_1 = \frac{5}{11}(1\ \text{kg}) = \boxed{0{,}45\ \text{kg}}$$

(b) El módulo de la fuerza se obtiene multiplicando la masa por la aceleración de cualquiera de los cuerpos:

$$F = m_1a_1 = (1\ \text{kg})(5\ \text{m/s}^2) = \boxed{5\ \text{N}}$$

Ejercicio Una fuerza de 3 N produce una aceleración de 2 m/s^2 sobre un objeto de masa desconocida. (*a*) ¿Cuál es la masa del objeto? (*b*) Si la fuerza se incrementa a 4 N, ¿cuál es la aceleración? (*Respuestas* (*a*) 1,5 kg, (*b*) 2,67 m/s^2.)

Experimentalmente se encuentra que si sobre un cuerpo actúan dos o más fuerzas, la aceleración que causan es igual a la que causaría sobre el cuerpo una sola fuerza igual a la suma vectorial de las fuerzas individuales. Es decir, las fuerzas se combinan como los vectores. La segunda ley de Newton puede expresarse, por lo tanto, en la forma

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{neta}} = m\mathbf{a}$$

EJEMPLO 4.2 | Un paseo espacial

Un astronauta se ha extraviado en el espacio lejos de su cápsula espacial. Afortunadamente posee una unidad de propulsión que le proporciona una fuerza constante F durante 3 s. Al cabo de los 3 s se ha movido 2,25 m. Si su masa es 68 kg, determinar F.

La unidad propulsora (que no se muestra en la fotografía) empuja al astronauta hacia la derecha

Planteamiento del problema La fuerza que actúa sobre el astronauta es constante, de modo que la aceleración **a** también es constante. Por lo tanto, utilizaremos las ecuaciones cinemáticas del capítulo 2 para determinar **a** y con ello obtener la fuerza, a partir de $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$. Escogeremos **F** en la dirección del eje *x*, de modo que $\mathbf{F} = F_x\mathbf{i}$ (figura 4.1). La componente de la segunda ley de Newton a lo largo del eje *x* es, por lo tanto, $F_x = ma_x$.

1. Aplicar $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ para relacionar la fuerza neta con la masa y la aceleración: $F_x = ma_x$.
$$F_x = ma_x$$

2. Para determinar la aceleración, utilizamos la ecuación 2.15 con $v_0 = 0$:
$$\Delta x = \quad = v_0 t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 = \tfrac{1}{2}a_x t^2$$
$$a_x = \frac{2\Delta x}{t^2} = \frac{2(2{,}25 \text{ m})}{(3 \text{ s})^2} = 0{,}500 \text{ m/s}^2$$

3. Sustituir $a_x = 0{,}500$ m/s^2 y $m = 68$ kg para determinar la fuerza:
$$F_x = ma_x = (68 \text{ kg})(0{,}500 \text{ m/s}^2) = \boxed{34{,}0 \text{ N}}$$

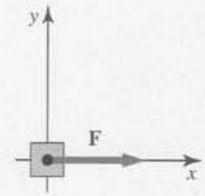


Figura 4.1

EJEMPLO 4.3 | Fuerzas que actúan sobre una partícula

¡INTÉNTELO USTED MISMO!

Una partícula de masa 0,4 kg está sometida simultáneamente a dos fuerzas $\mathbf{F}_1 = -2$ N$\mathbf{i} - 4$ N$\mathbf{j}$ y $\mathbf{F}_2 = -2{,}6$ N$\mathbf{i} + 5$ N$\mathbf{j}$. Si la partícula está en el origen y parte del reposo para $t = 0$, calcular (*a*) su vector posición $\mathbf{r}$ y (*b*) su velocidad $\mathbf{v}$ para $t = 1{,}6$ s.

Planteamiento del problema Como $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ son constantes, la aceleración de la partícula es constante. Por lo tanto, podemos utilizar las ecuaciones cinemáticas del capítulo 2 para determinar la posición de la partícula y la velocidad en función del tiempo.

Tape la columna de la derecha e intente resolverlo usted mismo

Pasos	Respuestas
(a) 1. Escribir la ecuación general del vector posición **r** en función del tiempo t para una aceleración constante **a** en función de $\mathbf{r}_0$, **v** y **a**, sustituyendo $\mathbf{r}_0 = \mathbf{v}_0 = 0$.	$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 = \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$
2. Utilizar $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ para expresar la aceleración **a** en función de la fuerza resultante $\sum \mathbf{F}$ y la masa m.	$\mathbf{a} = \dfrac{\sum \mathbf{F}}{m}$
3. Calcular $\sum \mathbf{F}$ a partir de las fuerzas dadas.	$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = -4{,}6$ N$\mathbf{i} + 1{,}0$ N$\mathbf{j}$
4. Determinar el vector aceleración **a**.	$\mathbf{a} = \dfrac{\sum \mathbf{F}}{m} = -11{,}5 \text{ m/s}^2\,\mathbf{i} + 2{,}5 \text{ m/s}^2\,\mathbf{j}$
5. Determinar el vector posición **r** para un tiempo cualquiera t.	$\mathbf{r} = \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 = \frac{1}{2}a_x t^2\mathbf{i} + \frac{1}{2}a_y t^2\mathbf{j}$ $= -5{,}75 \text{ m/s}^2 t^2\mathbf{i} + 1{,}25 \text{ m/s}^2 t^2\mathbf{j}$
6. Determinar **r** para $t = 1{,}6$ s.	$\mathbf{r} = \boxed{-14{,}7 \text{ m}\mathbf{i} + 3{,}20 \text{ m}\mathbf{j}}$
(b) Escribir el vector velocidad **v** en función de la aceleración y el tiempo y calcular sus componentes para $t = 1{,}6$ s.	$\mathbf{v} = \mathbf{a}t = (-11{,}5 \text{ m/s}^2\mathbf{i} + 2{,}5 \text{ m/s}^2\mathbf{j})t$ $= \boxed{-18{,}4 \text{ m/s}\,\mathbf{i} + 4{,}00 \text{ m/s}\,\mathbf{j}}$

4.3 Fuerza debida a la gravedad: el peso

Si dejamos caer un objeto cerca de la superficie terrestre, el objeto acelera hacia la Tierra. Si podemos despreciar la resistencia del aire, todos los objetos poseen la misma aceleración, llamada aceleración de la gravedad **g** en cualquier punto del espacio. La fuerza que causa esta aceleración es la fuerza de la gravedad sobre el objeto, llamada peso del mismo, **w**.[1] Si el peso **w** es la única fuerza que actúa sobre un objeto, se dice que éste se encuentra en **caída libre**. Si su masa es m, la segunda ley de Newton ($\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$) define el peso del cuerpo en la forma:

[1] Referirse a la fuerza de gravedad como "el peso" es desafortunado ya que parece implicar que "el peso" es una propiedad del objeto más que de una fuerza externa que actúa sobre él. Para evitar caer en esta interpretación aparente, cada vez que leamos "el peso" mentalmente traduciremos esta denominación como "la fuerza gravitatoria que actúa".

$$\mathbf{w} = m\mathbf{g} \tag{4.4}$$

PESO

Como **g** es idéntico para todos los cuerpos, llegamos a la conclusión de que el peso de un cuerpo es proporcional a su masa. El vector **g** se denomina **campo gravitatorio** terrestre y es la fuerza por unidad de masa ejercida por la Tierra sobre cualquier objeto. Es igual a la aceleración en caída libre experimentada por un objeto.[1] Cerca de la superficie terrestre g tiene el valor

$$g = 9{,}81 \text{ N/kg} = 9{,}81 \text{ m/s}^2$$

Medidas cuidadosas muestran que **g** varía con el lugar. En particular, en un punto por encima de la superficie terrestre, **g** apunta hacia el centro de la Tierra y varía en razón inversa con el cuadrado de la distancia a dicho centro. Así pues, un cuerpo pesa ligeramente menos cuando se encuentra en lugares muy elevados respecto al nivel del mar. El campo gravitatorio también varía ligeramente con la latitud debido a que la Tierra no es exactamente esférica, sino que está achatada en los polos. **Por lo tanto, el peso, a diferencia de la masa *no* es una propiedad intrínseca del cuerpo.** Aunque el peso de un cuerpo varía de un lugar a otro debido a las variaciones de g, esta variación es demasiado pequeña para ser apreciada en la mayor parte de las aplicaciones prácticas sobre o cerca de la superficie terrestre.

Un ejemplo puede clarificar la diferencia entre masa y peso. Supongamos que en la Luna tenemos una bola pesada, como la de jugar a los bolos. Su peso es la fuerza gravitatoria que ejerce la Luna sobre ella, pero esta fuerza es sólo una sexta parte de la fuerza que se ejerce sobre la bola cuando está en la Tierra. En la Luna la bola pesa sólo una sexta parte de lo que pesa en la Tierra, por lo que para levantar la bola en ella se necesita una sexta parte de la fuerza. Sin embargo, lanzar la bola con cierta velocidad horizontal requiere la misma fuerza en la Luna que en la Tierra, o en el espacio libre.

Aunque el peso de un objeto puede variar de un lugar a otro, en cualquier lugar determinado, su peso es proporcional a su masa. Así pues, podemos comparar convenientemente las masas de dos objetos en un lugar determinado comparando sus pesos.

La sensación que tenemos de nuestro propio peso procede de las demás fuerzas que lo equilibran. Por ejemplo, al estar sentados en una silla, apreciamos la fuerza ejercida por ella que equilibra nuestro peso, y por lo tanto evita que nos caigamos al suelo. Cuando estamos situados sobre una balanza de muelles, nuestros pies aprecian la fuerza ejercida sobre nosotros por la balanza. Esta balanza está calibrada de modo que registra la fuerza que debe ejercer (por compresión de su muelle) para equilibrar nuestro peso. La fuerza que equilibra nuestro peso se denomina **peso aparente**. Este peso aparente es el que viene dado por una balanza de muelle. Si no existiese ninguna fuerza para equilibrar nuestro peso, como sucede en la caída libre, el peso aparente sería cero. Esta condición denominada **ingravidez**, es la que experimentan los astronautas en los satélites que giran alrededor de la Tierra. La única fuerza que actúa sobre el satélite es la gravedad (su peso). El astronauta está también en caída libre. La única fuerza que actúa sobre él es su peso, que produce la aceleración g. Como no existe ninguna fuerza que equilibre la fuerza de la gravedad, el peso aparente del astronauta es cero.

Unidades de fuerza y masa

La unidad SI de masa es el kilogramo. Como el segundo y el metro, el kilogramo es una unidad fundamental en el SI. La unidad de fuerza, el newton y las unidades de otras magnitudes que estudiaremos más adelante, tales como el momento lineal y la energía, se derivan de estas tres unidades fundamentales: segundo, metro y kilogramo.

[1] **g** se refiere a la aceleración de la gravedad, que es la aceleración (de un objeto en caída libre) relativa al suelo. No es completamente correcto atribuir esta aceleración únicamente a la atracción gravitatoria de la Tierra. La distinción se discutirá más adelante en el capítulo 11.

Como decíamos en la sección 4.2, el newton se define como la fuerza que produce la aceleración de 1 m/s² cuando actúa sobre 1 kg. Según la segunda ley de Newton,

$$1\text{ N} = (1\text{kg})(1\text{ m/s}^2) = 1\text{ kg}\cdot\text{m/s}^2 \tag{4.5}$$

Una unidad patrón conveniente de masa en la física atómica y nuclear es la **unidad de masa unificada** (u) que se define como la doceava parte de la masa del átomo neutro del carbono-12 (^{12}C). La unidad de masa unificada está relacionada con el kilogramo por

$$1\text{ u} = 1{,}660\,540\times10^{-27}\text{ kg} \tag{4.6}$$

La masa de un átomo de hidrógeno es aproximadamente 1 u.

Aunque en este texto utilizaremos generalmente unidades SI, en los EE.UU. es habitual el uso de un sistema basado en el pie, el segundo y la libra (unidad de fuerza). Este sistema difiere del SI en que se escoge como unidad fundamental una unidad de fuerza en lugar de una unidad de masa. La **libra** se definió originalmente como el peso de un cuerpo patrón determinado en un lugar concreto. Ahora se define como una fuerza igual a 4,448222 N. Redondeando a tres cifras, tenemos 1 lb ≈ 4,45 N. Como 1 kg pesa 9,81 N, su peso en libras es

$$9{,}81\text{ N} = 2{,}20\text{ lb} \tag{4.7}$$

PESO DE 1 KG

La unidad de masa en este sistema, llamada *slug*, se utiliza muy poco y se define como la masa de un objeto que pesa 32,2 lb. Cuando se trabaja en este sistema es más conveniente sustituir la masa m por w/g, en donde w es el peso en libras y g la aceleración de la gravedad en pies por segundo por segundo:

$$g = 32{,}2\text{ pies/s}^2 \tag{4.8}$$

EJEMPLO 4.4 | Una estudiante acelerada

La fuerza neta que actúa sobre una estudiante de 130 lb es 25 lb fuerza. ¿Cuál es su aceleración?

Planteamiento del problema Aplicar $\Sigma F = ma$ y despejar la aceleración. La masa puede determinarse a partir del peso de la estudiante.

De acuerdo con la segunda ley de Newton, su aceleración es la fuerza dividida por su masa:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F}{w/g} = \frac{25\text{ lb}}{(130\text{ lb})/(32{,}2\text{ pies/s}^2)}$$
$$= \boxed{6{,}19\text{ pies/s}^2}$$

Ejercicio ¿Qué fuerza es necesaria para suministrar una aceleración de 3 pies/s² a un bloque de 5 lb? (*Respuesta* 0,466 lb.)

4.4 Las fuerzas en la naturaleza

La gran potencia de la segunda ley de Newton se manifiesta cuando se combina con las leyes de las fuerzas que describen las interacciones de los objetos. Por ejemplo, la ley de Newton de la gravitación, que estudiaremos en el capítulo 11, nos expresa la fuerza gravitatoria ejercida por un objeto sobre otro en función de la distancia que separa los objetos y las masas de ambos. Esta ley de gravitación combinada con la segunda ley de Newton nos permite calcular las órbitas de los planetas alrededor del Sol, el movimiento de la Luna y las variaciones con la altura de g, aceleración de la gravedad.

Las fuerzas fundamentales

Todas las distintas fuerzas que se observan en la naturaleza pueden explicarse en función de cuatro interacciones básicas que ocurren entre partículas elementales (ver figura 4.2):

1. La fuerza gravitatoria. La fuerza de atracción mutua entre los objetos
2. La fuerza electromagnética. La fuerza entre las cargas eléctricas
3. La fuerza nuclear fuerte. La fuerza entre las partículas subatómicas
4. La fuerza nuclear débil. La fuerza entre las partículas subatómicas durante algunos procesos de decaimiento radiactivos

Las fuerzas cotidianas que observamos entre cuerpos macroscópicos se deben a la fuerza gravitatoria o a la fuerza electromagnética.

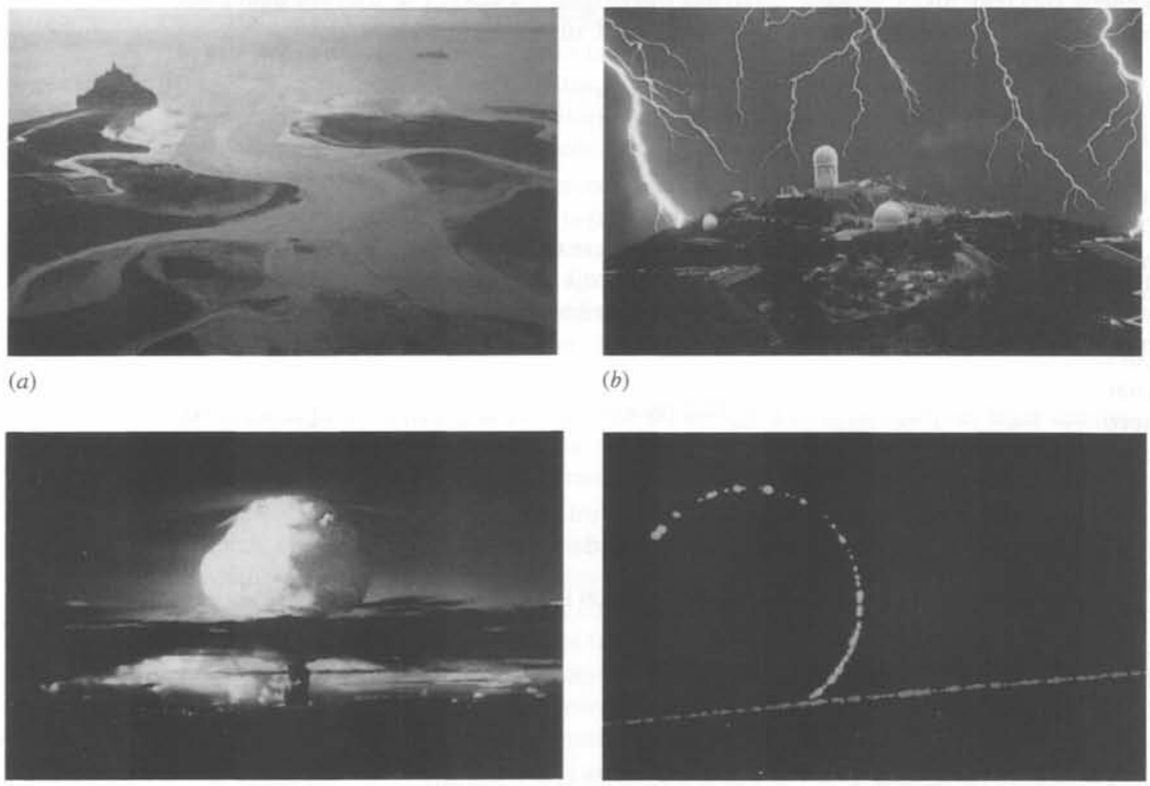


Figura 4.2 (*a*) La fuerza gravitatoria ejercida entre la Tierra y un cuerpo próximo a la superficie terrestre es el peso del cuerpo. La fuerza gravitatoria ejercida por el Sol sobre la Tierra y los demás planetas es la responsable de que éstos se mantengan en sus órbitas alrededor del Sol. De igual modo, la fuerza gravitatoria ejercida por la Tierra sobre la Luna mantiene a ésta en una órbita casi circular alrededor de la Tierra. Las fuerzas gravitatorias ejercidas por la Luna y el Sol sobre los océanos de la Tierra son responsables de las mareas. El Monte Saint-Michel (Francia) mostrado en esta foto se convierte en una isla cuando sube la marea. (*b*) La fuerza electromagnética incluye las fuerzas eléctrica y magnética. Un ejemplo familiar de las fuerza eléctrica es la atracción entre pequeños trozos de papel y un peine que se ha electrificado al pasarlo por el cabello. Los relámpagos sobre el Observatorio Nacional Kitt Peak que se muestran en la foto resultan de la fuerza electromagnética. (*c*) La fuerza nuclear fuerte tiene lugar entre las partículas elementales llamadas hadrones, que incluyen los protones y neutrones, constituyentes de los núcleos atómicos. Esta fuerza resulta de la interacción de los quarks, bloques constitutivos de los hadrones y es la responsable de mantener los núcleos estables. La explosión de la bomba de hidrógeno ilustrada en esta fotografía es un ejemplo de la potencia de esta fuerza. (*d*) La fuerza nuclear débil ocurre entre los leptones (que incluyen electrones y muones) y también entre hadrones (protones y neutrones). Esta fotografía de la cámara de niebla (en falso color) ilustra la interacción débil entre un muón de la radiación cósmica (verde) y un electrón (rojo) arrancado de un átomo.

Acción a distancia

Las fuerzas fundamentales gravedad y electromagnetismo actúan entre partículas separadas en el espacio. Esto crea un problema filosófico llamado **acción a distancia**. Newton consideraba la acción a distancia como un fallo de su teoría de la gravitación, pero evitaba dar cualquier otra hipótesis. Hoy el problema se evita introduciendo el concepto de campo, que actúa como un agente intermedio. Por ejemplo, la atracción de la Tierra por el Sol se considera en dos etapas. El Sol crea una condición en el espacio que llamamos campo gravitatorio. Este campo ejerce entonces una fuerza sobre la Tierra. Del mismo modo, la Tierra produce un campo gravitatorio que ejerce una fuerza sobre el Sol. Nuestro peso es la fuerza ejercida por el campo gravitatorio de la Tierra sobre nosotros mismos. Cuando estudiemos la electricidad y el magnetismo (capítulos 21–30) analizaremos los campos eléctricos, producidos por cargas eléctricas, y magnéticos, producidos por cargas eléctricas en movimiento.

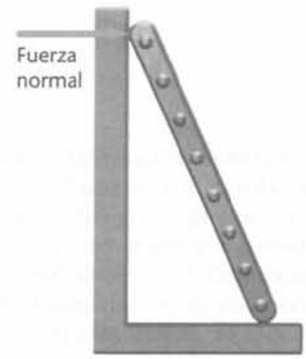


Figura 4.3 La pared sostiene la escalera ejerciendo sobre ella una fuerza normal a la pared.

Fuerzas de contacto

La mayor parte de las fuerza ordinarias que observamos sobre los objetos se ejercen por contacto directo. Estas fuerzas son de origen electromagnético y se ejercen entre las moléculas de la superficie de cada objeto.

Sólidos Si empujamos una superficie, está devuelve el empuje. Consideremos una escalera que se apoya contra una pared (figura 4.3). En la región de contacto, la escalera empuja la pared con una fuerza horizontal, comprimiendo las moléculas de la superficie de la pared. Como los muelles de un colchón, las moléculas comprimidas de la pared empujan la escalera con una fuerza horizontal. Tal fuerza, *perpendicular* a las superficies en contacto, se denomina **fuerza normal** (la denominación *normal* significa perpendicular). La superficie soporte se deforma ligeramente en respuesta a la carga, si bien esta deformación se aprecia difícilmente a simple vista.

Las fuerzas normales pueden variar dentro de un amplio intervalo de valores. Una mesa, por ejemplo, ejerce una fuerza normal dirigida hacia arriba sobre cualquier bloque que esté colocado sobre ella. A menos que el bloque sea tan pesado que la mesa se rompa, esta fuerza normal equilibrará la fuerza del peso del bloque. Además, si presionamos hacia abajo el bloque, la mesa ejercerá una fuerza soporte mayor que el peso del bloque para evitar que acelere hacia abajo.

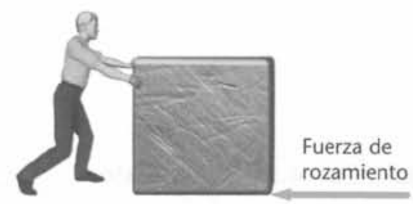


Figura 4.4 La fuerza de rozamiento ejercida por el suelo sobre el bloque se opone a su desplazamiento o a su tendencia a deslizar.

En ciertas circunstancias, los cuerpos en contacto ejercerán fuerzas entre sí que son *paralelas* a las superficies en contacto. Consideremos el bloque de la figura 4.4. Si se le empuja suavemente de lado no resbalará ya que la fuerza ejercida por el suelo se opone a que el bloque deslice. Si, en cambio, se empuja fuertemente, el bloque empezará a moverse en la dirección de la fuerza. Para mantener el movimiento es necesario ejercer continuamente una fuerza. A partir del instante en que se deja de empujar el bloque ralentiza su movimiento hasta que se para. La componente paralela de la fuerza de contacto ejercida por un cuerpo sobre otro se llama **fuerza de rozamiento**.

Aunque las fuerzas de rozamiento y normal se muestran en las figuras como si actuaran en un único punto, en realidad, se distribuyen sobre toda la región de contacto. Las fuerzas de rozamiento se tratan con más detalle en el capítulo 5.

Muelles Cuando un muelle se comprime o se alarga una pequeña cantidad Δx, la fuerza que ejerce, según se demuestra experimentalmente es

$$F_x = -k\,\Delta x \tag{4.9}$$

LEY DE HOOKE

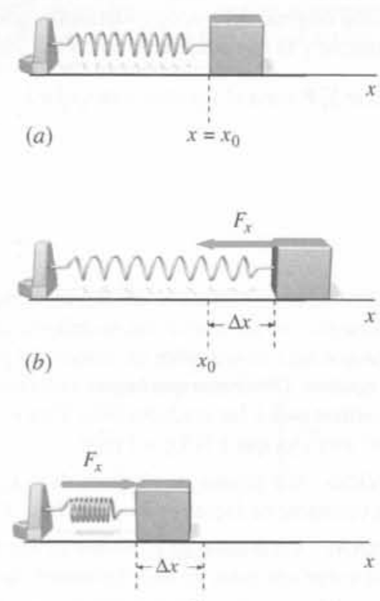
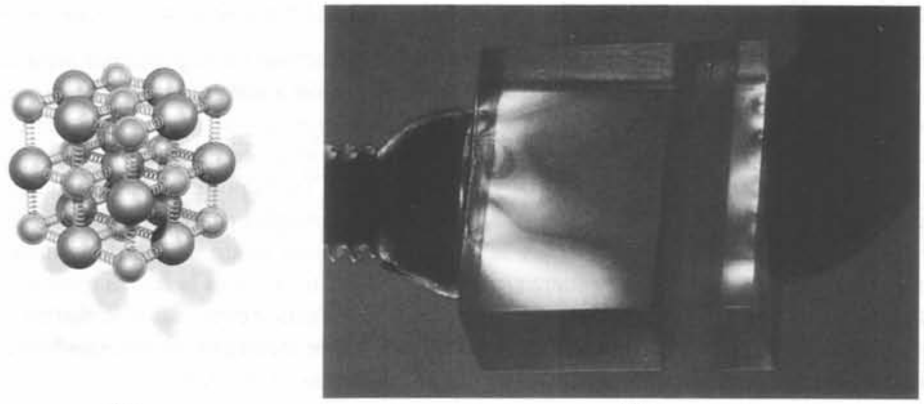


Figura 4.5 Muelle horizontal. (*a*) Cuando el muelle no está tenso, no ejerce ninguna fuerza sobre el bloque. (*b*) Cuando el muelle se estira, de modo que Δx es positivo, ejerce una fuerza de magnitud $k\,\Delta x$ en el sentido negativo de x. (*c*) Cuando el muelle se comprime, de modo que Δx es negativo, el muelle ejerce una fuerza de magnitud $k\,|\Delta x|$ en sentido positivo.

en donde k es la constante de fuerza, una medida de la rigidez del muelle (figura 4.5). El signo negativo de la ecuación 4.9 significa que cuando el muelle se estira o comprime, la fuerza que ejerce es de sentido opuesto. Esta ecuación conocida como ley de Hooke es de gran interés. Un objeto en reposo bajo la influencia de fuerzas que se equilibran, se dice que está en equilibrio estático. Si un pequeño desplazamiento da lugar a una fuerza de restitución neta hacia la posición de equilibrio, se dice que el equilibrio es estable. Para pequeños desplazamientos, casi todas las fuerzas de restitución obedecen la ley de Hooke.



(*a*) (*b*)

Figura 4.6 (*a*) Modelo de un sólido formado por átomos conectados entre sí por muelles elásticos. Los muelles son muy rígidos (constante de fuerza grande) de modo que cuando un peso actúa sobre el sólido, su deformación no es visible. Sin embargo, la compresión producida por la mordaza sobre un bloque de plástico en (*b*), da lugar a procesos elásticos que se hacen visibles mediante luz polarizada.

La fuerza molecular de atracción entre los átomos de una molécula o un sólido varía de un modo aproximadamente lineal con el cambio de su separación (para pequeños cambios); la fuerza varía de modo muy parecido al de un muelle. Por ello es frecuente representar el modelo de una molécula diatómica por dos masas conectadas por un muelle y el modelo de un sólido mediante una serie de masas conectadas por muelles como se muestra en la figura 4.6.

EJEMPLO 4.5 | El mate

Un jugador de baloncesto de 110 kg se cuelga del aro del cesto después de un mate espectacular (figura 4.7). Antes de dejarse caer, se queda colgando en reposo, con el anillo doblado hacia abajo una distancia de 15 cm. Suponiendo que el aro se comporta como un muelle elástico, calcular su constante de fuerza *k*.

Planteamiento del problema Como la aceleración del jugador es cero, la fuerza neta ejercida sobre él es nula. La fuerza hacia arriba ejercida por el aro equilibra su peso (figura 4.6). Sea $y = 0$ la posición original del aro, considerando y positiva hacia abajo. Por lo tanto, Δy es positivo, el peso mg es positivo y la fuerza ejercida por el aro, $-k\,\Delta y$ es negativa.

Aplicar $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ al jugador, y despejar k:

$$\sum F_y = w_y + F_y = ma_y$$

$$mg + (-k\,\Delta y) = 0$$

$$k = \frac{mg}{\Delta y} = \frac{(110\text{ kg})(9{,}81\text{ N/kg})}{0{,}15\text{ m}}$$

$$= \boxed{7{,}19 \times 10^3\text{ N/m}}$$

Figura 4.7

Observación Aunque el aro del cesto no se parece mucho a un muelle, el aro está colgado por una bisagra con un muelle que se deforma cuando el aro se inclina. Como resultado, la fuerza hacia arriba que hace el aro sobre las manos del jugador es proporcional a la inclinación del aro y en sentido opuesto. Obsérvese que hemos utilizado para g las unidades N/kg, de modo que kg se cancela, y obtenemos para k las unidades N/m. Para g siempre puede usarse, a nuestra conveniencia, 9,81 N/kg o 9,81 m/s^2, ya que 1 N/kg = 1 m/s^2.

Ejercicio Un racimo de plátanos de 4 kg está suspendido en reposo de una balanza de muelle, cuya constante de fuerza es $k = 300$ N/m. ¿Cuánto se ha estirado el muelle? (*Respuesta* 13,1 cm.)

Ejercicio Un muelle, de constante de fuerza 400 N/m está conectado a un bloque de 3 kg que descansa sobre una pista de aire horizontal, de modo que el rozamiento es despreciable. ¿Qué alargamiento debe experimentar el muelle para que al liberar el bloque éste posea una aceleración de 4 m/s^2? (*Respuesta* 3,0 cm.)

Ejercicio de análisis dimensional Un objeto de masa m oscila en el extremo de un muelle de constante de fuerza k. El tiempo correspondiente a una oscilación completa es el periodo T. Suponiendo que T depende de m y k, utilizar el análisis dimensional para determinar la forma de la relación $T = f(m, k)$, prescindiendo de las constantes numéricas. El método más simple es considerar las unidades. Obsérvese que las unidades de k son N/m = (kg · m/s^2)/m = kg/s^2 y las unidades de m son kg. (*Respuesta* $T = C\sqrt{m/k}$ en donde C es una constante sin dimensiones. La expresión correcta para el periodo, como veremos en el capítulo 14 es $T = 2\pi\sqrt{m/k}$.)

Cuerdas Un cuerpo se puede arrastrar y mover mediante una cuerda. Se puede suponer que una cuerda es como un muelle pero con una constante de fuerza muy grande de forma que la deformación que adquiere al aplicar una fuerza es despreciable. Las cuerdas, sin embargo no son rígidas, ya que flexionan y se tuercen y, por lo tanto, no pueden usarse para empujar objetos como lo hacen los muelles sino que únicamente pueden tirar de ellos. La magnitud de la fuerza que un trozo de una cuerda ejerce sobre otro adyacente se denomina **tensión**. Por lo tanto, si se tira de un objeto con una cuerda, la magnitud de la fuerza coincide con la tensión. En la sección 4.7 se desarrolla con más detalle el concepto de tensión en una cuerda o en una cadena.

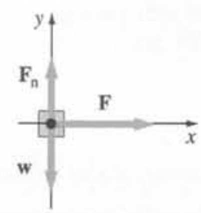
Ligaduras Un tranvía se mueve por el raíl. Un caballo de madera de una atracción se mueve en un círculo. Un trineo se mueve por la superficie de un estanque helado en un plano horizontal. Todos estos condicionantes sobre el movimiento de los objetos se denominan **ligaduras**.

4.5 Resolución de problemas: diagramas de fuerzas de sistemas aislados

Imaginemos un trineo tirado por un perro que avanza por un terreno helado. El perro tira de una cuerda ligada al trineo (figura 4.8) con una fuerza horizontal que hace que éste gane velocidad. Podemos pensar en el trineo y la cuerda como un único cuerpo. ¿Qué fuerzas actúan sobre el cuerpo trineo-cuerda? Tanto el perro como el hielo tocan el cuerpo, de modo que ambos ejercen fuerzas sobre él. También sabemos que la Tierra ejerce una fuerza gravitatoria sobre el trineo y la cuerda (el peso del cuerpo). Resumiendo, estas tres fuerzas actúan sobre el cuerpo (suponiendo el rozamiento despreciable):

1. El peso del cuerpo trineo-cuerda, **w**.
2. La fuerza de contacto $\mathbf{F}_n$ ejercida por el hielo (sin rozamiento, esta fuerza es perpendicular al hielo).
3. La fuerza de contacto **F** ejercida por el perro.

(*a*)



(*b*)

Figura 4.8 (*a*) Un perro tira de un trineo. El primer paso para resolver este problema es aislar el sistema que deseamos analizar. En este caso la curva cerrada de puntos aísla el cuerpo trineo-cuerda de sus alrededores. (*b*) Las fuerzas que actúan sobre el trineo de (*a*).

Un diagrama que muestra esquemáticamente todas las fuerzas que actúan sobre un sistema, tal como el de la figura 4.8 *b*, se denomina **diagrama del sistema aislado**. Se denomina diagrama del sistema aislado porque el objeto (el cuerpo) se dibuja sin su entorno. Para dibujar a escala los vectores fuerza en un diagrama de fuerzas de sistema aislado es necesario determinar primero, usando métodos cinemáticos, la dirección del vector aceleración. Sabemos que el objeto se mueve hacia la derecha con velocidad creciente y por lo tanto, que el vector aceleración va en la dirección de su movimiento, hacia la derecha. Obsérvese que $\mathbf{F}_n$ y **w** en el diagrama tienen magnitudes iguales. Los módulos deben ser iguales, ya que el trineo no acelera verticalmente. Como prueba de la corrección del diagrama del sistema aislado que hemos realizado, dibujamos el diagrama de la adición vectorial (figura 4.9) verificando que la suma de los vectores fuerza coincide con la dirección del vector aceleración.

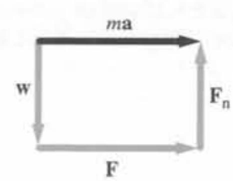


Figura 4.9

La componente x de la segunda ley de Newton da

$$\sum F_x = F_{n,x} + w_x + F_x = ma_x$$
$$0 + 0 + F = ma_x$$

o

$$a_x = \frac{F}{m}$$

La componente y de la segunda ley de Newton expresa:

$$\sum F_y = F_{n,y} + w_y + T_y = ma_y$$
$$F_n - w + 0 = 0$$

o sea,

$$F_n = w$$

En este simple ejemplo hemos determinado dos magnitudes: la aceleración horizontal ($a_x = F/m$), y la fuerza vertical $\mathbf{F}_n$ ejercida por el hielo ($F_n = w$).

EJEMPLO 4.6 | Una carrera de trineos

Durante las vacaciones de invierno, un joven participa en una carrera de trineos donde los estudiantes sustituyen a los perros. El joven comienza la carrera tirando de una cuerda atada al trineo con una fuerza de 150 N que forma un ángulo de 25° con la horizontal. La masa del cuerpo trineo-cuerda-pasajero es de 80 kg y el rozamiento entre el trineo y el hielo es despreciable. Determinar: (*a*) la aceleración del trineo y (*b*) la fuerza normal $\mathbf{F}_n$ ejercida por la superficie sobre el trineo.

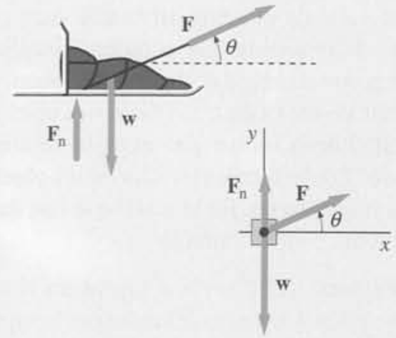


Figura 4.10

Planteamiento del problema Tres fuerzas actúan sobre el cuerpo: su peso **w**, que actúa hacia abajo; la fuerza normal $\mathbf{F}_n$, que actúa hacia arriba; y la fuerza con que el joven tira de la cuerda, **F**, en dirección 25° sobre la horizontal. Como las fuerzas no coinciden en la misma línea de dirección, estudiaremos el sistema aplicando la segunda ley de Newton a las direcciones *x* e *y* por separado. Escogemos *x* en la dirección del movimiento e *y* perpendicular al hielo.

(a) 1. Dibujamos un diagrama de fuerzas (figura 4.10*b*) del trineo. Incluye un sistema de coordenadas en el cual uno de los ejes de coordenadas apunta en la dirección de la aceleración del trineo. El objeto se mueve hacia la derecha con velocidad creciente, por lo que sabemos que la aceleración va en esa dirección:

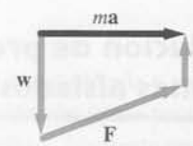


Figura 4.11

2. *Nota*: Se añaden los vectores fuerza en el diagrama (figura 4.11) para verificar que su suma va en la dirección de la aceleración:

3. Se aplica la segunda ley de Newton al objeto. Se escribe la ecuación tanto en forma vectorial como en sus componentes:

$$\mathbf{F}_n + \mathbf{w} + \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

o

$$F_{n,x} + w_x + F_x = ma_x$$
$$F_{n,y} + w_y + F_y = ma_y$$

4. Se escriben las componentes *x* de $\mathbf{F}_n$, **w**, y **F**:

$$F_{n,x} = 0, \quad w_x = 0, \quad \text{y} \quad F_x = F\cos\theta$$

5. Se sustituyen los resultados del paso 4 en la ecuación para la componente *x* del paso 3. Se resuelve para la aceleración a_x:

$$0 + 0 + F\cos\theta = ma_x$$
$$a_x = \frac{F\cos\theta}{m} = \frac{(150\text{ N})(\cos 25°)}{80\text{ kg}} = \boxed{1{,}70\text{ m/s}^2}$$

(b) 1. Se expresa la componente y de a:

$$a_y = 0$$

2. Se escriben las componentes y de $\mathbf{F}_n$, **w**, y **F**:

$$F_{n,y} = F_n, \quad w_y = -mg, \quad \text{y} \quad F_y = F\,\text{sen}\,\theta$$

3. Se sustituyen los resultados de los pasos b1 y b2 en la ecuación para la componente y del paso a3. Se resuelve entonces para F_n

$$\sum F_y = F_n - mg + F\,\text{sen}\,\theta = 0$$
$$F_n = mg - F\,\text{sen}\,\theta$$
$$= (80\text{ kg})(9{,}81\text{ N/kg}) - (150\text{ N})(\text{sen } 25°) = \boxed{721\text{ N}}$$

Observación Sólo la componente *x* de **F**, $F\cos\theta$, es la causa de la aceleración del cuerpo. Obsérvese también que el hielo soporta un peso inferior al peso total del cuerpo, pues la componente $F\,\text{sen}\,\theta$ es soportada por la cuerda.

Comprobar el resultado Si $\theta = 0$, el cuerpo es acelerado por una fuerza *F* y el hielo soporta todo su peso. Nuestros resultados concuerdan, ya que en este caso darían $a_x = F/m$ y $F_n = mg$.

Ejercicio ¿Si $\theta = 25$ cuál es la mayor fuerza *F* que puede aplicarse a la cuerda sin levantar el trineo de la superficie? (*Respuesta* $F = 1{,}86$ kN.)

El ejemplo 4.6 ilustra un método general para resolver problemas utilizando las leyes de Newton:

1. Dibujar un diagrama claro.
2. Aislar el objeto (partícula) que nos interesa y dibujar un diagrama que muestre todas las fuerzas que actúan sobre el objeto. Si existe más de un objeto de interés en el problema, dibujar un diagrama análogo para cada uno de ellos. Elegir un sistema de coordenadas conveniente para cada objeto e incluirlo en el diagrama de fuerzas para este objeto. Si se conoce la dirección de la aceleración, se elige un eje de coordenadas que sea paralelo a ella. Para objetos que resbalan o que se deslizan por una superficie, hay que escoger un eje de coordenadas paralelo a la superficie y otro perpendicular a ella.

3. Aplicar la segunda ley de Newton, $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$, en forma de componentes.
4. En problemas donde hay dos o más objetos, para simplificar las ecuaciones que se obtienen de aplicar $\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ hay que usar la tercera ley de Newton, $\mathbf{F}_{A,B} = -\mathbf{F}_{B,A}$ y todas las ligaduras.
5. Despejar las incógnitas de las ecuaciones resultantes.
6. Comprobar si los resultados tienen las unidades correctas y parecen razonables. Sustituir valores extremos en la solución es un buen sistema para comprobar si se han cometido errores.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE LAS LEYES DE NEWTON

EJEMPLO 4.7 | Descarga de un camión

¡PÓNGALO EN SU CONTEXTO!

Suponga que trabaja para una gran compañía de transporte y que debe descargar una caja enorme y frágil desde un camión usando una rampa como la que se muestra en la figura 4.12. Si la velocidad vertical con que llega la caja al final de la rampa es superior a 2,5 m/s (la velocidad que adquiere un objeto si cae desde una altura de 30,5 cm), su carga se daña. ¿Cuál es el mayor ángulo posible al que se puede instalar la rampa para conseguir una descarga segura? La rampa debe superar un metro de altura, está formada por rodillos (se puede suponer que no ejerce rozamiento) y está inclinada con la horizontal un ángulo ϑ.

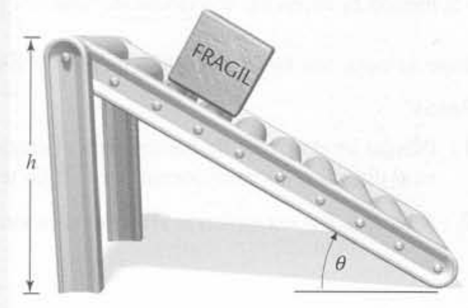


Figura 4.12

Planteamiento del problema Sobre la caja actúan dos fuerzas, el peso $\mathbf{w}$ y la fuerza normal $\mathbf{F}_n$. Como estas fuerzas no son paralelas no pueden sumar cero, con lo cual, hay una fuerza resultante sobre el objeto que lo acelera. La rampa hace que la caja se mueva paralela a su superficie, por lo que elegimos la dirección de la pendiente de la rampa como la dirección x. Para determinar la aceleración aplicamos la segunda ley de Newton a la caja. Cuando sepamos el valor de la aceleración, podremos usar un cálculo cinemático para determinar el mayor ángulo de la pendiente para el que podemos asegurar una descarga segura.

1. Se establece una relación entre la componente hacia abajo de la velocidad de la caja y la velocidad v a lo largo de la rampa:
$$v_d = v \text{ sen } \theta$$

2. La velocidad v está relacionada con el desplazamiento Δx a lo largo de la rampa mediante la ecuación cinemática siguiente:
$$v^2 = v_0^2 + 2a_x \Delta x$$

3. Para determinar a_x aplicamos a la caja la segunda ley de Newton ($\Sigma F_x = ma_x$). Dibujamos el diagrama de la figura 4.13 donde vemos que actúan dos fuerzas, el peso y la normal. Elegimos la dirección de la aceleración, en la dirección de la rampa hacia abajo, como dirección $+x$:

Nota: Como se ve en el diagrama, el ángulo entre $\mathbf{w}$ y el sentido negativo del eje y es el mismo que el ángulo entre la pendiente de la rampa y la horizontal. También se puede ver que $w_x = w \text{ sen } \theta$.

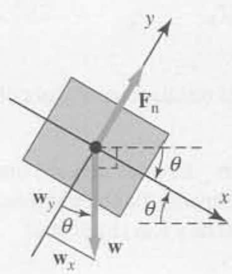


Figura 4.13

4. Se aplica la segunda ley de Newton y se obtiene:
$$F_{n,x} + w_x = ma_x$$
donde

Nota: F_n es perpendicular al eje x y $w = mg$.
$$F_{n,x} = 0 \quad \text{y} \quad w_x = w \text{ sen } \theta = mg \text{ sen } \theta$$

5. Se sustituye y despeja la aceleración obteniendo:
$$0 + mg \text{ sen } \theta = ma_x$$
por lo que
$$a_x = g \text{ sen } \theta$$

6. Se sustituye a_x en la ecuación cinemática (paso 2), haciendo $v_0 = 0$, con lo cual:
$$v^2 = 2g \text{ sen } \theta \, \Delta x$$

7. De la figura 4.12 se ve que cuando Δx es la longitud de la rampa, $\Delta x \text{ sen } \theta = h$, donde h es la altura de la rampa:
$$v^2 = 2gh$$

8. Mediante el uso de $v_d = v \text{ sen } \theta$, se obtiene para v_d:
$$v_d = \sqrt{2gh} \text{ sen } \theta$$

9. Se despeja el ángulo máximo y se obtiene:
$$2{,}5 \text{ m/s} = \sqrt{2(9{,}81 \text{ m/s}^2)(1{,}0 \text{ m})} \text{ sen } \theta_{\text{máx}}$$
$$\theta_{\text{máx}} = \boxed{34{,}4°}$$

Observación La aceleración por la rampa hacia abajo es constante e igual a g sen θ. Asimismo, la velocidad v al final de la rampa ($v = \sqrt{2gh}$) no depende del ángulo θ

Ejercicio Aplicar $\Sigma F_y = ma_y$ a la caja y demostrar que $F_n = mg \cos \theta$.

EJEMPLO 4.8 | Colgando un cuadro

¡INTÉNTELO USTED MISMO!

Un cuadro que pesa 8 N se aguanta mediante dos cables que ejercen tensiones T_1 y T_2, tal como indica la figura 4.14. Determinar la tensión de los dos cables.

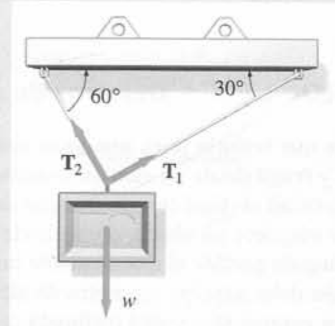


Figura 4.14

Planteamiento del problema Como el cuadro no posee aceleración, la fuerza neta que actúa sobre el mismo debe ser nula. Las tres fuerzas que actúan sobre el cuadro, su peso mg, la tensión T_1 y la tensión T_2 deben dar una resultante nula.

Tape la columna de la derecha e intente resolverlo usted mismo

Pasos	Respuestas
1. Dibujar un diagrama de fuerzas para el cuadro (figura 4.15). Mostrar en el diagrama las componentes x e y de las tensiones.	
2. Aplicar Σ **F** = m**a** en forma vectorial al cuadro.	$\mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 + \mathbf{w} = m\mathbf{a}$
3. Descomponer cada fuerza en sus componentes x e y. Así se obtienen dos ecuaciones para las incógnitas T_1 y T_2.	$T_{1,x} + T_{2,x} + w_x = 0$ $T_{1,y} + T_{2,y} + w_y = 0$ $T_1 \cos 30° - T_2 \cos 60° + 0 = 0$ $T_1 \text{ sen } 30° - T_2 \text{ sen } 60° - w = 0$
4. Resolver la ecuación de la componente x para T_2 en función de T_1.	$T_2 = T_1 \dfrac{\cos 30°}{\cos 60°} = T_1\sqrt{3}$
5. Aplicar el valor de T_2 en la ecuación de la componente y del paso 3 y despejar T_1.	$T_1 \text{ sen } 30° + (T_1\sqrt{3}) \text{ sen } 60° - \text{w} = 0$ $T_1 = \frac{1}{2}\text{w} = \boxed{4 \text{ N}}$
6. Utilizar el resultado de T_1 para obtener T_2.	$T_2 = T_1\sqrt{3} = \boxed{6{,}93 \text{ N}}$

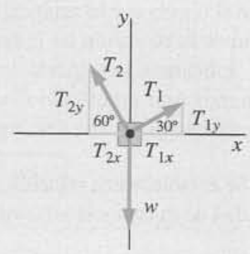


Figura 4.15

Observación El cable más próximo a la vertical es el que soporta la mayor contribución del peso, como era de esperar. También vemos que $T_1 + T_2 > 8$N. La fuerza "extra" es debida a los cables que tiran a la derecha y a la izquierda.

EJEMPLO 4.9 | Un avión que acelera

Cuando un avión acelera en la pista del aeropuerto para despegar, un viajero decide determinar su aceleración mediante su yo-yo y comprueba que la cuerda del mismo forma un ángulo de 22° con la vertical (figura 4.16*a*). (*a*) ¿Cuál es la aceleración del avión? (*b*) Si la masa del yo-yo es de 40 g, ¿cuál es la tensión de la cuerda?

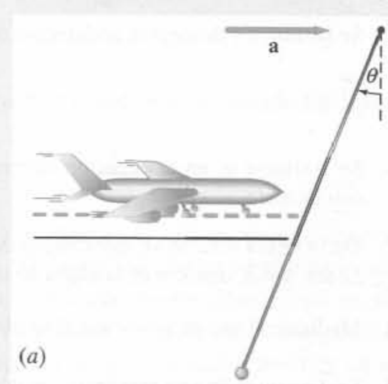


Figura 4.16

Planteamiento del problema El avión y el yo-yo tienen la misma aceleración hacia la derecha. La fuerza neta del yo-yo es en la dirección de su aceleración. Esta fuerza viene suministrada por la componente horizontal de la tensión **T**. La componente vertical de **T** equilibra el peso del yo-yo. Elegimos un sistema de coordenadas en el cual la dirección x es paralela al vector aceleración **a** y la dirección y es vertical. Expresando la ley de Newton para ambas direcciones x e y se obtienen dos ecuaciones que nos permiten calcular las dos incógnitas, a y T.

(a) 1. Dibujar un diagrama de fuerzas para el yo-yo (figura 4.16*b*). Elegir la dirección positiva del eje x en la dirección de la aceleración.

2. Aplicar $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ según el método de las componentes para el yo-yo:

$$T_x + w_x = ma_x$$
$$T \text{ sen } \theta + 0 = ma_x$$
o
$$T \text{ sen } \theta = ma_x$$

3. Aplicar $\Sigma F_y = ma_y$ al yo-yo. Mediante la trigonometría y $w = mg$, simplificar (figura 4.16*c*). La aceleración apunta en la dirección positiva del eje x, por lo tanto $a_y = 0$:

$$T_y = w_y = ma_y$$
$$T \cos \theta - mg = 0$$
o
$$T \cos \theta = mg$$

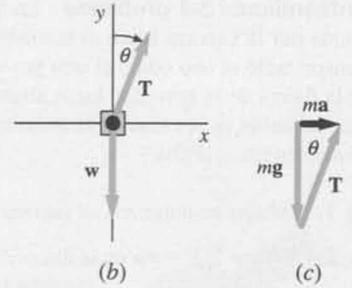


Figura 4.16

4. Dividir el resultado del paso 2 por el del paso 3 y despejar la aceleración. El vector aceleración señala en la dirección positiva del eje x, con lo que $a = a_x$:

$$\frac{T \text{ sen } \theta}{T \cos \theta} = \frac{ma_x}{mg}$$
o
$$a = g \text{ tg } \theta = (9{,}81 \text{ m/s}^2) \text{ tg } 22° = \boxed{3{,}96 \text{ m/s}^2}$$

(b) Despejar la tensión, usando el resultado del paso 3:

$$T = \frac{mg}{\cos \theta} = \frac{(0{,}04 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2)}{\cos 22°} = \boxed{0{,}423 \text{ N}}$$

Observación T es mayor que el peso del yo-yo ($mg = 0{,}392$ N), ya que la cuerda no sólo evita que caiga el yo-yo, sino que también lo acelera en dirección horizontal. En este caso utilizaremos para g las unidades m/s^2, ya que estamos calculando una aceleración.

Comprobar el resultado Para $\theta = 0$, resulta $T = mg$ y $a = 0$.

Ejercicio ¿Para qué aceleración a la tensión de la cuerda sería igual a 3 mg? ¿Cuánto valdría θ en este caso? (*Respuestas* $a = 27{,}8$ m/s^2, $\theta = 70{,}5°$.)

El ejemplo siguiente aplica las leyes de Newton a objetos que están en reposo relativo respecto a un sistema de referencia acelerado.

EJEMPLO 4.10 | Su peso en un ascensor

Un hombre de 80 kg está de pie sobre una balanza de muelle sujeta al suelo de un ascensor. La balanza está calibrada en newtons. ¿Qué peso indicará la balanza cuando (*a*) el ascensor se mueve con aceleración *a* hacia arriba; (*b*) el ascensor se mueve con aceleración descendente *a'*; (*c*) el elevador se mueve hacia arriba a 20 m/s, mientras su velocidad decrece a razón de 8 m/s²?

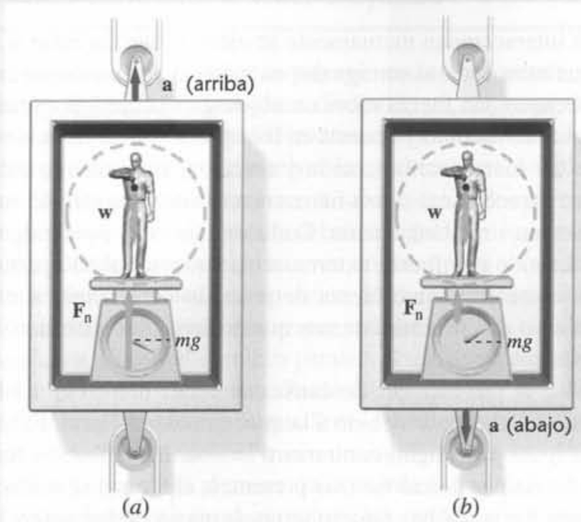


Figura 4.17

Planteamiento del problema La lectura de la balanza es el módulo de la fuerza normal F_n ejercida por la balanza sobre el hombre (figura 4.17). Como el hombre está en reposo respecto al ascensor, tanto el uno como el otro poseen la misma aceleración. Sobre el hombre actúan dos fuerzas: la fuerza de la gravedad hacia abajo, mg y la fuerza normal de la balanza, F_n, hacia arriba. La suma de ambas es la causa de la aceleración observada sobre el hombre. Elegiremos como positiva la dirección hacia arriba.

(a) 1. Dibujar un diagrama de fuerzas para el hombre:

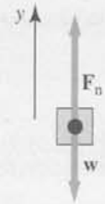


Figura 4.18

2. Aplicar $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ en la dirección y:

$$F_{n,y} + w_y = ma_y$$
$$F_n - mg = ma$$

3. Despejar F_n. Esta es la lectura de la balanza (el peso aparente del hombre):

$$F_n = mg + ma = \boxed{m(g+a)}$$

(b) 1. Aplicar $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ en la dirección y para el caso en que el ascensor acelera hacia abajo con aceleración a':

$$F_{n,y} + w_y = ma_y$$
$$F_n - mg = m(-a')$$

2. Despejar F_n:

$$F_n = mg - ma' = \boxed{m(g-a')}$$

(c) 1. Aplicar $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ en la dirección y. Obsérvese que la aceleración del ascensor está dirigida hacia abajo:

$$F_{n,y} + w_y = ma_y$$

2. Despejar F_n:

$$F_n - mg = ma_y$$
$$F_n = m(g + a_y) = (80\text{ kg})(9{,}81\text{ m/s}^2 - 8{,}00\text{ m/s}^2) = \boxed{145\text{ N}}$$

Observación Cuando el ascensor acelera hacia arriba, ya sea en su ascenso o descenso, el peso aparente del hombre es mayor que mg en la cantidad ma. Para el hombre todo ocurre como si la gravedad se incrementase de g a $g + a$. Cuando el ascensor acelera hacia abajo, el peso aparente del hombre es menor que mg en la cantidad ma'. El hombre se siente más ligero, como si la gravedad fuera $g - a'$. Si $a' = g$, el ascensor estaría en caída libre y el hombre experimentaría la ingravidez.

Ejercicio Un ascensor que desciende a la planta baja llega a una parada con una aceleración de 4 m/s^2. Si una persona de 70 kg se encuentra sobre una balanza en el interior de este ascensor, ¿qué peso marcará la balanza cuando el ascensor está deteniéndose? (*Respuesta* 967 N.)

Ejercicio Un hombre está sobre una balanza dentro de un ascensor que tiene una aceleración ascensional a. La balanza mide 960 N. El hombre coge una caja de 20 kg. y la balanza mide entonces 1200 N. Determinar la masa del hombre, su peso, y la aceleración a.

4.6 La tercera ley de Newton

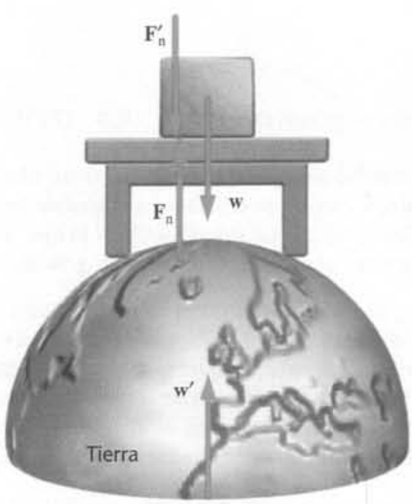


Figura 4.19

Cuando dos cuerpos interaccionan mutuamente se ejercen fuerzas entre sí. La tercera ley de Newton establece que estas fuerzas son iguales en módulo y van en direcciones opuestas. Es decir, si un objeto A ejerce una fuerza sobre un objeto B, el objeto B ejerce una fuerza sobre el objeto A que es igual en módulo y opuesta en dirección. Así las fuerzas se dan en pares. Es común referirse a estas fuerzas como acción y reacción, sin embargo esta terminología es desafortunada porque parece como si una fuerza reaccionara a la otra, lo cual no es cierto, ya que ambas fuerzas actúan simultáneamente. **Cada una de ellas puede denominarse acción o bien reacción.** Si cuando una fuerza externa actúa sobre un objeto particular la llamamos fuerza de acción, la correspondiente fuerza de reacción debe actuar sobre un objeto diferente. Así en ningún caso dos fuerzas externas que actúan sobre un único objeto constituyen un par acción-reacción.

En la figura 4.19 se ve una caja que descansa encima de una mesa. La fuerza hacia abajo que actúa sobre la caja es el peso $\mathbf{w}$ debido a la atracción de la Tierra. El bloque ejerce sobre la Tierra una fuerza igual y de signo contrario $\mathbf{w}' = -\mathbf{w}$. Estas fuerzas forman pues un par acción-reacción. Si fueran las únicas fuerzas presentes, el bloque se aceleraría hacia abajo y la Tierra se aceleraría hacia arriba. Sin embargo, la mesa ejerce sobre la caja una fuerza hacia arriba $\mathbf{F}_n$ que compensa el peso. La caja también ejerce una fuerza sobre la mesa $\mathbf{F}_n' = -\mathbf{F}_n$ hacia abajo. Las fuerzas $\mathbf{F}_n$ y $\mathbf{F}_n'$ forman un par acción-reacción.

Ejercicio ¿Las fuerzas **w** y $\mathbf{F}_n$ de la figura 4.19 forman un par acción-reacción? (*Respuesta* No, no lo forman. Estas fuerzas son externas y ambas actúan sobre el mismo objeto, la caja. Por lo tanto no pueden constituir un par acción-reacción.)

EJEMPLO 4.11 | El caballo y el carro

El caballo de la figura 4.20*a* rechaza tirar del carro porque razona: "de acuerdo con la tercera ley de Newton, cualquiera que sea la fuerza que ejerza sobre el carro, éste ejercerá una fuerza igual y de sentido contrario sobre mi, por lo que la fuerza neta será cero y no habrá ninguna opción para acelerarlo". ¿Dónde está la incorrección en este argumento?

Planteamiento del problema Estamos interesados en el movimiento del carro, y, por lo tanto, dibujamos un diagrama de fuerzas para él (figura 4.20*b*). La fuerza ejercida por el caballo en los arreos se designa por **F**. (Los arreos están atados al carro, por lo que los consideramos como parte del carro.) Hay otras fuerzas que actúan sobre el carro, como el peso **w**, la fuerza que ejerce el suelo $\mathbf{F}_n$, y la fuerza horizontal ejercida por el pavimento, **f** (fuerza de rozamiento).

1. Dibujar el diagrama de fuerzas para el carro (véase la figura 4.20*c*). El carro no acelera verticalmente, por lo que la suma de fuerzas en la dirección vertical es cero. Las fuerzas horizontales son **F** que va hacia la derecha y **f** que va hacia la izquierda. El carro acelerará si **F** > **f**.
2. Nótese que la fuerza de reacción a **F**, que denominamos **F′** se ejerce sobre el caballo, no sobre el carro (figura 4.20*d*), y no tiene ningún efecto sobre el movimiento del carro, sino que afecta al movimiento del caballo. Si el caballo acelera hacia la derecha, debe haber una fuerza $\mathbf{F}_P$ (hacia la derecha) ejercida por el pavimento sobre las pezuñas del caballo mayor que **F′**.

Observación Este ejemplo ilustra la importancia de dibujar un diagrama de fuerzas cuando se resuelven problemas de mecánica. Si el caballo lo hubiera hecho, hubiera comprendido que le bastaba con empujar con fuerza sobre el pavimento para que éste le proporcionara la fuerza para moverlo hacia delante.

Ejercicio Colóquese frente a un amigo y pongan las palmas de sus manos una contra otra. ¿Su amigo puede ejercer sobre usted fuerza si usted no se resiste? Inténtelo.

Ejercicio Verdadero o falso: La fuerza ejercida por el carro sobre el caballo es igual y opuesta a la fuerza ejercida por el caballo sobre el carro, pero sólo cuando el caballo y el carro no aceleran. (*Respuesta* ¡Falso! Un par de fuerzas acción-reacción describe la interacción entre dos objetos. Una fuerza no puede existir sin la otra. Ambas son *siempre* iguales y opuestas.)

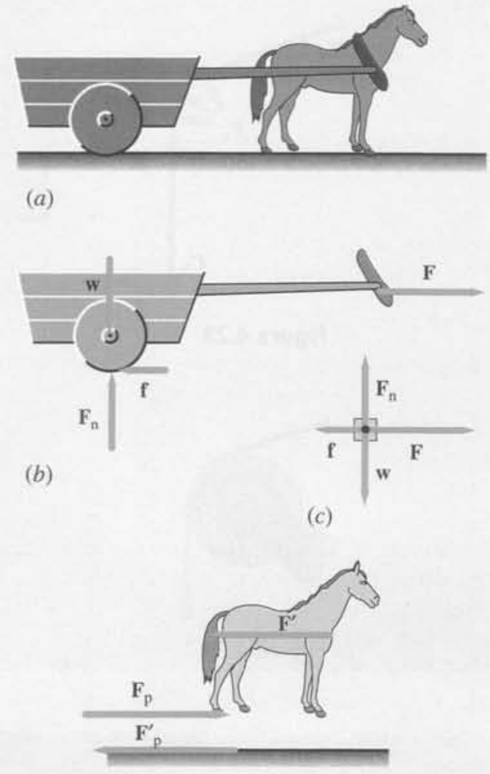


Figura 4.20

4.7 Problemas con dos o más objetos

Algunos problemas tratan de dos o más cuerpos que están en contacto o conectados a una cuerda o muelle. Estos problemas se resuelven dibujando un diagrama de fuerzas para cada cuerpo y después aplicando la segunda ley de Newton a cada uno de ellos. Las ecuaciones resultantes, junto con otras ecuaciones que describen las restricciones establecidas, se resuelven simultáneamente para las fuerzas o aceleraciones desconocidas. Si los cuerpos están en contacto directo, las fuerzas que se ejercen mutuamente deben ser iguales y opuestas, como establece la tercera ley de Newton. Dos cuerpos que se mueven en línea recta y que estén conectados por una cuerda tensa deben tener la misma componente de la aceleración paralela a la cuerda, ya que el movimiento paralelo a ésta de ambos cuerpos es idéntico. Si la cuerda pasa por una pinza o polea, la frase "paralela a la cuerda" significa paralela al segmento atado al objeto.

Consideremos el movimiento de Steve y Paul en la figura 4.21. La velocidad con la cual Paul baja se iguala con la velocidad con la que Steve resbala por el glaciar, es decir, la componente de la velocidad de Paul paralela al tramo de cuerda al que está sujeto se iguala con la componente de la velocidad paralela al tramo de la cuerda al que está sujeto Steve. Estas dos componentes de la velocidad deben ser siempre iguales y si Steve y Paul varían su velocidad lo deben hacer al unísono. Lo mismo ocurre con las componentes de la aceleración paralelas a la cuerda.

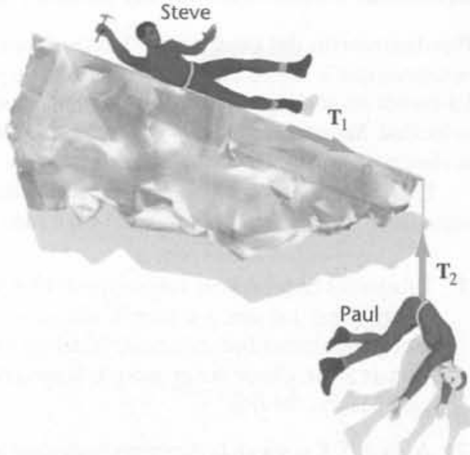


Figura 4.21

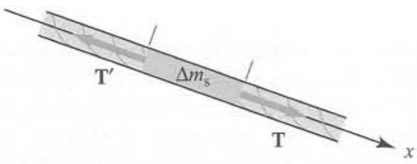


Figura 4.22

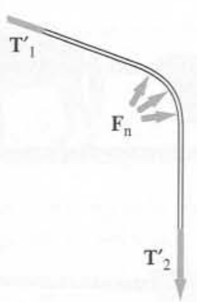


Figura 4.23

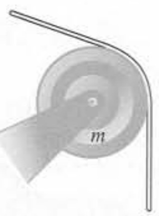


Figura 4.24

La tensión en una cadena o una cuerda es el módulo de la fuerza que un segmento de la cuerda ejerce sobre el inmediatamente contiguo. La tensión puede variar a través de la cuerda, como en el caso de una cuerda que cuelga del techo de un gimnasio, donde la tensión en el trozo que está junto al techo es mayor, ya que en esa zona se aguanta también el peso de toda la cuerda. Sin embargo, en los problemas que trataremos en este libro, no se suele considerar la masa de las cuerdas y de las cadenas, ya que se suponen pequeñas, de forma que la variación en la tensión debida al peso de la cuerda o de la cadena es despreciable y, por lo tanto, también se desprecian las variaciones en la tensión debidas a alguna aceleración de la cuerda. Para verlo, consideremos el diagrama de la figura 4.22, donde se muestra la cuerda a la que está atado Steve, donde Δm_s es la masa del segmento de cuerda.

Aplicando la segunda ley de Newton a este segmento se obtiene $T - T' = \Delta m_s a_x$. Si la masa del segmento de cuerda es despreciable, entonces $T = T'$ y no se necesita una fuerza neta para darle una aceleración. (Es decir, sólo se necesita una diferencia de tensión despreciable para dar a un trozo de cuerda de masa despreciable una aceleración finita.)

Ahora consideramos toda la cuerda que une a Steve y Paul. Si despreciamos la gravedad, sobre la cuerda actúan tres fuerzas. Steve y Paul, cada uno, ejercen una fuerza, como también lo hace el hielo del borde del glaciar. Despreciar cualquier rozamiento entre el hielo y la cuerda significa que la fuerza ejercida por el hielo siempre es una fuerza normal (véase la figura 4.23), y una fuerza normal nunca tiene una componente a lo largo de la cuerda, por lo que no puede producir ningún cambio en la tensión. Así la tensión es la misma en toda la cuerda. En resumen, si una cuerda de masa despreciable cambia de dirección pasando por una superficie sin rozamiento, la tensión es la misma en toda la cuerda.

Ejercicio Supongamos que la cuerda del ejemplo anterior, en vez de pasar por el borde de un glaciar, pase por una polea que tiene unos cojinetes que no ejercen rozamiento, como se muestra en la figura 4.24. ¿La tensión será la misma a lo largo de toda la cuerda? (*Respuesta* No. Una cosa es que no haya rozamiento entre los cojinetes y la polea, pero otra cosa es que la polea tenga masa, es decir, inercia. Para cambiar la velocidad de rotación de la polea se necesita una diferencia de tensión.)

EJEMPLO 4.12 | Los escaladores

Paul (masa m_P) se cae por el borde de un glaciar. Afortunadamente está atado mediante una larga cuerda a Steve (masa m_S), que lleva un piolet. Antes de que Steve clave su piolet para detener el movimiento, desliza sin rozamiento por la superficie de hielo, atado a Paul por una cuerda (figura 4.21). Se supone que tampoco existe rozamiento entre la cuerda y el acantilado. Determinar la aceleración de cada persona y la tensión de la cuerda.

Planteamiento del problema Las tensiones de la cuerda $\mathbf{T}_1$ y $\mathbf{T}_2$ son de igual módulo T porque se supone que la cuerda es de masa despreciable y el acantilado se supone que carece de rozamiento. La cuerda no se alarga ni se encoge, de modo que Paul y Steve tienen siempre el mismo módulo de velocidad. Sus aceleraciones a_P y a_S son, por lo tanto, iguales en módulo, pero no en dirección. Steve acelera por la superficie del glaciar, mientras que Paul lo hace verticalmente hacia abajo.

La aceleración de cada persona está relacionada con las fuerzas que actúan sobre él por la segunda ley de Newton. Aplicar $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ a cada una y despejar la aceleración y la tensión.

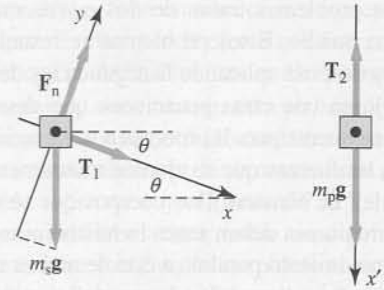


Figura 4.25

1. Dibujar los diagramas de fuerzas que actúan aisladamente sobre Paul y Steve. Poner los ejes x e y en el diagrama correspondiente a Steve, escogiendo como dirección positiva del eje x la dirección de la aceleración de Steve. Elegir la dirección de la aceleración de Paul como dirección positiva del eje x'

2. Aplicar $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ en la dirección horizontal a Steve: $F_{n,x} + T_{1,x} + m_S g_x = m_S a_{S,x}$

3. Aplicar $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ a Paul: $T_{2,x'} + m_P g_{x'} = m_P a_{P,x'}$

4. Ambos se mueven en línea recta y están unidos por un segmento de cuerda que no se estira, por lo tanto las aceleraciones de Paul y de Steve están relacionadas. Expresar esta relación: $a_{P,x} = a_{S,x} = a_x$

5. Dado que la cuerda tiene una masa despreciable y resbala sobre el hielo con rozamiento despreciable, las fuerzas $\mathbf{T}_1$ y $\mathbf{T}_2$ están relacionadas. Expresar esta relación: $T_2 = T_1 = T$

6. Sustituir los resultados de los pasos 4 y 5 en las ecuaciones del paso 2 y del paso 3:
$$T + m_S g \text{ sen } \theta = m_S a_x$$
$$-T + m_P g = m_P a_x$$

7. Resolver las ecuaciones del paso 6 para la aceleración eliminando T y despejando a_x:
$$a_x = \boxed{\frac{m_S \text{ sen } \theta + m_P}{m_S + m_P} g}$$

8. Sustituir el resultado del paso 7 en las dos ecuaciones del paso 6 y despejar T:
$$T = \boxed{\frac{m_S m_P}{m_S + m_P}(1 - \text{sen } \theta) g}$$

Observación En el paso 3 se elige la dirección hacia abajo como positiva para que la solución sea lo más simple posible. Con esta aceleración, cuando Steve se mueve en dirección positiva (hacia la derecha), Paul se mueve también en dirección positiva (hacia abajo).

Comprobar el resultado Si m_P es mucho mayor que m_S, es de esperar que la aceleración sea aproximadamente igual a g y la tensión aproximadamente cero. Sustituyendo $m_s = 0$ realmente nos da $a = g$ y $T = 0$. Si m_p es mucho menor que m_s, esperamos que la aceleración sea aproximadamente g sen θ (véase el ejemplo 4.8) y que la tensión sea cero. Sustituyendo $m_p = 0$ en los pasos 7 y 8, obtenemos $a_x = g$ sen θ y $T = 0$. Comprobamos nuestras respuestas en el valor límite de la pendiente ($\theta = 90°$) y obtenemos $a_x = g$ y $T = 0$. Esto parece correcto ya que si $\theta = 90°$ Steve y Paul experimentan una caída libre.

Ejercicio (*a*) Determinar la aceleración si $\theta = 15°$ y las masas son $m_S = 78$ kg y $m_P = 92$ kg. (*b*) Determinar la aceleración si los valores de estas dos masas se intercambian. (*Respuestas* (*a*) $a_x = 0{,}660g$, (*b*) $a_x = 0{,}599g$.)

EJEMPLO 4.13 | Construyendo una estación espacial

¡INTÉNTELO USTED MISMO!

Un astronauta que construye una estación espacial empuja un bloque de masa m_1 con una fuerza $\mathbf{F}_A$. Este bloque está en contacto directo con un segundo bloque de masa m_2 (figura 4.26). (*a*) ¿Cuál es la aceleración de las cajas? (*b*) ¿Cuál es el módulo de la fuerza ejercida por una caja sobre la otra?

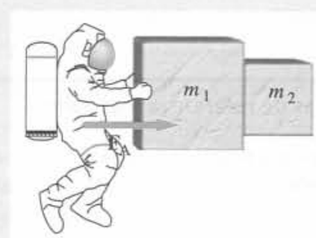


Figura 4.26

Planteamiento del problema Sea $\mathbf{F}_{2,1}$ la fuerza ejercida por m_2 sobre m_1 y $\mathbf{F}_{1,2}$ la fuerza ejercida por m_1 sobre m_2. Estas fuerzas son iguales y opuestas ($\mathbf{F}_{2,1} = -\mathbf{F}_{1,2}$), de manera que $F_{2,1} = F_{1,2}$. Aplicar la segunda ley de Newton a cada bloque por separado y tener en cuenta que las aceleraciones a_1 y a_2 son iguales.

Tape la columna de la derecha e intente resolverlo usted mismo

Pasos — **Respuestas**

(a) 1. Dibujar los diagramas de fuerzas de cada uno de los dos bloques (figura 4.27).

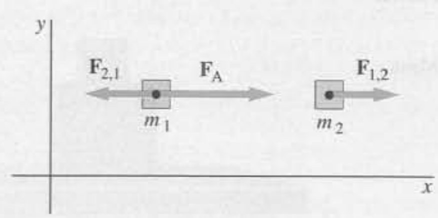


Figura 4.27

2. Aplicar $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ al primer bloque. $F_A - F_{2,1} = m_1 a_{1,x}$

3. Aplicar $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ al segundo bloque. $F_{1,2} = m_2 a_{2,x}$

4. Expresar la relación entre las dos aceleraciones y la relación entre los módulos de las fuerzas que se ejercen los bloques entre sí.
$$a_{2,x} = a_{1,x} = a_x$$
$$F_{2,1} = F_{1,2} = F$$

5. Sustituir estas relaciones en los resultados de los pasos 2 y 3 y despejar a_x.
$$a = \boxed{\frac{F_A}{m_1 + m_2}}$$

(b) Sustituir la expresión para a_x en los pasos 2 o 3 y despejar F.
$$F = \boxed{\frac{m_2}{m_1 + m_2} F_A}$$

Observación El resultado del paso 5 es el mismo que obtendríamos si la fuerza F_A actuase sobre una sola masa igual a la suma de las masas de los dos bloques. En efecto, como las dos masas tienen igual aceleración, podemos considerarlas como un sistema único de masa $m_1 + m_2$.

Ejercicio (*a*) Determinar la aceleración y la fuerza de contacto si $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 3$ kg y $F_A = 12$ N. (*b*) Determinar la fuerza de contacto para el caso en que los bloques se intercambian de modo que el primer bloque tiene una masa de 3 kg y el segundo bloque una masa de 2 kg. (*Respuestas* (*a*) $a_x = 2{,}4\ \mathrm{m/s^2}$, $F = 7{,}2$ N, (*b*) $F = 4{,}8$ N.)

Resumen

1 Las leyes del movimiento de Newton son leyes fundamentales de la naturaleza que constituyen la base de la mecánica.

2 La masa es una propiedad *intrínseca* de todo cuerpo.

3 La fuerza es una importante magnitud dinámica *derivada*.

TEMA	OBSERVACIONES Y ECUACIONES RELEVANTES
1. Leyes de Newton	
Primera ley	Un objeto en reposo permanece en reposo a menos que sobre él actúe una fuerza externa neta. Un objeto en movimiento continúa moviéndose con velocidad constante a menos que sobre él actúe una fuerza externa neta. (Los sistemas de referencia en los que esto ocurre se llaman sistemas de referencia inerciales.)
Segunda ley	El módulo de la aceleración es proporcional al módulo de la fuerza neta externa $\mathbf{F}_{\text{neta}}$, de acuerdo con $\mathbf{F}_{\text{neta}} = m\mathbf{a}$, donde m es la masa del objeto. La fuerza neta que actúa sobre un objeto, también denominada fuerza resultante, es la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre él: $\mathbf{F}_{\text{neta}} = \Sigma\mathbf{F}$. Así: $$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \qquad (4.1)$$
Tercera ley	Las fuerzas se dan siempre por pares, iguales y opuestas. Si el objeto A ejerce una fuerza sobre el objeto B, una fuerza igual y opuesta ejerce el objeto B sobre el A. $$\mathbf{F}_{\text{A, B}} = -\mathbf{F}_{\text{B, A}} \qquad (4.2)$$
2. Sistemas de referencia inerciales	Las leyes de Newton sólo son válidas en un sistema de referencia inercial, es decir un sistema de referencia para el cual un objeto en reposo permanece en reposo si no hay una fuerza neta que actúe sobre el objeto. Cualquier sistema de referencia que se mueva con velocidad constante relativa a un sistema de referencia inercial es también un sistema de referencia inercial. Un sistema de referencia que se mueve con aceleración relativa a un sistema inercial no es un sistema de referencia inercial. Un sistema de referencia ligado a la Tierra es aproximadamente un sistema de referencia inercial.
3. Fuerza, masa y peso	
Fuerza	La fuerza se define en función de la aceleración que produce a un determinado objeto. Una fuerza de 1 newton (N) es la fuerza que produce una aceleración de 1 $\mathrm{m/s^2}$ sobre una masa de 1 kilogramo (kg).
Masa	La masa es la propiedad intrínseca de un objeto que mide su resistencia a la aceleración. La masa no depende de la localización del objeto. Las masas de dos objetos pueden compararse aplicando la misma fuerza a cada uno de los objetos y midiendo sus aceleraciones. La relación de las masas de los objetos es igual a la relación inversa de las aceleraciones producidas por la misma fuerza: $$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2} \qquad (4.3)$$
Peso	El peso $\mathbf{w}$ de un objeto es la fuerza de atracción gravitatoria ejercida por la Tierra sobre el objeto. Es proporcional a la masa m del objeto y a la intensidad del campo gravitatorio $\mathbf{g}$ o aceleración de la caída libre debida a la gravedad. $$\mathbf{w} = m\mathbf{g} \qquad (4.4)$$ El peso no es una propiedad intrínseca de un objeto; depende de la localización del objeto.

4. Fuerzas fundamentales		Todas las fuerzas observadas en la naturaleza pueden explicarse en función de cuatro interacciones fundamentales: 1 La fuerza gravitatoria. 2 La fuerza electromagnética. 3 La fuerza nuclear fuerte (llamada también fuerza hadrónica). 4 La fuerza nuclear débil.
5. Fuerzas de contacto		Las fuerzas de contacto de soporte y rozamiento y las ejercidas por muelles y cuerdas, son debidas a las fuerzas moleculares que surgen de la fuerza electromagnética básica.
Ley de Hooke		Cuando un muelle se comprime o se alarga en una pequeña cantidad Δx, la fuerza que ejerce es proporcional a Δx: $F_x = -k\,\Delta x$ **(4.9)**

Problemas

- ● Concepto simple, un solo paso, relativamente fácil.
- ●● Nivel intermedio, puede exigir síntesis de conceptos.
- ●●● Desafiante, para alumnos avanzados.
- SSM La solución se encuentra en el *Student Solutions Manual*.
- i Problemas que pueden encontrarse en el servicio iSOLVE de tareas para casa.
- i ✓ Estos problemas del servicio "Checkpoint" son problemas de control, que impulsan a los estudiantes a describir cómo se llega a la respuesta y a indicar su nivel de confianza.

En algunos problemas se dan más datos de los realmente necesarios; en otros pocos, deben extraerse algunos datos a partir de conocimientos generales, fuentes externas o estimaciones lógicas.

Usar en todos los problemas $g = 9{,}81$ m/s² para la aceleración de la gravedad y despreciar, a menos que se indique lo contrario, el rozamiento y la resistencia del aire.

Problemas conceptuales

1 ●● SSM ¿Cómo se puede saber si un sistema de referencia determinado es un sistema de referencia inercial?

2 ●● Suponga que usted observa un objeto desde un determinado sistema de referencia y encuentra que cuando sobre él no actúan fuerzas el cuerpo tiene una aceleración **a**. ¿Cómo puede usar esta información para encontrar un sistema de referencia inercial?

3 ● Si cuando se estudia un cuerpo desde un sistema de referencia inercial no se observa aceleración, ¿se puede concluir que sobre él no actúan fuerzas?

4 ● SSM Si sobre un objeto actúa una única fuerza distinta de cero, ¿debe tener una aceleración relativa a cualquier sistema de referencia inercial? ¿Puede tener incluso velocidad cero?

5 ● Si sobre un objeto actúa una única fuerza conocida, ¿puede decirse sin tener información adicional en qué dirección se moverá?

6 ● Se observa un objeto que se mueve a velocidad constante en un sistema de referencia inercial. Se concluye que (*a*) no actúan fuerzas sobre el objeto, (*b*) actúa una fuerza constante en la dirección del movimiento, (*c*) la fuerza neta que actúa sobre el objeto es cero, (*d*) la fuerza neta que actúa sobre el objeto es igual y opuesta a su peso.

7 ● Imagínese que un objeto se envía al espacio exterior, lejos de cualquier galaxia, estrella u otro objeto estelar. ¿Cómo cambiará su masa? ¿Y su peso?

8 ● SSM ¿Cómo podría un astronauta en una situación aparente de ingravidez ser consciente de su masa?

9 ● SSM ¿En qué circunstancias su peso aparente será mayor que su peso real?

10 ●● Explicar por qué se dice que según la primera y la segunda ley de Newton es imposible utilizar las leyes de la mecánica para saber si estamos quietos o moviéndonos a velocidad constante.

11 ● Supongamos que un bloque de masa m_1 descansa sobre otro bloque de masa m_2 y la combinación de ambos se apoya sobre una mesa, como se muestra en la figura 4.28. Encontrar la fuerza ejercida (*a*) por m_1 sobre m_2, (*b*) por m_2 sobre m_1, (*c*) por m_2 sobre la mesa, (*d*) por la mesa sobre m_2.

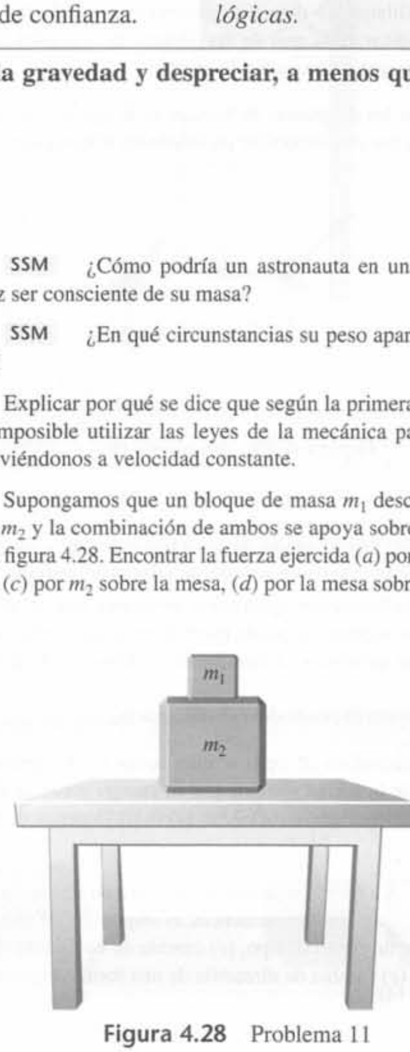


Figura 4.28 Problema 11

12 ● SSM Verdadero o falso.

(*a*) Si dos fuerzas externas que son iguales en módulo y opuestas en dirección actúan sobre un mismo objeto, nunca serán fuerzas de acción-reacción.

(*b*) La acción es igual a la reacción sólo si los cuerpos no están acelerándose.

13 ● Un hombre de 80 kg patina sobre el hielo empujando a un muchacho de 40 kg, también sobre patines, con una fuerza de 100 N. La fuerza ejercida por el muchacho sobre el hombre es de (*a*) 200 N, (*b*) 100 N, (*c*) 50 N, (*d*) 40 N.

14 ● Una muchacha sostiene un pájaro en su mano. La fuerza de reacción al peso del pájaro es (*a*) la fuerza gravitatoria de la Tierra sobre el pájaro, (*b*) la fuerza gravitatoria del pájaro sobre la Tierra, (*c*) la fuerza de contacto de la mano sobre el pájaro, (*d*) la fuerza de contacto del pájaro sobre la mano, (*e*) la fuerza gravitatoria de la Tierra sobre la mano.

15 ● Un jugador de béisbol golpea la pelota con un bate. Si la fuerza con que éste golpea la pelota se considera como la fuerza de acción, ¿cuál es la fuerza de reacción? (*a*) La fuerza que el bate ejerce sobre las manos del bateador. (*b*) La fuerza sobre la pelota que ejerce el guante de la persona que consigue atraparla. (*c*) La fuerza que la pelota ejerce sobre el bate. (*d*) La fuerza que el lanzador ejerce sobre la bola mientras la lanza. (*e*) El rozamiento, ya que la pelota está en rotación hasta que se detiene.

16 ● Considerar cualquier situación en la que se aplica una fuerza externa sobre un objeto, por ejemplo el empuje. Si la tercera ley de Newton requiere que *por cada acción haya una reacción igual y opuesta*, ¿por qué cada fuerza de reacción no anula siempre la fuerza aplicada, produciendo la inexistencia de una aceleración resultante?

17 ● SSM Un cuerpo de 2,5 kg cuelga en reposo de una cuerda sujeta al techo. (*a*) Dibujar un diagrama que muestre las fuerzas que actúan sobre el cuerpo e indicar cada una de las fuerzas de reacción. (*b*) Hacer lo mismo con las fuerzas que actúan sobre la cuerda.

18 ● ¿Cuál de los diagramas de fuerzas de la figura 4.29 representa un bloque que se desliza por una superficie inclinada sin rozamiento?

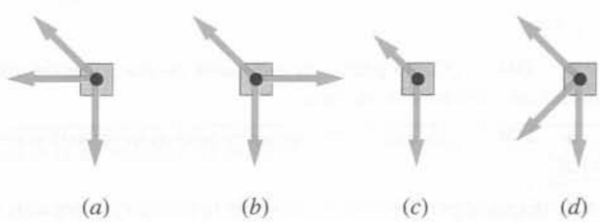


Figura 4.29 Problema 18

19 ● Identificar cuál o cuáles de las frases siguientes son verdad o son falsas suponiendo que se está en un sistema de referencia inercial.

(*a*) Si no hay ninguna fuerza que actúa sobre un objeto, éste no se acelera.

(*b*) Si un objeto no se acelera, no puede haber fuerzas que actúen sobre él.

(*c*) El movimiento de un objeto va siempre en la dirección de la fuerza resultante.

(*d*) La masa de un objeto depende de su localización.

20 ● Una paracaidista de peso w salta cerca de la superficie terrestre. ¿Cuál es el módulo de la fuerza ejercida por su cuerpo *sobre la Tierra*? (*a*) w. (*b*) Mayor que w, (*c*) Menor que w. (*d*) $9{,}8w$. (*e*) 0. (*f*) Depende de la resistencia del aire.

21 ● SSM La fuerza neta que actúa sobre un objeto en movimiento bruscamente se hace cero. En consecuencia, el objeto (*a*) se para de repente, (*b*) se para al cabo de un cierto tiempo, (*c*) cambia de dirección, (*d*) continúa a velocidad constante, (*e*) cambia de dirección de una forma impredecible.

22 ● Una cuerda de tender ropa se tensa y se sujeta por sus dos extremos. Se coloca una toalla húmeda en el centro de la cuerda. ¿Es posible que la cuerda permanezca horizontal? Razonar la respuesta.

23 ● ¿Qué efecto produce la velocidad de un ascensor sobre el peso aparente de una persona en el ascensor?

Estimaciones y aproximaciones

24 ●● Un coche que viaja a 90 km/h choca contra la parte trasera de un vehículo parado sin ocupantes. Afortunadamente el conductor llevaba puesto el cinturón de seguridad. Utilizando valores razonables para la masa del conductor y la distancia de frenado, estimar la fuerza (supuesta constante) ejercida por el cinturón sobre el conductor.

25 ●●● SSM Haciendo las consideraciones necesarias, determinar la fuerza normal y la fuerza tangencial ejercida por la carretera sobre las ruedas de una bicicleta (*a*) cuando el ciclista asciende por una carretera de pendiente 8% a velocidad constante y (b) cuando desciende por la misma pendiente a velocidad constante. (Una pendiente del 8% significa que el ángulo de inclinación θ viene dado por tg $\theta = 0{,}08$.)

La primera y la segunda ley de Newton: Masa, inercia y fuerza

26 ● Una partícula de masa m se mueve con una velocidad inicial $v_0 = 25{,}0$ m/s. Cuando una fuerza neta de 15,0 N actúa sobre ella, alcanza el reposo después de recorrer 62,5 m. ¿Cuál es el valor de m? (*a*) 37,5 kg. (*b*) 3,00 kg. (*c*) 1,50 kg. (*d*) 6,00 kg. (*e*) 3,75 kg.

27 ● (*a*) Un objeto experimenta una aceleración de 3 m/s² cuando sobre él actúa una cierta fuerza F_0. ¿Cuál es su aceleración si la fuerza se duplica? (*b*) Un segundo objeto experimenta una aceleración de 9 m/s² bajo la influencia de la fuerza F_0. ¿Qué relación existe entre las masas de los dos objetos? (*c*) Si los dos objetos se atan juntos, ¿qué aceleración producirá la fuerza F_0?

28 ● iSOLVE ✓ Un remolcador arrastra un buque con una fuerza constante F_1. El incremento en la velocidad del buque en un intervalo de 10 s es de 4 km/h. Cuando un segundo remolcador aplica un segunda fuerza constante F_2 en la misma dirección su velocidad crece en 16 km/h cada intervalo de 10 s. ¿Qué relación existe entre los módulos de las dos fuerzas? (Despreciar la resistencia del agua.)

29 ●● SSM iSOLVE Una bala de $1{,}8 \times 10^{-3}$ kg de masa que lleva una velocidad de 500 m/s choca contra un gran bloque de madera y se introduce 6 cm en su interior antes de pararse. Suponer que la desaceleración de la bala es constante y calcular la fuerza ejercida por la madera sobre la bala.

30 ●● SSM Una vagoneta de juguete está en una vía recta y horizontal y lleva un ventilador atado a uno de sus extremos. Se coloca la vagoneta en un extremo de la vía y se conecta el ventilador. La vagoneta, que estaba en reposo, empieza a moverse y en 4,55 s se ha movido 1,5 m. La masa de la vagoneta y del ventilador es de 355 g y suponemos que se mueve con aceleración constante. (*a*) ¿Cuál es la fuerza neta que se ejerce sobre la vagoneta? (*b*) Se van añadiendo pesos a la vagoneta hasta que tiene una masa de 722 g y se repite el experimento. ¿Cuánto le costará ahora a la vagoneta moverse los 1,5 m? Ignorar los efectos del rozamiento.

31 ● Una fuerza F_0 produce una aceleración de 3 m/s² cuando actúa sobre un objeto de masa m que desliza sobre una superficie sin rozamiento. Hallar la aceleración del mismo objeto cuando se ve sometido a las fuerzas que se muestran en la figura 4.30*a* y *b*.

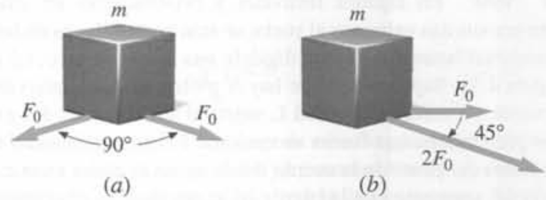


Figura 4.30 Problema 31

32 • iSOLVE Una fuerza $\mathbf{F} = (6\ \mathrm{N})\ \mathbf{i} - (3\ \mathrm{N})\ \mathbf{j}$ actúa sobre un cuerpo de masa 1,5 kg. Calcular la aceleración **a**. ¿Cuál es el módulo de a?

33 • Una sola fuerza de 12 N actúa sobre una partícula de masa m. La partícula parte del reposo y se mueve sobre una recta a lo largo de una distancia de 18 m en 6 s. Hallar su masa m.

34 • SSM Al y Bert están quietos en medio de un gran lago helado. Al empuja a Bert con una fuerza de 20 N durante 1,5 s. La masa de Bert es de 100 kg. (*a*) ¿Cuál es la velocidad a la que se mueve Bert después de ser empujado? (*b*) Si la masa de Al es de 80 kg, ¿qué velocidad alcanza? Considerar que no hay rozamiento.

35 • Si se empuja un bloque de masa m_1 con una fuerza horizontal determinada, éste adquiere una aceleración de 12 m/s^2. Si se empuja un bloque de masa m_2 con la misma fuerza, su aceleración es de 3 m/s^2. (*a*) ¿Qué aceleración proporcionaría la misma fuerza a un bloque de masa $m_2 - m_1$? (*b*) ¿Qué aceleración proporcionaría la misma fuerza a un bloque de masa $m_2 + m_1$? Considerar un movimiento sin rozamiento.

36 • Para arrastrar un tronco de 75 kg por el suelo con velocidad constante se le empuja con una fuerza de 250 N (horizontalmente). (*a*) ¿Cuál es la fuerza resistiva que ejerce el suelo? (*b*) ¿Qué fuerza deberemos ejercer si se desea dar al tronco una aceleración de 2 m/s^2?

37 • iSOLVE✓ Un objeto de 4 kg está sometido a la acción de dos fuerzas $\mathbf{F}_1 = (2\ \mathrm{N})\ \mathbf{i} - (3\ \mathrm{N})\ \mathbf{j}$ y $\mathbf{F}_2 = (4\ \mathrm{N})\ \mathbf{i} - (11\ \mathrm{N})\ \mathbf{j}$. El objeto está en reposo en el origen en el instante $t = 0$. (*a*) ¿Cuál es la aceleración del objeto? (*b*) ¿Cuál es su velocidad en el instante $t = 3$ s? (*c*) ¿Dónde está el objeto en el instante $t = 3$ s?

Peso y masa

38 • SSM En la Luna, la aceleración debida a la gravedad es sólo 1/6 de la que existe en la Tierra. Un astronauta cuyo peso en la Tierra es 600 N se desplaza a la superficie lunar. Su masa medida en la Luna será (*a*) 600 kg. (*b*) 100 kg. (*c*) 61,2 kg. (*d*) 9,81 kg. (*e*) 360 kg.

39 • iSOLVE Especificar el peso de una muchacha de 54 kg en (*a*) newtons y (*b*) libras.

40 • Determinar la masa de un hombre de 165 lb en kilogramos.

Fuerzas de contacto

41 • SSM iSOLVE✓ Un muelle vertical, cuya constante de fuerza vale 600 N/m está unido al techo por un extremo y a un bloque de 12 kg que descansa sobre una mesa horizontal por el otro, de modo que el muelle ejerce una fuerza hacia arriba sobre el bloque. El muelle se alarga 10 cm. (*a*) ¿Qué fuerza ejerce el muelle sobre el bloque? (*b*) ¿Qué fuerza ejerce la superficie sobre el bloque?

42 • Un bloque de 6 kg se desliza sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Un muelle horizontal estira el bloque con una fuerza constante de 800 N/m. Si el muelle se alarga 4 cm desde su posición de equilibrio, ¿cuál es la aceleración del bloque?

Diagramas de fuerzas: equilibrio estático

43 • Un semáforo está colgado de un soporte tal como se muestra en la figura 4.31. ¿La tensión del cable más vertical es mayor o menor que la del otro cable?

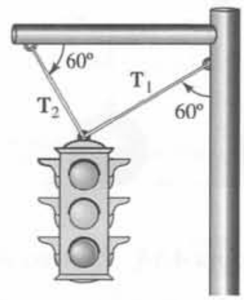


Figura 4.31 Problema 43

44 • iSOLVE Una lámpara de masa m = 42,6 kg cuelga de unos alambres como indica la figura 4.32. El anillo tiene masa despreciable. La tensión T_1 en el alambre vertical es (*a*) 209 N, (*b*) 418 N, (*c*) 570 N, (*d*) 360 N, (*e*) 730 N.

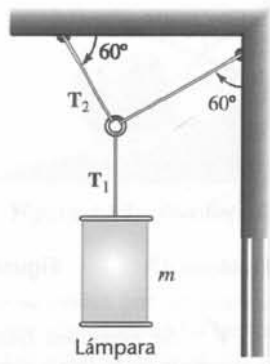


Figura 4.32 Problema 44

45 •• SSM iSOLVE✓ En la figura 4.33*a* se muestra un bloque de 0,500 kg que cuelga de una cuerda. Los extremos de la cuerda están sujetos al techo en unos puntos separados 1,00 m. (*a*) ¿Qué ángulo forma la cuerda con el techo? (*b*) ¿Cuál es la tensión de la cuerda? (*c*) Se quita el bloque de 0,500 kg y se cuelgan dos bloques de 0,250 kg cada uno de forma que la longitud de los tres tramos de cuerda es la misma, tal como se ve en la figura 4.33*b*. ¿Cuál es la tensión en cada segmento de la cuerda?

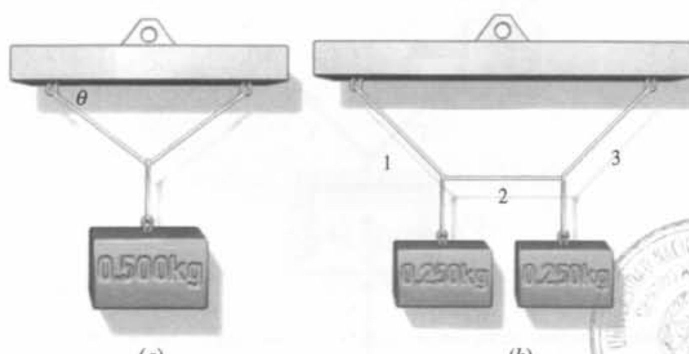


Figura 4.33 Problema 45

46 ● Un objeto de 100 N se cuelga de unas cuerdas tal como se muestra en la figura 4.34. ¿Cuál es la tensión de la cuerda horizontal?

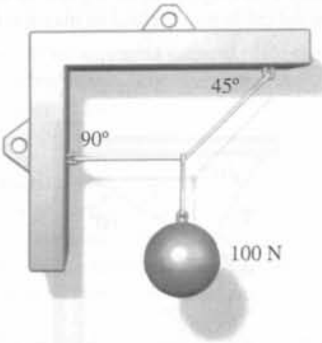


Figura 4.34 Problema 46

47 ● Un objeto de 10 kg sobre una mesa sin rozamiento está sometido a dos fuerzas horizontales $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ de módulo $F_1 = 20$ N y $F_2 = 30$ N, como se indica en la figura 4.35. (*a*) Determinar la aceleración **a** del objeto. (*b*) Una tercera fuerza $\mathbf{F}_3$ se aplica para que el objeto se encuentre en equilibrio estático. Determinar $\mathbf{F}_3$.

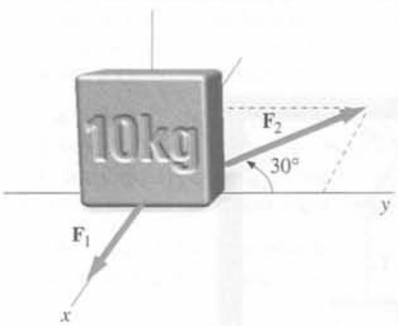


Figura 4.35 Problema 47

Figura 4.36 Problema 48

48 ● SSM ✓ Se ejerce una fuerza vertical **T** sobre un cuerpo de 5 kg cerca de la superficie de la Tierra, como indica la figura 4.36. Determinar la aceleración del cuerpo si (*a*) $T = 5$ N, (*b*) $T = 10$ N y (*c*) $T = 100$ N.

49 ●● Un cuadro que pesa 2 kg cuelga de dos cables de igual longitud que forman un ángulo θ con la horizontal como indica la figura 4.37. (*a*) Determinar la tensión T en función de θ y del peso w del cuadro. ¿Para qué ángulo θ es T mínimo? ¿Y máximo? (*b*) Si $\theta = 30°$, determinar la tensión de los cables.

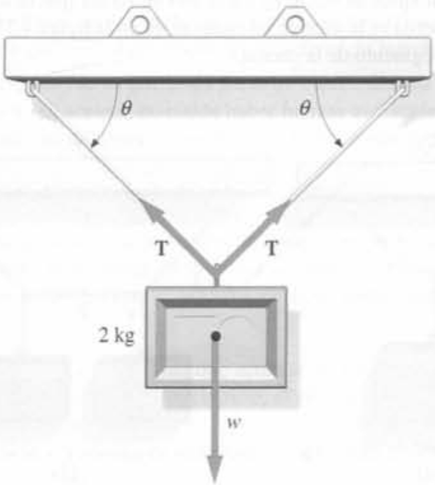


Figura 4.37 Problema 49

50 ●●● SSM En algunos festivales y celebraciones en una cuerda larga, sujeta por sus dos extremos al suelo, se atan globos llenos de helio cuya fuerza ascensional levanta la cuerda dándole una forma de arco, tal como se ve en la figura 4.38. Supongamos que hay N globos atados a intervalos iguales a una cuerda sin masa de longitud L, sujeta al suelo por sus dos extremos. Cada globo proporciona una fuerza ascensional F. Las coordenadas horizontales y verticales del punto de la cuerda donde se ata el globo i son x_i e y_i y T_i es la tensión del segmento i de la cuerda (el segmento 0 es el segmento entre el punto de sujeción al suelo y el primer globo y el segmento N corresponde al trozo de cuerda que une el globo N con el otro extremo al que está sujeta la cuerda)

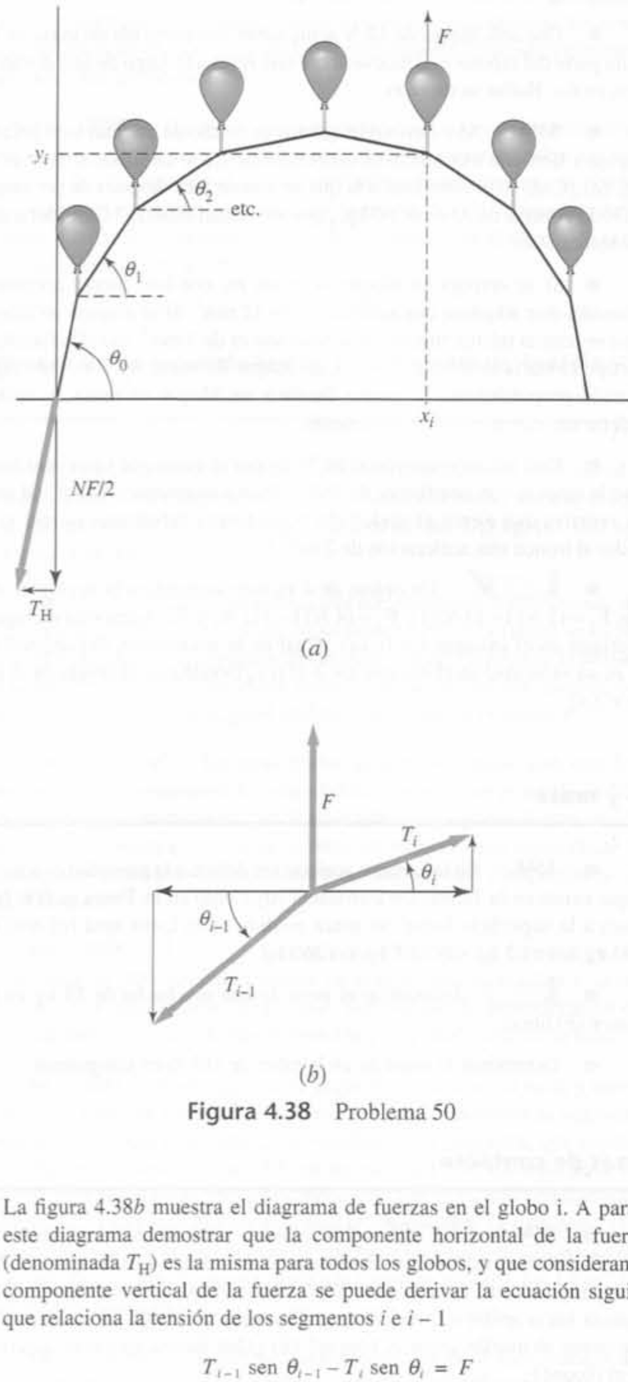


Figura 4.38 Problema 50

(a) La figura 4.38*b* muestra el diagrama de fuerzas en el globo i. A partir de este diagrama demostrar que la componente horizontal de la fuerza T_i (denominada T_H) es la misma para todos los globos, y que considerando la componente vertical de la fuerza se puede derivar la ecuación siguiente, que relaciona la tensión de los segmentos i e $i - 1$

$$T_{i-1} \text{ sen } \theta_{i-1} - T_i \text{ sen } \theta_i = F$$

(b) Demostrar que $\text{tg } \theta_0 = -\text{tg } \theta_{N+1} = NF/2T_H$

(c) A partir del diagrama y de las dos expresiones anteriores, demostrar que

$$\text{tg}\,\theta_i = (N - 2i)F/2T_H$$

y que

$$x_i = \frac{L}{N+1}\sum_{j=0}^{i-1}\cos\theta_j, \quad y_i = \frac{L}{N+1}\sum_{j=0}^{i-1}\operatorname{sen}\theta_j$$

(d) Escribir un programa con una hoja de cálculo que dibuje la forma del arco teniendo en cuenta los siguientes parámetros: $N = 10$ globos; cada uno de los globos proporciona una fuerza de 1 N; la cuerda tiene 10 m de longitud y la componente horizontal de la tensión es $T_H = 10$ N. ¿A qué distancia están los puntos de sujeción con el suelo? ¿Cuál es la máxima altura del arco?

(e) Obsérvese que no hemos indicado cuál es la separación entre los puntos de sujeción de la cuerda, ya que esta distancia viene determinada por otros parámetros. Variar T_H manteniendo fijos los otros parámetros hasta que pueda crear un arco cuyas sujeciones estén separadas 8 m. ¿Qué valor tiene T_H? A medida que T_H aumenta, el arco se hace más plano. ¿El modelo con la hoja de cálculo reproduce este comportamiento?

51 ●● Una grúa sostiene un peso de 1 tonelada (1000 kg). Calcular la tensión del cable que lo soporta si (*a*) el peso es acelerado hacia arriba a 2 m/s², (*b*) se levanta el peso con velocidad constante, (*c*) el peso es levantado con una velocidad que disminuye 2 m/s en cada segundo.

52 ●● Determinar las tensiones y las masas desconocidas de los sistemas en equilibrio que se representan en la figura 4.39.

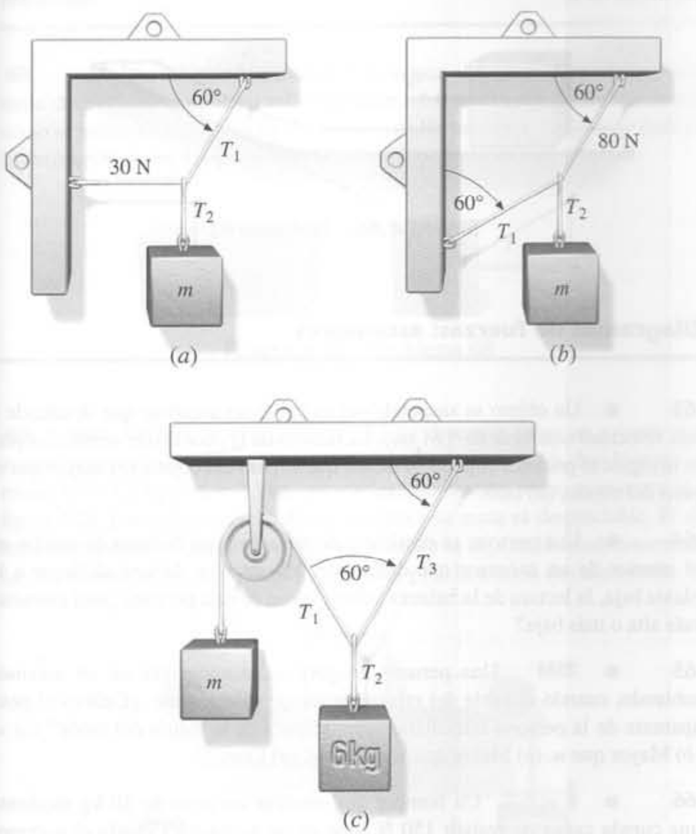


Figura 4.39 Problema 52

53 ●● ✓ Un coche está estancado en terreno blando. El conductor está solo pero dispone de una cuerda larga y fuerte. El conductor, que ha estudiado física, ata la cuerda tensa a un poste telefónico y tira de ella lateralmente como indica la figura 4.40. (*a*) Determinar la fuerza ejercida por la cuerda sobre el coche cuando el ángulo θ es 3° y el conductor tira con una fuerza de 400 N, pero el coche no se mueve. (*b*) ¿Qué resistencia debería tener la cuerda si se necesitara una fuerza de 600 N bajo un ángulo de $\theta = 4°$ para mover el coche?

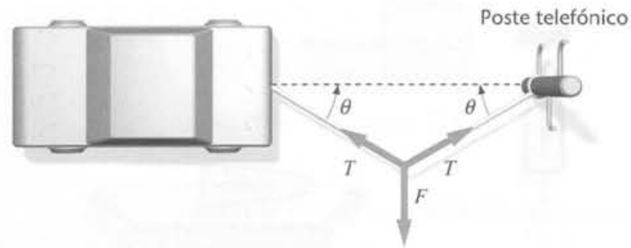


Figura 4.40 Problema 53

Diagramas de fuerzas: Planos inclinados y fuerza normal

54 ● SSM Una caja grande de 20 kg de masa está en reposo sobre una superficie sin rozamiento. Si se tira de la caja con una fuerza de 250 N con un ángulo de 35° por debajo de la horizontal, ¿cuál es la aceleración de la caja en la dirección de la superficie?

55 ● La caja del problema 54 está situada ahora en una rampa inclinada 15° sobre una superficie sin rozamiento. Se tira de la caja con una fuerza que forma un ángulo de 40° con la horizontal (véase la figura 4.41), ¿cuál es el menor valor de la fuerza que hace que la caja suba por la rampa?

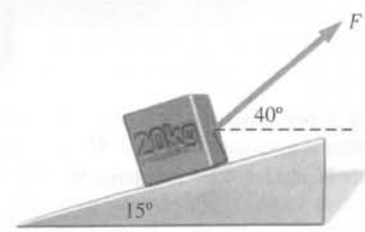


Figura 4.41 Problema 55

56 ● Un bloque se desliza por un plano inclinado sin rozamiento. Dibujar un diagrama donde se representen las fuerzas que actúan sobre el bloque. Indicar para cada fuerza del diagrama la correspondiente fuerza de reacción.

57 ● El sistema representado en la figura 4.42 se encuentra en equilibrio. El valor de la masa *m* es: (*a*) 3,5 kg, (*b*) 3,5 sen 40° kg, (*c*) 3,5 tg 40° kg, (*d*) ninguno de los anteriores.

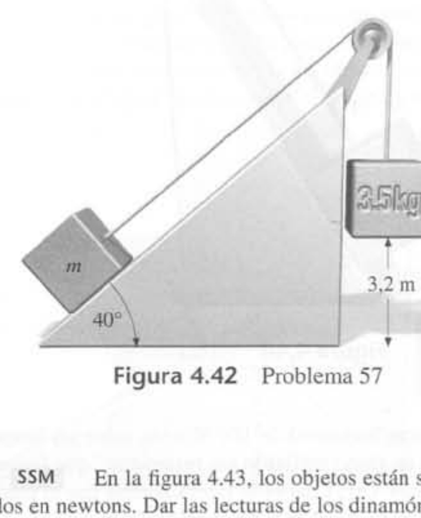


Figura 4.42 Problema 57

58 ● SSM En la figura 4.43, los objetos están sujetos a dinamómetros calibrados en newtons. Dar las lecturas de los dinamómetros en cada caso, suponiendo que las cuerdas carecen de masa

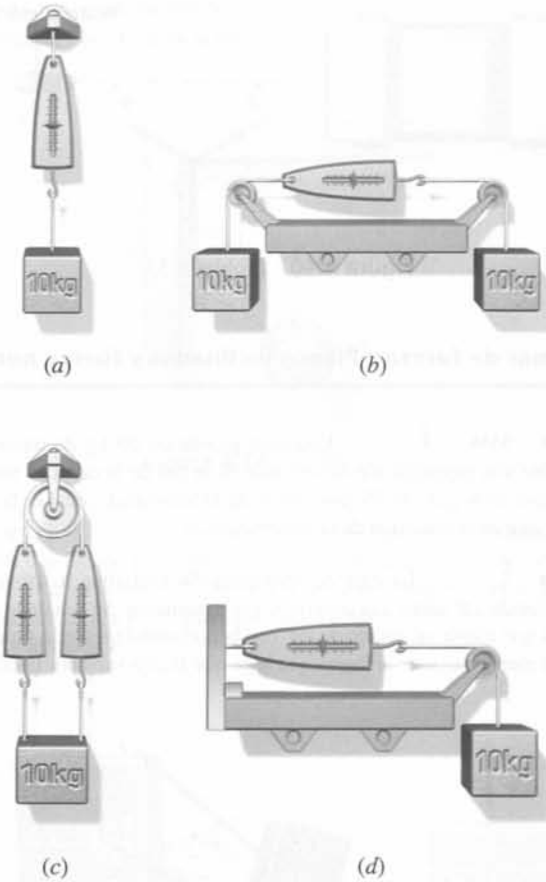


Figura 4.43 Problema 58

59 ●● Un cuerpo se mantiene en posición mediante un cable a lo largo de un plano inclinado pulido (figura 4.44). (*a*) Si $\theta = 60°$ y $m = 50$ kg, determinar la tensión del cable y la fuerza normal ejercida por el plano inclinado. (*b*) Determinar la tensión en función de θ y m y comprobar el resultado para $\theta = 0$ y $\theta = 90°$.

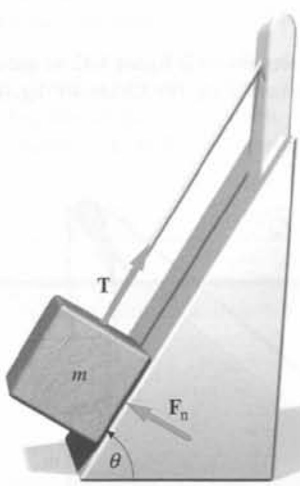


Figura 4.44 Problema 59

60 ●● Una fuerza horizontal de 100 N actúa sobre un bloque de 12 kg haciéndole subir por un plano inclinado sin rozamiento, que forma un ángulo de 25° con la horizontal. (*a*) ¿Cuál es la fuerza normal que el plano inclinado ejerce sobre el bloque? (*b*) ¿Cuál es la aceleración del bloque?

61 ●● SSM Un estudiante de 65 kg se pesa subiéndose a una balanza que está dispuesta sobre un monopatín con ruedas, que baja por un plano inclinado (figura 4.45). Suponer que no hay rozamiento y que la fuerza ejercida por el plano inclinado sobre el monopatín es perpendicular al plano inclinado. ¿Cuál es la lectura de la balanza si $\theta = 30°$?

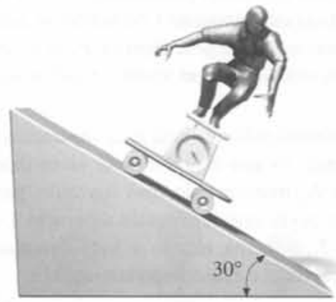


Figura 4.45 Problema 61

62 ●● Un objeto de masa m resbala por una superficie sin rozamiento que acaba con una rampa con una inclinación θ respecto la horizontal (véase la figura 4.46). La velocidad inicial del objeto es v_0. Cuando el objeto alcanza la rampa sube hasta una altura h antes de bajar de nuevo. Demostrar que h es independiente de θ.

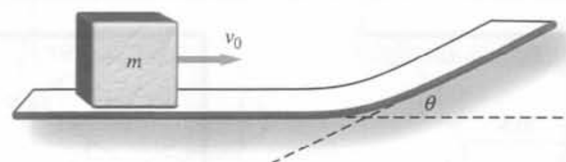


Figura 4.46 Problema 62

Diagramas de fuerzas: ascensores

63 ● Un objeto se suspende del techo de un ascensor que desciende a una velocidad constante de 9,81 m/s. La tensión de la cuerda que sujeta al objeto es (*a*) igual al peso del objeto, (*b*) menor que el peso del objeto, (*c*) mayor que el peso del objeto, (*d*) cero.

64 ● Una persona se encuentra de pie sobre una balanza de muelle en el interior de un ascensor que desciende. Mientras se detiene al llegar a la planta baja, la lectura de la balanza sobre el peso de esta persona ¿será correcta, más alta o más baja?

65 ● SSM Una persona de peso w se encuentra en un ascensor subiendo, cuando el cable del mismo se rompe súbitamente. ¿Cuál es el peso aparente de la persona inmediatamente después de la rotura del cable? (*a*) w. (*b*) Mayor que w. (*c*) Menor que w. (*d*) $9{,}8w$. (*e*) Cero.

66 ● Un hombre que sostiene un peso de 10 kg mediante una cuerda capaz de resistir 150 N sube en un ascensor. Cuando el ascensor arranca, la cuerda se rompe. ¿Cuál fue la aceleración mínima del ascensor?

67 ●● Un cuerpo de 2 kg cuelga de un dinamómetro (calibrado en newtons) sujeto al techo de un ascensor (figura 4.47). Determinar la lectura que indicará el dinamómetro (*a*) cuando el ascensor se mueve hacia arriba con velocidad constante de 30 m/s, (*b*) cuando el ascensor desciende con velocidad constante de 30 m/s, (*c*) cuando el ascensor sube a 20 m/s y acelera hacia arriba a 10 m/s². (*d*) De $t = 0$ a $t = 5$ s, el ascensor se mueve hacia arriba a 10 m/s. Su velocidad se reduce entonces uniformemente a cero en los siguientes 4 segundos, de modo que queda en reposo para $t = 9$ s. Describir la lectura del dinamómetro durante el intervalo $0 < t < 9$ s.

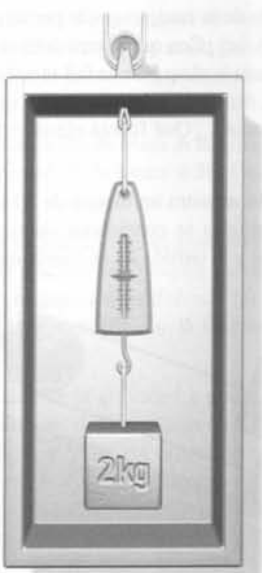


Figura 4.47 Problema 67

Diagramas de fuerzas: Cuerdas, tensión y la tercera ley de Newton

68 ● Dos bloques de masas m_1 y m_2 conectados entre sí por una cuerda de masa despreciable se aceleran uniformemente sobre una superficie sin rozamiento, como se indica en la figura 4.48. La relación de las tensiones T_1/T_2 viene dada por (*a*) m_1/m_2, (*b*) m_2/m_1, (*c*) $(m_1 + m_2)/m_2$, (*d*) $m_1/(m_1 + m_2)$, (*e*) $m_2/(m_1 + m_2)$.

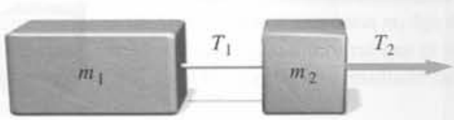


Figura 4.48 Problema 68

69 ●● Un bloque de masa m_2 = 3,5 kg descansa sobre un estante horizontal sin rozamiento y está conectado mediante cuerdas a dos bloques de masas m_1 = 1,5 kg y m_3 = 2,5 kg, que cuelgan libremente, como se muestra en la figura 4.49. Las poleas carecen de rozamiento y su masa es despreciable. El sistema se mantiene inicialmente en reposo. Cuando se deja en libertad, determinar, (*a*) la aceleración de cada uno de los bloques, y (*b*) la tensión de cada cuerda.

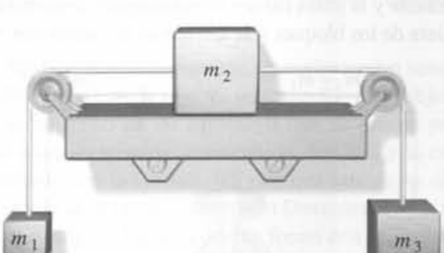


Figura 4.49 Problema 69

70 ●● SSM Dos bloques están en contacto sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Una fuerza **F** horizontal se aplica a uno de ellos como muestra la figura 4.50 y ambos son acelerados. Determinar la aceleración y la fuerza de contacto para (*a*) los valores generales de *F*, m_1 y m_2 y (*b*) para *F* = 3,2 N, m_1 = 2 kg y m_2 = 6 kg.

Figura 4.50 Problemas 70 y 71

71 ●● Repetir el problema anterior, intercambiando la posición de los dos bloques.

72 ●● iSOLVE✓ Dos bloques de 100 kg son arrastrados a lo largo de una superficie sin rozamiento con una aceleración constante de 1,0 m/s², como se indica en la figura 4.51. Cada cuerda tiene una masa de 1 kg. Determinar la fuerza *F* y la tensión de las cuerdas en los puntos *A*, *B* y *C*.

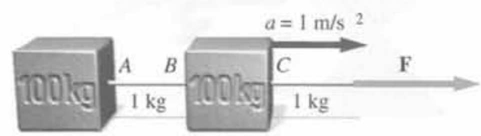


Figura 4.51 Problema 72

73 ●● Se sube un objeto de masa m con una cuerda de masa *M* y de longitud *L* sujeta desde uno de sus extremos. La cuerda y el objeto se aceleran en la dirección vertical con aceleración *a*. La distribución de la masa en la cuerda es uniforme. Demostrar que la tensión en la cuerda a una distancia x ($< L$) por encima del bloque es $(a + g)[m + (x/L)M]$.

74 ●● SSM iSOLVE Una cadena consiste de 5 eslabones, cada uno con una masa de 0,1 kg. Se sube la cadena verticalmente con una aceleración de 2,5 m/s². La cadena se sujeta desde el eslabón superior y ningún punto de la cadena toca con el suelo. Encontrar (*a*) la fuerza F ejercida en el extremo superior de la cadena, (*b*) la fuerza neta en cada eslabón y (*c*) la fuerza que cada eslabón ejerce sobre el eslabón inmediatamente inferior.

75 ● Un objeto de 40,0 kg suspendido de una cuerda vertical está inicialmente en reposo. El objeto se acelera entonces hacia arriba. La tensión en la cuerda necesaria para que el objeto alcance una velocidad hacia arriba de 3,5 m/s en 0,700 s es (*a*) 590 N, (*b*) 390 N, (*c*) 200 N, (*d*) 980 N, (*e*) 720 N.

76 ● iSOLVE✓ Un helicóptero suspendido en el aire en el mismo lugar y de masa m_h está descargando un camión de masa m_c. Si la velocidad de descenso del camión se incrementa a razón de 0,1*g*, ¿cuál es la tensión del cable que le soporta? (*a*) $1{,}1m_c\,g$. (*b*) $m_c\,g$. (*c*) $0{,}9m_c\,g$. (*d*) $1{,}1(m_h + m_c)g$. (*e*) $0{,}9(m_h + m_c)g$.

77 ●● Dos objetos están conectados por una cuerda de masa despreciable, como se indica en la figura 4.52. El plano inclinado y la polea carecen de rozamiento. Determinar la aceleración de los objetos y la tensión de la cuerda para (*a*) valores generales de θ, m_1 y m_2 y (*b*) $\theta = 30°$ y $m_1 = m_2 = 5$ kg.

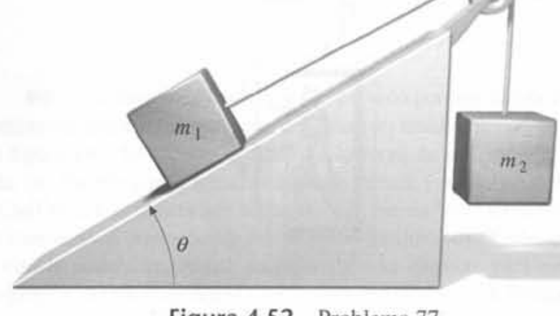


Figura 4.52 Problema 77

78 • En una representación escénica del cuento de Peter Pan, la actriz que hace el papel de Peter y pesa 50 kg ha de "volar" verticalmente de forma que para coincidir con el fondo musical debe bajar una distancia de 3,2 m en 2,2 s. Entre bastidores, una superficie pulida, inclinada 50°, soporta un contrapeso de masa m, como indica la figura 4.53. Indicar los cálculos que debe realizar el director de escena para determinar (*a*) la masa del contrapeso que debe utilizarse y (*b*) la tensión del cable.

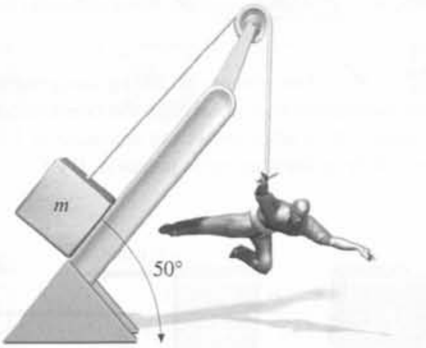


Figura 4.53 Problema 78

79 •• Un bloque de 8 kg y otro de 10 kg conectados por una cuerda que pasa por una polea sin rozamiento, deslizan por planos inclinados sin rozamiento como indica la figura 4.54. (*a*) Determinar la aceleración de los bloques y la tensión de la cuerda. (*b*) Los dos bloques se reemplazan por otros de masas m_1 y m_2, de tal modo que no se produce aceleración. Determinar toda la información posible sobre las masas de estos dos nuevos bloques.

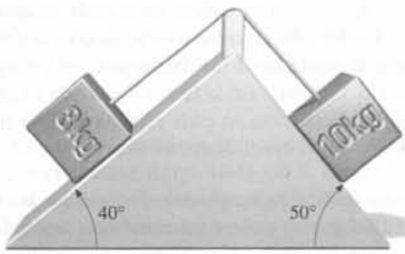


Figura 4.54 Problema 79

80 •• Una cuerda pesada de longitud 5 m y masa 4 kg se encuentra sobre una mesa horizontal sin rozamiento. Un extremo se conecta a un bloque de 6 kg. En el otro extremo de la cuerda se aplica una fuerza horizontal constante de 100 N. (*a*) ¿Cuál es la aceleración del sistema? (*b*) Expresar la tensión de la cuerda en función de su posición a lo largo de ésta.

81 •• SSM Una pintora de 60 kg está de pie sobre un montacargas de aluminio de 15 kg. El montacargas está sujeto por una cuerda que pasa por una polea situada en lo alto de la casa, lo que le permite elevarse a sí misma y a la plataforma (figura 4.55). (*a*) ¿Con qué fuerza debe tirar de la cuerda para que el conjunto ascienda con una aceleración de 0,8 m/s²? (*b*) Cuando su velocidad alcanza el valor de 1 m/s, tira de la cuerda de modo que ella y su montacargas ascienda a velocidad constante. ¿Qué fuerza ejerce entonces la cuerda? (Ignorar la masa de la cuerda.)

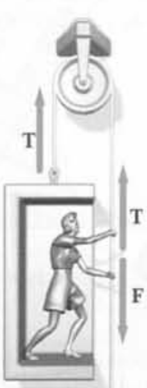


Figura 4.55 Problema 81

82 ••• La figura 4.56 muestra un bloque de 20 kg que desliza sobre otro de 10 kg. Todas las superficies se consideran sin rozamiento. Determinar la aceleración de cada bloque y la tensión en la cuerda que los conecta.

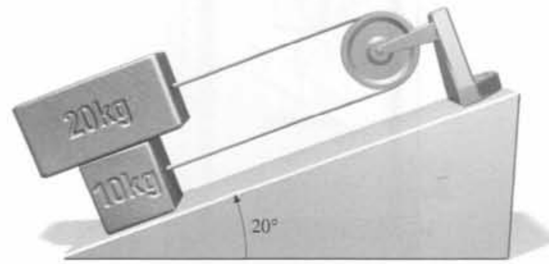


Figura 4.56 Problema 82

83 ••• ✓ Un bloque de 20 kg dotado de una polea se desliza a lo largo de una superficie sin rozamiento. Está conectado mediante una cuerda a un bloque de 5 kg según el dispositivo que se muestra en la figura 4.57. Determinar la aceleración de cada uno de los bloques y la tensión de la cuerda.

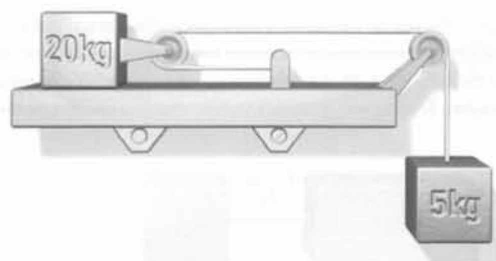


Figura 4.57 Problema 83

Diagrama de fuerzas: máquina de Atwood

84 •• SSM El aparato de la figura 4.58 se denomina *máquina de Atwood* y se utiliza para medir la aceleración debida a la gravedad g a partir de la aceleración de los dos bloques. Suponiendo que la cuerda y la polea tienen una masa despreciable y la polea carece de rozamiento, demostrar que la aceleración de cualquiera de los bloques y la tensión de la cuerda son

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g \qquad \text{y} \qquad T = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$$

Figura 4.58 Problemas 84-87

85 ●● iSOLVE Si una de las masas de la máquina de Atwood de la figura 4.58 es 1,2 kg, ¿cuál sería la otra masa para que el desplazamiento de cualquiera de ellas durante el primer segundo después de comenzar el movimiento fuese 0,3 m?

86 ●● Una pequeña piedra de masa m descansa sobre el bloque de masa m_2 de la máquina de Atwood de la figura 4.58. Determinar la fuerza ejercida por la piedra sobre m_2.

87 ●● Determinar la fuerza sobre el gancho de la polea de la máquina de Atwood de la figura 4.58 mientras los bloques aceleran. Despreciar la masa de la polea. Compruebe su respuesta considerando los valores límite apropiados de m_1 y/o m_2, para los que se puede dar la respuesta razonando cualitativamente.

88 ●●● La aceleración de la gravedad g puede determinarse midiendo el tiempo t que tarda una masa m_2 de la máquina de Atwood en caer una distancia L a partir del reposo. (*a*) Determinar una expresión para g en función de m_1, m_2, L y t. (*b*) Demostrar que si se comete un pequeño error en la medida del tiempo dt, ello conducirá a un error en la determinación de g, dado por la expresión $dg/g = -2\ dt/t$. (*c*) Si $L = 3$ m y $m_1 = 1$ kg, determinar el valor de m_2, de modo que g pueda medirse con una exactitud de $\pm 5\%$ y una medida del tiempo con un error inferior a 0,1 s. Suponer que la única incertidumbre significativa es la medida del tiempo de caída.

89 ●● SSM Tenemos una máquina de Atwood y un conjunto de pesos cuya masa total es M, y se tienen instrucciones de fijar algunos pesos a un lado de la máquina y el resto al otro. Si m_1 representa la masa colocada al lado izquierdo y m_2 la masa colocada al lado derecho, la tensión en la cuerda viene dada por la expresión

$$T = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}g$$

como ya se ha probado en el problema 85. Demostrar que la tensión será máxima cuando $m_1 = m_2 = M/2$.

90 ●●● Una máquina de Atwood tienen una masa m_1 fija en un lado y una masa variable m_2 ($> m_1$) en el otro lado. (*a*) Demostrar que el valor máximo de la tensión en la cuerda es $2m_1g$. (*b*) Interpretar este resultado físicamente, sin el uso de cálculo.

Problemas generales

91 ● Un pájaro carpintero golpea la corteza de un árbol extremadamente duro —la velocidad de su cabeza alcanza aproximadamente el valor v = 3,5 m/s antes del impacto. Si la masa de la cabeza del pájaro es 0,060 kg, y la fuerza media que actúa sobre la cabeza durante el impacto es F = 6,0 N, determinar (*a*) la aceleración de la cabeza (suponiendo que es constante); (*b*) la profundidad de penetración en la corteza; (*c*) el tiempo t que tarda la cabeza del pájaro en detenerse.

92 ●● SSM Puede construirse un acelerómetro sencillo colgando un cuerpo pequeño de una cuerda sujeta a un punto fijo en el objeto que se acelera, por ejemplo, en el techo de un automóvil que se mueve por una superficie plana. Cuando haya aceleración, el cuerpo se desviará y la cuerda formará un ángulo determinado con la vertical. (*a*) ¿En qué sentido se desviará el cuerpo suspendido respecto al de la aceleración? (*b*) Demostrar que la aceleración a está relacionada con el ángulo θ que la cuerda forma con la vertical por $a = g \text{ tg } \theta$. (*c*) Supóngase que el automóvil frena hasta llegar al reposo desde la velocidad de 50 km/h en una distancia de 60 m. ¿Qué ángulo formará la aceleración? ¿La masa se moverá hacia adelante o hacia atrás?

93 ●● iSOLVE El mástil de un balandro está sujeto a proa y a popa por dos cables de acero inoxidable con sus anclajes separados una distancia de 10 m (figura 4.59). El mástil, de 12 m de altura, pesa 800 N y se apoya verticalmente sobre la cubierta del balandro. El mástil dista 3,5 m del anclaje del cable delantero (el más próximo a la proa). La tensión de este cable es de 500 N. Determinar la tensión en el cable trasero y la fuerza que el mástil ejerce sobre la cubierta del balandro.

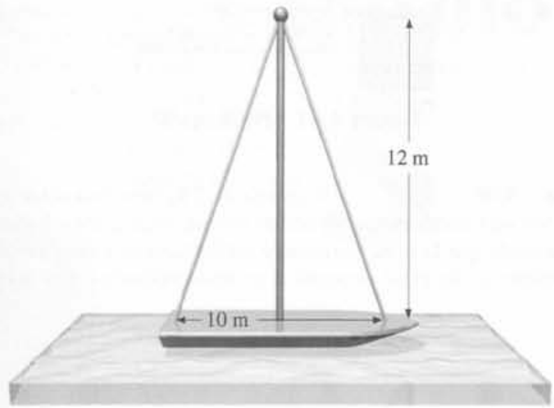


Figura 4.59 Problema 93

94 ●● iSOLVE Una cadena larga y uniforme cuelga del techo aguantando un objeto de 50 kg de masa. La masa de la cadena es de 20 kg, y su longitud es 1,5 m. Determinar la tensión en la cadena (*a*) en el punto donde la cadena está sujeta al objeto, (*b*) en la mitad de la cadena, y (*c*) en el punto donde la cadena está sujeta al techo.

95 ●●● SSM iSOLVE Un hombre empuja una caja inicialmente en reposo de 24 kg por una superficie sin rozamiento. Primero empuja la caja suavemente pero gradualmente va aumentando su fuerza de modo que la fuerza sigue una ecuación F = (8 N/s)t. Pasados 3 s, deja de empujar la caja. La fuerza siempre la ha ejercido en la misma dirección. (*a*) ¿Cuál es la velocidad de la caja pasados los primeros 3 s? (*b*) ¿Hasta dónde ha empujado el hombre la caja durante los tres primeros segundos? (*c*) ¿Cuál es la velocidad media de la caja entre 0 s y 3 s? (*d*) ¿Cuál es la fuerza media que ejerce sobre la caja al empujarla?

96 ●● Supongamos que una superficie sin rozamiento está inclinada un ángulo de 30° con la horizontal. Un bloque de 270 g está atado a un peso de 75 g que cuelga de una polea, como se muestra en la figura 4.60. (*a*) Dibujar los dos diagramas de fuerza, uno para el bloque y el otro para el peso que cuelga. (*b*) Determinar la tensión en la cuerda y la aceleración del bloque. (*c*) El bloque parte del reposo, ¿cuánto le cuesta deslizarse una distancia de 1 m por la superficie?

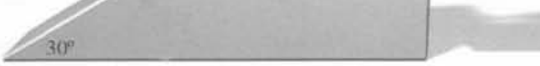


Figura 4.60 Problema 96

97 ●● Un bloque de masa m_1 es impulsado por una fuerza F aplicada en el extremo de una cuerda que tiene una masa m_2 mucho menor, como se indica en la figura 4.61. El bloque se desliza a lo largo de una superficie horizontal pulida. (*a*) Determinar la aceleración de la cuerda y el bloque conjuntamente. (*b*) ¿Cuál es la fuerza neta que actúa sobre la cuerda? (*c*) Determinar la tensión de la cuerda en el punto donde está atada al bloque. (*d*) El dibujo de la figura 4.61 con la cuerda horizontal no es totalmente correcto para esta situación. Corregirlo y determinar cómo esta corrección afecta a la solución del problema.

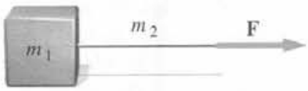


Figura 4.61 Problema 97

98 ●● SSM iSOLVE Un cuerpo de 2 kg descansa sobre un plano inclinado 60° sin rozamiento que se desliza con una aceleración a hacia la derecha de tal modo que la masa permanece estacionaria con relación al plano. (a) Determinar a. (b) ¿Qué ocurriría si el plano adquiriese una aceleración superior?

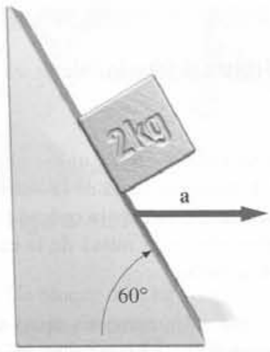


Figura 4.62 Problema 98

99 ●● iSOLVE✓ Las masas colocadas a cada lado de una máquina de Atwood son una pila de cinco arandelas, cada una de masa m, como se muestra en la figura 4.63. La tensión de la cuerda es T_0. Si se quita una arandela del lado izquierdo, las restantes arandelas aceleran y la tensión disminuye en 0,3 N. (a) Determinar m. (b) Calcular la nueva tensión y la aceleración de cada masa cuando se quita una segunda arandela del lazo izquierdo.

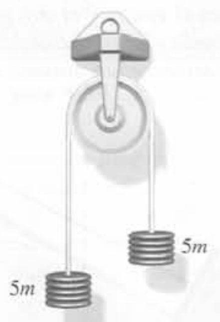


Figura 4.63 Problema 99 y 100

100 ●● Consideremos la máquina de Atwood de la figura 4.63. Cuando se transfieren N arandelas del lado izquierdo al lado derecho, este último desciende 47,1 cm en 0,40 s. Determinar N.

101 ●● Dos bloques de masas m y $2m$ están sujetos por una cuerda (figura 4.64). (a) Si las fuerzas son constantes, determinar la tensión de la cuerda. (b) Si las fuerzas varían con el tiempo según $F_1 = Ct$ y $F_2 = 2Ct$, en donde C es una constante y t el tiempo, determinar el tiempo t_0 en el cual la tensión de la cuerda es T_0.

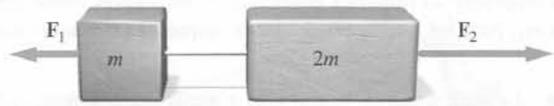


Figura 4.64 Problema 101

102 ●●● SSM iSOLVE La polea de una máquina de Atwood experimenta una aceleración hacia arriba a, como se muestra en la figura 4.65. Determinar la aceleración de cada masa y la tensión en la cuerda de la máquina. (*Pista: una aceleración constante hacia arriba tiene el mismo efecto que un incremento en la aceleración debido a la gravedad*)

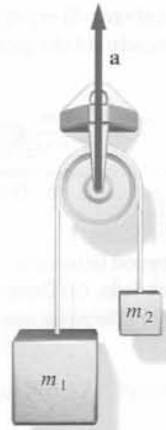


Figura 4.65 Problema 102

APLICACIONES DE LAS LEYES DE NEWTON

Capítulo 5

La fuerza de rozamiento estática ejercida por el asfalto sobre los neumáticos del coche evita que éste patine al tomar la curva.

¿Qué factores determinan la velocidad con la que un coche puede girar por una curva sin patinar? (Véase el ejemplo 5.10.)

En el capítulo 4 se han introducido las leyes de Newton y se las ha aplicado a situaciones donde la acción se restringía a movimientos rectilíneos y donde no se consideraba el rozamiento.

En este capítulo extenderemos las leyes de Newton al estudio del movimiento en trayectorias curvas e incluiremos los efectos cuantitativos del rozamiento.

5.1 Rozamiento

Ni caminar ni moverse en automóvil sería posible sin el rozamiento. Para echar a andar por una superficie horizontal hace falta el rozamiento y, una vez en marcha, para cambiar la dirección o la velocidad del movimiento también hace falta rozamiento. Se necesita rozamiento para mantener una tuerca en un tornillo o un clavo en la madera. Sin embargo, aunque el rozamiento sea muy importante, muchas veces se intenta evitarlo. Los lubricantes, como el aceite en un motor de coche o el líquido sinovial en nuestro cuerpo, son materiales que reducen el rozamiento.

Rozamiento estático

Cuando aplicamos una pequeña fuerza horizontal a un gran bloque que descansa sobre el suelo, el bloque no se mueve debido a la fuerza de **rozamiento estático** $\mathbf{f}_e$ ejercida por el

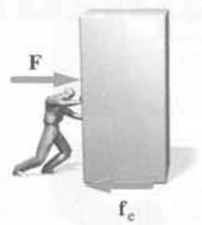


Figura 5.1

suelo sobre el bloque, que equilibra la fuerza que estamos aplicando (figura 5.1). La fuerza de rozamiento estático, que se opone a la fuerza aplicada sobre el bloque, puede variar desde cero hasta cierto valor máximo $f_{e,\,máx}$, dependiendo de la fuerza ejercida. Los experimentos muestran que $f_{e,\,máx}$ es proporcional a la fuerza normal ejercida por una superficie sobre la otra:

$$f_{e,\,máx} = \mu_e F_n \tag{5.1}$$

DEFINICIÓN —COEFICIENTE DE ROZAMIENTO ESTÁTICO

en donde la constante de proporcionalidad μ_e, llamado **coeficiente de rozamiento estático**, depende de la naturaleza de las superficies en contacto. Si ejercemos una fuerza horizontal menor que $f_{e,\,máx}$ sobre el bloque, la fuerza de rozamiento equilibrará esta fuerza horizontal. En general, podemos escribir

$$f_e \leq \mu_e F_n \tag{5.2}$$

Rozamiento cinético

Si se empuja el bloque de la figura 5.1 con fuerza suficiente, éste se deslizará sobre el suelo. Al deslizar, el suelo ejerce una fuerza de **rozamiento cinético, $\mathbf{f}_c$** (también llamada de rozamiento por deslizamiento) que se opone al sentido del movimiento. Para que el bloque deslice con velocidad constante debe ejercerse una fuerza sobre el bloque igual en módulo y de sentido opuesto a la fuerza de rozamiento cinético ejercida por el suelo.

El **coeficiente de rozamiento cinético** μ_c se define como el cociente entre los módulos de la fuerza de rozamiento cinético f_c y la fuerza normal, F_n:

$$f_c = \mu_c F_n \tag{5.3}$$

DEFINICIÓN —COEFICIENTE DE ROZAMIENTO CINÉTICO

en donde μ_c depende de la naturaleza de las superficies en contacto. Experimentalmente resulta que μ_c es menor que μ_e, y es aproximadamente constante para velocidades comprendidas en el intervalo de 1 cm/s a varios metros por segundo, las únicas situaciones que consideraremos.

El rozamiento por rodadura

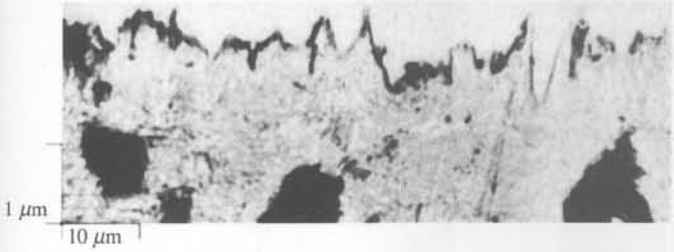
Cuando una rueda ideal rígida rueda sin deslizar *a velocidad constante* por una carretera ideal, rígida y horizontal, no hay ninguna fuerza de rozamiento que frene su movimiento. Sin embargo, los neumáticos reales y las carreteras se deforman continuamente, y la banda de rodadura del neumático y la carretera se gastan, lo cual significa que la carretera ejerce un **rozamiento de rodadura $\mathbf{f}_r$** que se opone al movimiento. Para mantener la rueda rodando con velocidad constante, hay que ejercer una fuerza sobre la rueda que iguale en magnitud y que se oponga en dirección a la fuerza de rozamiento de rodadura ejercida por el asfalto.

El **coeficiente de rozamiento de rodadura** μ_r es el coeficiente de proporcionalidad entre el módulo de la fuerza de rozamiento de rodadura f_r y el módulo de la fuerza normal F_n.

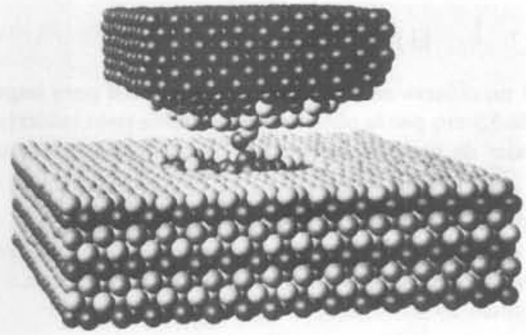
$$f_r = \mu_r F_n \tag{5.4}$$

DEFINICIÓN—COEFICIENTE DE ROZAMIENTO DE RODADURA

donde μ_r depende de la naturaleza de las superficies de contacto y de la composición de la rueda y de la carretera. Los valores típicos de μ_r están entre 0,01 y 0,02 para los neumáticos de caucho en hormigón, y entre 0,001 y 0,002 para ruedas de acero sobre raíles de acero.



Sección aumentada de una superficie de acero pulida que muestra las irregularidades superficiales. La altura media de estas irregularidades es del orden de 5×10^{-5} cm, correspondiente a varios miles de diámetros atómicos.



Dibujo de ordenador que muestra cómo unos cuantos átomos de oro (abajo) se adhieren a la punta fina (arriba) de una sonda de níquel que ha estado en contacto con la superficie de oro.

¿Cuál es la causa del rozamiento?

El rozamiento es un fenómeno complejo, insuficientemente conocido, que surge como consecuencia de la fuerza de atracción entre las moléculas que forman dos superficies en contacto. La naturaleza de esta atracción es electromagnética —la misma naturaleza de enlace molecular que mantiene la materia unida. Esta fuerza de atracción es de corto alcance y resulta prácticamente inapreciable a distancias de pocos diámetros atómicos.

Como se muestra en la figura 5.2, los objetos ordinarios, aunque tengan superficies muy pulidas, de aspecto liso y suave, a escala atómica son ásperos y rugosos. Cuando entran en contacto dos superficies sólo se tocan por aquellos puntos más prominentes, denominados asperezas, que se muestran en la figura 5.2. La fuerza normal ejercida por la superficie se produce precisamente en estas asperezas, donde la fuerza por unidad de área es muy grande, suficiente para allanar las protuberancias. A medida que la fuerza normal aumenta, también lo hace este aplanado, lo cual conduce a que el área de contacto microscópica aumente. En condiciones muy diversas, el área de contacto microscópica es proporcional a la fuerza normal. La fuerza de rozamiento es proporcional al área microscópica de contacto, por lo que también es proporcional a la fuerza normal.

La figura 5.3 muestra un gráfico de la fuerza de rozamiento ejercida sobre el bloque por el suelo en función de la fuerza aplicada. La fuerza de rozamiento va compensando la fuerza aplicada hasta que ésta alcanza el valor $\mu_e F_n$, que es cuando la caja empieza a moverse. A partir de entonces la fuerza de rozamiento es $\mu_c F_n$. La tabla 5.1 da una relación de algunos valores aproximados de μ_e y de μ_c para varias superficies.

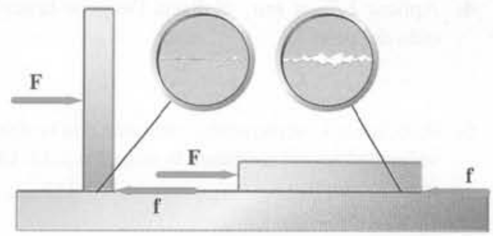


Figura 5.2 El área microscópica de contacto entre el bloque y el suelo es sólo una pequeña fracción del área macroscópica del bloque. Esta fracción es proporcional a la fuerza normal ejercida entre las superficies. Si el bloque descansa sobre una base mayor, el área macroscópica de contacto se incrementa, pero la fuerza por unidad de área disminuye en el mismo factor, de tal modo que el área microscópica de contacto no se modifica. Tanto si el bloque descansa sobre una base o sobre otra, hay que aplicar la misma fuerza horizontal F para mantenerlo en movimiento a velocidad constante.

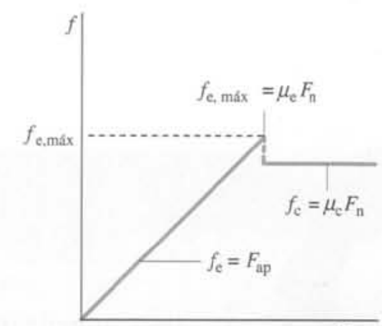


Figura 5.3

TABLA 5.1 Valores aproximados de los coeficientes de rozamiento

Materiales	μ_e	μ_c
Acero sobre acero	0,7	0,6
Latón sobre acero	0,5	0,4
Cobre sobre hierro fundido	1,1	0,3
Vidrio sobre vidrio	0,9	0,4
Teflón sobre teflón	0,04	0,04
Teflón sobre acero	0,04	0,04
Caucho sobre hormigón (seco)	1,0	0,80
Caucho sobre hormigón (húmedo)	0,30	0,25
Esquí encerado sobre nieve (0 °C)	0,10	0,05

EJEMPLO 5.1 | El juego del Shuffleboard

Un pasajero de un crucero usa un taco de shuffleboard para impulsar un disco de 0,40 kg a una velocidad de 5,5 m/s por la pista de juego situada en la cubierta del barco. El disco recorre ocho metros antes de pararse. Determinar el coeficiente de rozamiento entre el disco y la cubierta.

Planteamiento del problema La fuerza de rozamiento cinético es la única fuerza horizontal que actúa sobre el disco (figura 5.4). Como la fuerza de rozamiento es constante, la aceleración es también constante. Podemos determinar la aceleración a partir de las ecuaciones de aceleración constante del capítulo 2 y relacionarla con μ_c usando $\sum F_x = ma_x$.

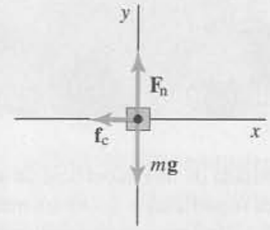


Figura 5.4

1. En la figura 5.4 se muestra el diagrama de fuerzas para el disco cuando ya lo ha soltado el taco. Las flechas en los ejes indican las direcciones positivas de los ejes x e y.
2. El coeficiente de rozamiento está relacionado con la fuerza de rozamiento y la normal:

$$f_c = \mu_c F_n$$

3. Aplicar $\Sigma F_y = ma_y$ al disco. Despejar la fuerza normal. Usando el resultado del paso 2, obtener la fuerza de rozamiento:

$$\Sigma F_y = ma_y \Rightarrow F_n - mg = 0$$

por lo tanto

$$F_n = mg \quad \text{y} \quad f_c = \mu_c mg$$

4. Aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ al disco. Despejar la aceleración usando el resultado del paso 3:

$$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow -f_c = ma_x$$

por lo tanto

$$-\mu_c mg = ma_x \quad \text{y} \quad a_x = -\mu_c g$$

5. Relacionar la aceleración constante con la distancia total recorrida y la velocidad inicial mediante la ecuación 2.15. Utilizando el resultado del paso 4, calcular μ_c:

$$v^2 = v_0^2 + 2a_x\Delta x \Rightarrow 0 = v_0^2 - 2\mu_c g\ \Delta x$$

esto es

$$\mu_c = \frac{v_0^2}{2g\ \Delta x} = \frac{(5{,}5\ \text{m/s})^2}{2(9{,}81\ \text{m/s}^2)(8\ \text{m})} = \boxed{0{,}193}$$

Observación La masa m del disco se cancela. Cuanto mayor es la masa, más esfuerzo cuesta detenerla, pero una masa mayor también va acompañada de mayor rozamiento. El resultado neto es que la masa no tiene efecto alguno en este proceso.

El ejemplo 5.1 ilustra la metodología que conviene aplicar para resolver problemas que incluyen rozamiento. Es la siguiente:

1. Se escoge el eje y en la dirección normal a las superficies de contacto. Se elige el eje x paralelo a la superficie y paralelo o antiparalelo a la fuerza de rozamiento.
2. Se aplica $\Sigma F_y = ma_y$ y se obtiene la fuerza normal F_n.
   - Si el rozamiento es *cinético*, la fuerza de rozamiento se obtiene usando $f_c = \mu_c F_n$
   - Si el rozamiento es *estático*, se relaciona la fuerza de rozamiento máxima con la fuerza normal usando $f_{e,\text{máx}} = \mu_e F_n$.
   - Si el rozamiento es de *rodadura*, la fuerza de rozamiento se obtiene usando $f_r = \mu_r F_n$.
3. Se aplica $\Sigma F_x = ma_x$ al objeto y se obtiene la variable deseada.

EJEMPLO 5.2 | Una moneda que resbala

Sobre la cubierta superior de un libro de tapas duras que está sobre una mesa hay una moneda (véase la figura 5.5). Poco a poco se levanta la tapa del libro hasta que la moneda empieza a deslizar. El ángulo $\theta_{\text{máx}}$ es el ángulo que forma la tapa con la horizontal en el momento en que la moneda empieza a moverse. Calcular el coeficiente de rozamiento estático μ_e entre la tapa del libro y la moneda en función de $\theta_{\text{máx}}$.

Planteamiento del problema Las fuerzas que actúan sobre la moneda son su peso mg, la fuerza normal F_n ejercida por el plano y la fuerza de rozamiento f. Seguimos la metodología mencionada antes para resolver problemas con rozamiento estático.

1. Dibujar el diagrama de fuerzas para la moneda cuando la tapa del libro está inclinada un ángulo θ, donde $\theta \leq \theta_{máx}$ (figura 5.6):

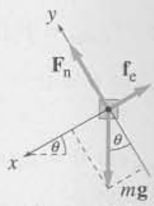


Figura 5.6

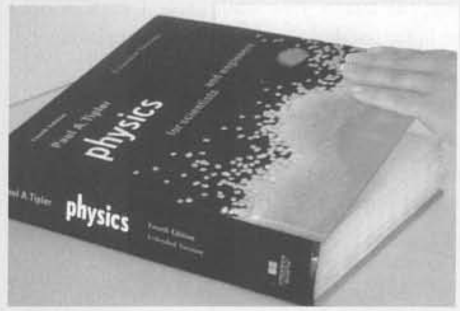


Figura 5.5

2. Aplicando $\Sigma F_y = ma_y$ a la moneda se obtiene la fuerza normal. Entonces se determina la fuerza de rozamiento estático máxima:

$\Sigma F_y = ma_y \Rightarrow F_n - mg \cos \theta = 0$

por lo tanto

$F_n = mg \cos \theta$

$f_{e,máx} = \mu_e F_n$ por lo tanto $f_{e,máx} = \mu_e mg \cos \theta_{máx}$

3. Aplicando $\Sigma F_x = ma_x$ a la moneda se obtiene la fuerza de rozamiento. Se sustituye en el resultado del paso 2:

$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow -f_{e,máx} + mg \text{ sen } \theta_{máx} = 0$

por lo tanto

$f_{e,máx} = mg \text{ sen } \theta_{máx}$ y $mg \text{ sen } \theta_{máx} = \mu_e mg \cos \theta_{máx}$

4. Calcular el resultado del paso 3 para μ_e:

$$\mu_e = \frac{mg \text{ sen } \theta_{máx}}{mg \cos \theta_{máx}} = \boxed{\text{tg } \theta_{máx}}$$

Ejercicio El coeficiente de rozamiento estático entre los neumáticos de un coche y la carretera en un día determinado es 0,7. ¿Cuál es el ángulo máximo de inclinación de la carretera para que el coche pueda estar parado con sus ruedas bloqueadas y no deslizar hacia abajo? (*Respuesta* 35°)

El ejemplo 5.2 demuestra que el coeficiente de rozamiento estático está relacionado con el ángulo crítico $\theta_{máx}$, para el cual el objeto comienza a deslizar, por la expresión

$$\mu_e = \text{tg } \theta_{máx} \tag{5.5}$$

ÁNGULO CRÍTICO

donde $\theta_{máx} = \theta_c$ se denomina ángulo crítico.

EJEMPLO 5.3 | Tirando de un trineo

Dos niños son arrastrados en un trineo sobre un terreno cubierto de nieve. Se tira del trineo con una cuerda que forma un ángulo de 40° con la horizontal, como se indica en la figura 5.7. La masa conjunta de los dos niños es de 45 kg y el trineo tiene una masa de 5 kg. Los coeficientes de rozamiento estático y cinético son $\mu_e = 0{,}2$ y $\mu_c = 0{,}15$. Determinar la fuerza de rozamiento ejercida por el suelo sobre el trineo y la aceleración de los niños y el trineo si la tensión de la cuerda es (*a*) 100 N y (*b*) 140 N.

Planteamiento del problema Determinar en primer lugar si la fuerza de rozamiento es estática o cinética. Para ello calcular la tensión máxima de la cuerda sin que el trineo se mueva.

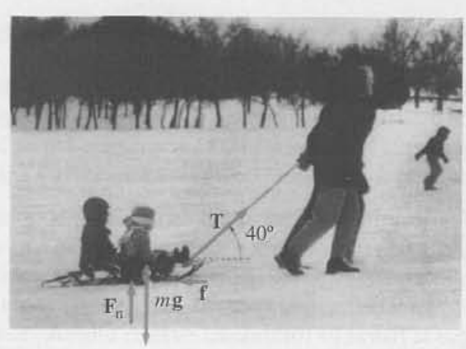


Figura 5.7

(a) 1. Dibujar un diagrama de fuerzas para el trineo (figura 5.8):

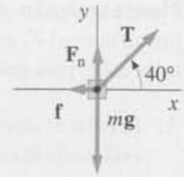


Figura 5.8

2. Aplicar $\Sigma F_y = ma_y$ al trineo y se obtiene la fuerza normal. Entonces se obtiene la fuerza de rozamiento estático máxima:

$\Sigma F_y = ma_y \Rightarrow F_n + T \text{ sen } \theta - mg = 0$

por lo tanto

$F_n = mg - T \text{ sen } \theta$

$f_{e,máx} = \mu_e F_n$ de modo que $f_{e,máx} = \mu_e(mg - T_{máx} \text{ sen } \theta)$

3. Aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ al trineo y se obtiene la fuerza de rozamiento. Entonces se sustituye en el resultado del paso 2:

$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow -f_{e,máx} + T_{máx} \cos \theta = 0$

por lo tanto

$f_{e,máx} = T_{máx} \cos \theta$ y $T_{máx} \cos \theta = \mu_e(mg - T_{máx} \text{ sen } \theta)$

$T_{máx} \cos \theta = \mu_e(mg - T_{máx} \text{ sen } \theta)$

4. Mediante el resultado del paso 3 obtener el valor de la tensión máxima en el caso en que no haya deslizamiento:

$T_{máx}(\mu_e \text{ sen } \theta + \cos \theta) = \mu_e mg$

por lo tanto

$$T_{máx} = \frac{\mu_e mg}{\mu_e \text{ sen } \theta + \cos \theta}$$

$$= \frac{0{,}2(50 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2)}{0{,}2 \text{ sen } 40° + \cos 40°} = 110 \text{ N}$$

5. La tensión es de 100 N, que es menor que 110 N. El trineo no desliza. Para encontrar la fuerza de rozamiento, se usa la expresión obtenida en el paso 3 para f_e:

$a_x = \boxed{0}$

$f_e = T \cos \theta = (100 \text{ N})\cos 40° = \boxed{76{,}6 \text{ N}}$

(b) 1. La tensión es de 140 N y supera $T_{máx} = 110$ N, por lo que el trineo se desliza. La relación entre la fuerza de rozamiento cinética y la fuerza normal es:

$f_c = \mu_c F_n$

2. En el paso (a) 2 se aplicó $\Sigma F_y = ma_y$ al trineo y se encontró $F_n = mg - T \text{ sen } \theta$. Usar este resultado junto con el paso (b)1 para obtener la fuerza de rozamiento cinética:

$$f_c = \mu_c(mg - T \text{ sen } \theta)$$

$$= 0{,}15[(50 \text{ kg})(9{,}81 \text{ N/kg}) - (140 \text{ N}) \text{ sen } 40°]$$

$$= \boxed{60{,}1 \text{ N}}$$

3. Aplicando $\Sigma F_x = ma_x$ al trineo se obtiene la fuerza de rozamiento. Entonces se sustituye en el resultado del paso 2 para f_c y se obtiene la aceleración:

$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow -f_c + T \cos \theta = ma_x$

por lo tanto

$$a_x = \frac{f_c + T \cos \theta}{m}$$

$$= \frac{(-60{,}1 \text{ N}) + (140 \text{ N})\cos 40°}{50 \text{ kg}}$$

$$= \boxed{0{,}943 \text{ m/s}^2}$$

Observación Hay que resaltar dos puntos importantes en este ejemplo: (1) La fuerza normal no es igual a la suma del peso de los niños más el trineo, pues la componente vertical de la tensión tiende a levantar el trineo del suelo. (2) En el apartado (*a*), la fuerza de rozamiento estático es menor que $\mu_e F_n$.

EJEMPLO 5.4 | El bloque que resbala

¡INTÉNTELO USTED MISMO!

La masa m_2 de la figura 5.9 se ha ajustado de modo que el bloque de masa m_1 está en el umbral de deslizamiento. (*a*) Si $m_1 = 7$ kg y $m_2 = 5$ kg, ¿cuál es el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el soporte? (*b*) Con un ligero toque, los bloques se mueven con aceleración a. Determinar a si el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el soporte es $\mu_c = 0{,}54$.

Planteamiento del problema Aplicar la segunda ley de Newton a cada uno de los bloques, teniendo en cuenta que T tiene el mismo valor a lo largo de toda la cuerda, de modo que $T_1 = T_2$, y que las aceleraciones tienen igual magnitud, pues la cuerda no se alarga, de modo que $a_1 = a_2 = a$.

Para determinar el coeficiente de rozamiento estático, μ_e, requerido en el apartado (a), expresar que la fuerza de rozamiento estático sobre m_1 es igual a su valor máximo $f_{máx} = \mu_e F_n$ y que la aceleración es igual a cero.

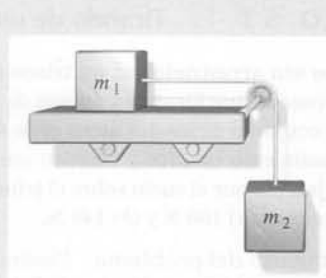
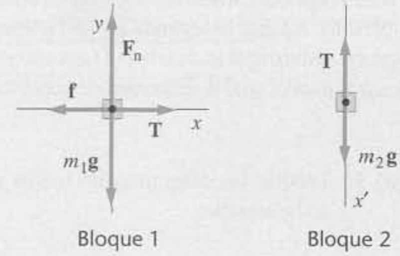


Figura 5.9

Tape la columna de la derecha e intente resolverlo usted mismo

Pasos	Respuestas
(a) 1. Dibujar un diagrama de fuerzas para cada bloque aislado (véase la figura 5.10). Se eligen las direcciones de los ejes x y x' de modo que coincidan con las direcciones de las aceleraciones una vez que los bloques se mueven.	 **Figura 5.10**
2. Aplicar $\Sigma F_y = ma_y$ al bloque 1 y obtener la fuerza normal. Entonces se obtiene la fuerza de rozamiento estático:	$\Sigma F_y = m_1a_{1y} \Rightarrow F_n - m_1g = 0$ por lo tanto $F_n = m_1g$ $f_{e,\text{máx}} = \mu_e F_n$ por lo tanto $f_{e,\text{máx}} = \mu_e m_1 g$
3. Aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ al bloque 1 y obtener la fuerza de rozamiento. Entonces se sustituye en el resultado del paso 2:	$\Sigma F_x = m_1a_{1x} \Rightarrow T - f_{e,\text{máx}} = 0$ por lo tanto $f_{e,\text{máx}} = T$ y $T = \mu_e m_1 g$
4. Aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ al bloque 2 y obtener la tensión. Entonces se sustituye en el resultado del paso 3:	$\Sigma F_{x'} = m_2a_{2x'} \Rightarrow m_2g - T = 0$ por lo tanto $T = m_2g$ y $m_2g = \mu_e m_1 g$
5. Se resuelve el resultado del paso 4 para μ_e	$\mu_e = \frac{m_2}{m_1} = \frac{5\text{ kg}}{7\text{ kg}} = \boxed{0{,}714}$
(b) 1. Cuando resbala, la fuerza de rozamiento es la cinética. Relacionar la fuerza de rozamiento cinética f_c con la fuerza normal. La fuerza normal se ha obtenido del paso 2 del apartado (a).	$f_c = \mu_c F_n$ por lo tanto $f_c = \mu_c m_1 g$
2. Aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ al bloque 1. Obtener la fuerza de rozamiento usando el resultado del paso (b)1.	$\Sigma F_x = m_1a_{1x} \Rightarrow T - f_c = m_1 a$ por lo tanto $T - \mu_c m_1 g = m_1 a$
3. Aplicar $\Sigma F_{x'} = ma_{x'}$ al bloque 2:	$\Sigma F_{x'} = m_2a_{2x'} \Rightarrow m_2g - T = m_2 a$
4. Sumar las ecuaciones obtenidas en los pasos (b) 2 y (b) 3 y obtener a.	$a = \frac{m_2 - \mu_c m_1}{m_1 + m_2}g = \boxed{0{,}997\text{ m/s}^2}$

Comprobar el resultado Observar que $\mu_c = 0$ da el resultado de la aceleración deducido en el ejemplo 4.12 con $\theta = 0$.

Ejercicio ¿Cuál es la tensión de la cuerda cuando los bloques están deslizando? (*Respuesta* $T = m_2(g - a) = 44{,}1$ N.)

EJEMPLO 5.5 | El cochecillo incontrolado

Un cochecillo de niños incontrolado se desliza sin rozamiento por una charca helada hacia un agujero en el hielo (figura 5.11). Una persona sobre patines intenta alcanzar el cochecillo. Cuando lo consigue, esta persona y el cochecillo siguen deslizándose hacia el agujero con velocidad v_0. El coeficiente de rozamiento entre los patines (en la posición de frenado) y el suelo es μ_c. La distancia al agujero en el momento de agarrar al cochecillo es D, la masa de la persona es m y la del cochecillo M. (*a*) ¿Cuál es el valor mínimo de D para evitar la caída en el agujero? (*b*) ¿Qué fuerza debe ejercer la persona sobre el cochecillo?

Planteamiento del problema Inicialmente la persona y el cochecillo se mueven hacia el agujero con velocidad v_0 en la dirección x que tomamos como positiva. Si la persona hace una fuerza $\mathbf{F} = -F\mathbf{i}$ sobre el cochecillo, según la tercera ley de Newton el cochecillo hará una fuerza $\mathbf{F}' = F\mathbf{i}$ sobre la persona. Aplicar la segunda ley de Newton para determinar la aceleración. Después de hallar la aceleración, determinar la distancia D que recorre el cochecillo hasta que se detiene. El valor mínimo de D es aquél para el cual la velocidad de la persona se hace cero justo al llegar al agujero.

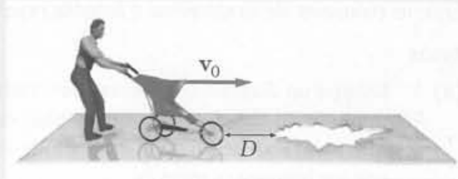


Figura 5.11

(a) 1. Dibujar los diagramas de fuerza para la persona y el cochecillo aisladamente:

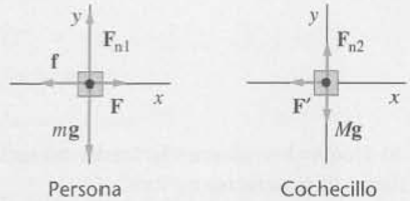


Figura 5.12

2. Aplicar $\Sigma F_y = ma_y$ a la persona y obtener primero la fuerza normal y después la fuerza de rozamiento:

$\Sigma F_y = ma_y \Rightarrow F_n - mg = 0$

y

$f_c = \mu_c F_n$ por lo tanto $f_c = \mu_c mg$

3. Aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ a la persona. Sustituir en el resultado del paso 2:

$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow F_n - f_c = ma_x$

con lo cual

$F - \mu_c mg = ma_x$

4. Aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ al cochecillo. Sustituir F en el resultado del paso 3:

$\Sigma F_x = Ma_x \Rightarrow -F = Ma_x$

con lo cual

$-Ma_x - \mu_c mg = ma_x$

5. Obtener a_x con el resultado del paso 4:

$$a_x = -\frac{\mu_c}{1 + M/m}g$$

(Como era de esperar, la aceleración es negativa.)

6. Sustituir el resultado del paso 5 en la ecuación cinemática y obtener D:

$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x\Delta x \Rightarrow 0 = v_0^2 + 2a_x D$

por lo tanto

$$D = -\frac{v_0^2}{2a_x} = \boxed{\left(1 + \frac{M}{m}\right)\frac{v_0^2}{2\mu_c g}}$$

(b) F resulta de la segunda ley de Newton aplicada al cochecillo:

$$F = -Ma_x \Rightarrow F = \boxed{\frac{\mu_c M}{1 + M/m}g}$$

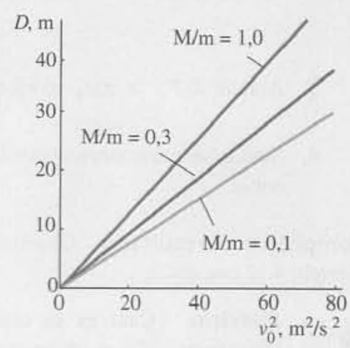


Figura 5.13

Observación El valor mínimo de D es proporcional a v_0^2 e inversamente proporcional a μ_c. La figura 5.13 muestra la distancia de frenado D en función de la velocidad inicial al cuadrado para valores de M/m iguales a 0,1, 0,3 y 1,0 con $\mu_c = 0{,}5$. Obsérvese que cuando la masa del cochecillo aumenta, se requiere una mayor distancia de frenado para una determinada velocidad inicial. Esto es análogo a lo que ocurre cuando se quiere detener un vehículo que arrastra un remolque cuando éste no tiene frenos propios. La masa del remolque aumenta la distancia de parada para una determinada velocidad.

EJEMPLO 5.6 | Tirando de una niña en un tobogán

¡INTÉNTELO USTED MISMO!

Una niña de masa m_c está sentada en un tobogán de masa m_t, situado sobre un estanque helado. El tobogán se empuja con una fuerza horizontal F (figura 5.14). Los coeficientes de rozamiento estático y cinético entre la niña y el tobogán son μ_e y μ_c respectivamente. (*a*) Determinar el valor máximo de F para el cual la niña no se desliza respecto al tobogán. (*b*) Determinar la aceleración del tobogán y la niña cuando F es superior a este valor máximo.

Planteamiento del problema La única fuerza que acelera a la niña es la fuerza de rozamiento que ejerce el tobogán sobre ella. El apartado (a) consiste en determinar F cuando esta fuerza es estática y máxima. Para hacerlo, aplicar $\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ a la muchacha y despejar la aceleración cuando la fuerza de rozamiento estática es máxima. Luego aplicar $\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ al tobogán y despejar F. En el apartado (b) se procede de forma similar. Sin embargo, en esta parte F viene dada y despejamos la aceleración del tobogán.

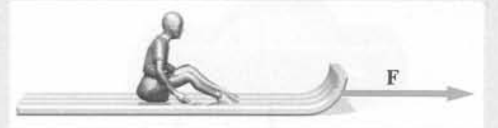
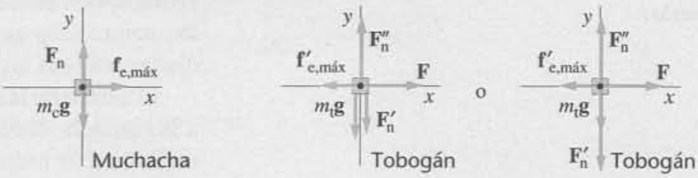


Figura 5.14

Tape la columna de la derecha e intente resolverlo usted mismo

Pasos	Respuestas
(a) 1. Dibujar un diagrama de fuerzas para cada elemento del problema (figura 5.15). En este caso se muestran dos alternativas para el dibujo del diagrama de fuerzas del tobogán. En la primera, las dos fuerzas hacia abajo se dibujan separadas. En la segunda se dibujan una a continuación de la otra.	 **Figura 5.15**
2. En cada diagrama se igualan los módulos de las fuerzas para cada par de fuerzas acción-reacción. Se expresa la relación entre las aceleraciones debida a la condición de ausencia de deslizamiento mutuo.	$F'_n = F_n$ y $f'_{e,máx} = f_{e,máx}$ y $a_{cx} = a_{tx} = a_x$
3. Aplicar $\Sigma F_y = ma_y$ a la niña. Obtener primero la fuerza normal y después la fuerza de rozamiento:	$\Sigma F_{cy} = m_c a_y \Rightarrow F_n - m_c g = 0$ $F_n = m_c g$ y $f_{e,máx} = \mu_e F_n$ por lo tanto $f_{e,máx} = \mu_e m_c g$
4. Aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ a la niña y obtener la aceleración.	$\Sigma F_{cx} = m_c a_x \Rightarrow f_{e,máx} = m_c a_x$ y $\mu_e m_c g = m_c a_x$ con lo cual $a_x = \mu_e g$
5. Aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ al tobogán y, usando las relaciones obtenidas en el paso 2 para la aceleración y el resultado del paso 3, obtener F:	$\Sigma F_{tx} = m_t a_x \Rightarrow F - f_{e,máx} = m_t a_x$ y $F - \mu_e m_c g = m_t \mu_e g$ esto es $F = \boxed{(m_c + m_t)\mu_e g}$
(b) 1. Igualar las magnitudes de cada par de fuerzas acción-reacción y expresar el cambio en la relación entre las aceleraciones debido a que ahora no se da la restricción de ausencia de deslizamiento mutuo.	$F'_n = F_n$ y $f'_c = f_c$ pero $a_{cx} < a_{tx}$
2. Obtener la fuerza de rozamiento cinética usando el resultado del paso (a) 3 de la fuerza normal.	$f_c = \mu_c F_n$ por lo tanto $f_c = \mu_c m_c g$
3. Aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ a la niña y obtener *su aceleración*.	$\Sigma F_{cx} = m_c a_{cx} \Rightarrow f_c = m_c a_{cx}$ y $\mu_c m_c g = m_c a_{cx}$ con lo que $a_{cx} = \mu_c g$
4. Aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ al tobogán. Usando el resultado del apartado (b) 2, obtener *su aceleración*.	$\Sigma F_{tx} = m_t a_{tx} \Rightarrow F - f_c = m_t a_{tx}$ y $F - \mu_c m_c g = m_t a_{tx}$ esto es $a_{tx} = \boxed{\dfrac{F - \mu_c m_c g}{m_t}}$

Observación El rozamiento es una fuerza entre dos superficies en contacto, y no es correcto decir que el rozamiento siempre se opone al movimiento o a la tendencia al movimiento. En este ejemplo el rozamiento no se opone al movimiento de la niña, sino que lo produce. Es correcto decir que el rozamiento siempre se opone al movimiento, o a la tendencia al movimiento, de *una superficie respecto de otra*. Por ejemplo, aunque la chica se mueve hacia delante *en relación al hielo*, se mueve o tiende a moverse hacia atrás (hacia la izquierda) *en relación al tobogán*. El rozamiento se opone al movimiento relativo o a la tendencia al movimiento.

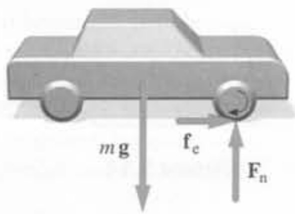


Figura 5.16 Fuerzas que actúan sobre un coche con tracción delantera. Las fuerzas normales $\mathbf{F}_n$ no son generalmente iguales en las ruedas delanteras y traseras.

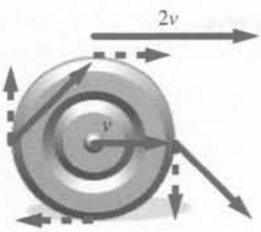


Figura 5.17 Cuando una rueda gira sin deslizar, cada punto de la periferia posee una velocidad de magnitud v relativa al centro de la rueda, en donde v es la velocidad del centro de la rueda al suelo. La velocidad del punto sobre el neumático en contacto con el suelo es cero respecto al suelo. En esta figura las líneas de puntos representan velocidades respecto al centro de la rueda y las líneas continuas representan velocidades respecto al suelo.

La figura 5.16 muestra las fuerzas que actúan sobre un coche en el momento justo que parte del reposo. El peso del coche es equilibrado por la fuerza normal F_n ejercida sobre los neumáticos. Para que el coche comience a moverse, el motor suministra potencia al eje de tracción haciendo que las ruedas giren (trataremos el concepto de potencia en el capítulo 6). Si el movimiento sobre la carretera fuese sin rozamiento, las ruedas simplemente girarían sobre sí mismas. Cuando existe rozamiento, la carretera ejerce sobre los neumáticos una fuerza de rozamiento dirigida hacia adelante que proporciona la fuerza necesaria para acelerar el coche. Si la potencia suministrada por el motor es lo suficientemente pequeña para que la fuerza ejercida por la superficie de los neumáticos sobre la carretera no sea grande, las dos superficies no deslizan. Las ruedas giran sin deslizar y la superficie de los neumáticos en contacto con el suelo está en reposo relativo respecto a él. El rozamiento entre la carretera y los neumáticos es estático. La máxima fuerza de rozamiento que los neumáticos pueden ejercer sobre la carretera (y que la carretera puede ejercer sobre los neumáticos) es $\mu_e F_n$.

El centro de las ruedas de un coche que se desplaza en línea recta con velocidad v relativa a la carretera, también se mueve con velocidad v, como se ve en la figura 5.17. Si una rueda no desliza, la mitad superior de la rueda se mueve más rápida que v y la mitad inferior de la rueda se mueve más lenta que v. Sin embargo, cada punto del perímetro de la rueda *relativo al coche* se mueve en un círculo con la misma velocidad v. Además la velocidad instantánea del punto del neumático que está en contacto con el suelo *es cero relativa al suelo*. (De otro modo, el neumático patinaría.)

Si la potencia del motor es suficientemente grande, el neumático patinará y las ruedas girarán sobre sí mismas. Por lo tanto, la fuerza que acelera el coche es la fuerza de rozamiento cinética, que es inferior a la fuerza de rozamiento estática. Si nos encontramos con el coche atascado en hielo o nieve, para poder salir es mejor acelerar con mucha suavidad. De la misma forma, si tenemos que detener completamente un coche, la fuerza que ejerce el asfalto sobre las ruedas es estática o cinética, dependiendo de la forma como frenamos. Si frenamos tan bruscamente que las ruedas se bloquean, los neumáticos resbalaran sobre el asfalto y la fuerza que parará el coche será la fuerza de rozamiento cinética. Si, en cambio, no frenamos tan bruscamente y no se produce deslizamiento entre los neumáticos y la carretera, la fuerza que parará el coche será la fuerza de rozamiento estática. Los sistemas de frenado antibloqueo (ABS) de los coches utilizan sensores para medir la velocidad de la rueda. Si el dispositivo de control detecta que la rueda está próxima a bloquearse, el sistema modula una señal que hace que la presión del freno disminuya, para instantes después restaurar la presión sobre la rueda y así sucesivamente unas 15 veces por segundo. Esta presión variable es similar a la que se ejerce bombeando el pedal del freno pero, con el sistema ABS, únicamente se produce la sucesión de presión fuerte presión débil en aquella rueda que está a punto de bloquearse. Con este método se consigue el máximo frenado ya que se consigue el rozamiento máximo para detener el coche.

Cuando las ruedas se bloquean y los neumáticos resbalan, se dan dos cosas no deseadas. La distancia mínima necesaria para detener el vehículo aumenta y la capacidad que el conductor tiene para controlar el coche disminuye enormemente. Obviamente la disminución de la capacidad de control puede tener consecuencias graves.

EJEMPLO 5.7 | El efecto de los frenos antibloqueo

Un coche viaja a 30 m/s por una carretera horizontal. Los coeficientes de rozamiento entre la carretera y los neumáticos son $\mu_e = 0{,}5$ y $\mu_c = 0{,}3$. ¿Cuánto tiempo tardará el coche en detenerse si (*a*) el coche se frena con un sistema antibloqueo, de modo que las ruedas no deslizan y (*b*) el coche se frena con dureza sin antibloqueo, y las ruedas se bloquean.

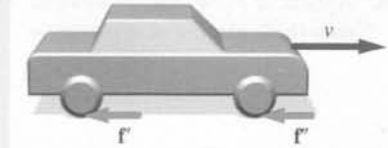


Figura 5.18

Planteamiento del problema La fuerza que detiene un automóvil cuando éste se frena es la fuerza de rozamiento ejercida por la carretera sobre los neumáticos (figura 5.18). Entonces, aplicando la segunda ley de Newton se determina la aceleración. Utilizamos la cinemática para determinar la distancia recorrida antes de parar.

(a) 1. Dibujar un diagrama de fuerzas para el coche (figura 5.19). Considerar las cuatro ruedas como si tuvieran un solo punto de contacto con el suelo. Suponer también que los frenos se aplican a las cuatro ruedas. Hagamos $\mathbf{f} = \mathbf{f}' + \mathbf{f}''$.

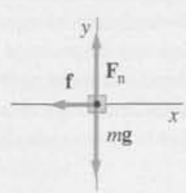


Figura 5.19

2. Para relacionar la distancia necesaria para parar, Δx, con la velocidad inicial v_0 usamos la ecuación 2.15, suponiendo que la aceleración es constante. Los coeficientes de rozamiento varían con la temperatura y dado que al resbalar los neumáticos se calientan, los coeficientes de rozamiento varían también. Sin embargo no tendremos en cuenta este efecto aquí:

$$v^2 = v_0^2 + 2a_x \Delta x$$

Cuando $v = 0$,

$$\Delta x = -\frac{v_0^2}{2a_x}$$

3. Aplicar $\Sigma F_y = ma_y$ al coche. Primero se obtiene la fuerza normal, después la fuerza de rozamiento.

$\Sigma F_y = ma_y \Rightarrow F_n - mg = 0$, por lo tanto

$F_n = mg$ y

$f_{e,\text{máx}} = \mu_e F_n$, con lo cual $f_{e,\text{máx}} = \mu_e mg$

4. Aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ al coche y se obtiene la aceleración:

$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow -f_{e,\text{máx}} = ma_x$

y

$-\mu_e mg = ma_x$, con lo cual $a_x = -\mu_e g$

5. Aplicando estos resultados en la ecuación de Δx en el paso 2 se obtiene la distancia de frenado:

$$\Delta x = -\frac{v_0^2}{2a_x} = \frac{v_0^2}{2\mu_e g}$$

$$= \frac{(30\ \text{m/s})^2}{2(0{,}5)(9{,}81\ \text{m/s}^2)} = \boxed{91{,}8\ \text{m}}$$

(b) 1. Cuando las ruedas se bloquean, la fuerza ejercida por la carretera sobre el coche es el rozamiento cinético. Mediante un razonamiento semejante al del apartado (a), se obtiene para la aceleración:

$$a_x = -\mu_c g$$

2. La distancia de frenado es por lo tanto:

$$\Delta x = -\frac{v_0^2}{2a_x} = \frac{v_0^2}{2\mu_c g}$$

$$= \frac{(30\ \text{m/s})^2}{2(0{,}3)(9{,}81\ \text{m/s}^2)} = \boxed{153\ \text{m}}$$

Observación La distancia de frenado es superior en un 50% cuando las ruedas están bloqueadas. Obsérvese también que esta distancia es independiente de la masa del coche: la distancia de frenado es igual para un pequeño coche utilitario que para un camión, siempre que los coeficientes de rozamiento sean iguales.

Ejercicio ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento estático entre la carretera y los neumáticos de un coche con tracción a las cuatro ruedas si el coche se acelera desde el reposo a 25 m/s en un tiempo de 8 s? (*Respuesta* 0,319.)

5.2 Movimiento a lo largo de una trayectoria curva

En el capítulo 3 se estableció que si una partícula se mueve con una velocidad v a lo largo de una trayectoria curva con un radio de curvatura r, la partícula tiene una componente de la aceleración $a_c = v^2/r$ en la dirección centrípeta (hacia el centro de curvatura), y una componente de la aceleración en la dirección tangencial $a_t = dv/dt$.

Además, la fuerza neta va en la dirección de la aceleración. La componente de la fuerza neta en la dirección centrípeta se denomina **fuerza centrípeta**. La fuerza centrípeta no es una clase de fuerza distinta de las que ya hemos estudiado, sino que meramente designa a la componente de la fuerza neta perpendicular a la dirección del movimiento que puede ejercerse mediante una cadena, un muelle o cualquier otra fuerza de contacto como la fuerza normal o la fuerza de rozamiento; también puede producir una fuerza centrípeta una fuerza de acción a distancia como la fuerza de gravitación, o puede darse como resultado de una combinación de todas. En cualquier caso, siempre apunta hacia el centro de curvatura de la trayectoria.

WEB

EXPLORANDO

Las leyes de Newton no son válidas en los sistemas de referencia no inerciales. Explore sistemas de referencia no inerciales, pseudofuerzas, y ciclones en www.whfreeman.com/tipler5e

EJEMPLO 5.8 | Dando vueltas a un cubo

Se hace girar un cubo de agua siguiendo una circunferencia vertical de radio r (figura 5.20). Si la velocidad del cubo en su parte más alta es v_a, calcular (*a*) la fuerza ejercida por el cubo sobre el agua en este punto; (*b*) el valor mínimo de v_t para que el agua no se salga del cubo; (*c*) la fuerza ejercida por el cubo sobre el agua en la parte más baja del círculo, en donde la velocidad del cubo es v_b.

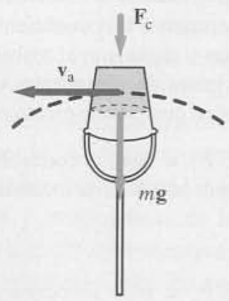


Figura 5.20

Planteamiento del problema Apliquemos la segunda ley de Newton para calcular la fuerza ejercida por el cubo sobre el agua. Como el agua se mueve según una trayectoria circular, existirá una aceleración centrípeta v^2/r hacia el centro del círculo.

(a) 1. Dibujar los diagramas de fuerza para el agua en la parte superior y en la parte inferior del círculo (figura 5.21). En cada caso, elegir como dirección positiva del eje x la dirección hacia el centro del círculo.

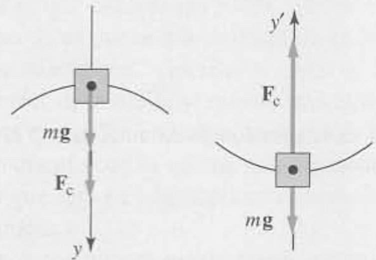


Figura 5.21

2. Aplicar $\sum F_y = ma_y$ al agua cuando pasa por la parte más alta del círculo a velocidad v_a. Despejar la fuerza F_c que hace el cubo sobre el agua:

$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow F_c + mg = m\frac{v_a^2}{r}$$

por lo tanto

$$F_c = \boxed{m\left(\frac{v_a^2}{r} - g\right)}$$

(b) El cubo puede empujar el agua, pero no puede tirar de ella. La fuerza mínima que puede ejercer es cero. Haciendo $F_p = 0$ y despejando $v_{a,\,min}$:

$$0 = m\left(\frac{v_{a,\,min}^2}{r} - g\right) \Rightarrow v_{a,\,min} = \boxed{\sqrt{rg}}$$

(c) Aplicar $\sum F_{y'} = ma_{y'}$ al agua cuando pasa por la parte más baja del cubo a velocidad v_b. Despejar F_c:

$$\sum F_{y'} = ma_{y'} \Rightarrow F_c - mg = \frac{mv_b^2}{r}$$

por lo tanto

$$F_c = \boxed{m\left(\frac{v_b^2}{r} + g\right)}$$

Observación En los diagramas de fuerzas para el agua no está representada la fuerza centrípeta. La fuerza centrípeta no es un tipo de fuerza ejercida por un agente; es sólo el nombre de la fuerza resultante que debe apuntar hacia el centro del círculo para proporcionar la aceleración centrípeta. Cuando el cubo giratorio está en la parte alta del círculo, tanto la gravedad como la fuerza de contacto del cubo contribuyen a la fuerza centrípeta que actúa sobre el agua. Cuando el agua se mueve a la velocidad mínima en lo alto del círculo, su aceleración es **g** (aceleración en caída libre debida a la gravedad) y la única fuerza que actúa sobre ella en este punto es su peso, $m\mathbf{g}$. En la parte más baja del círculo, F_c debe ser mayor que el peso mg para suministrar al agua la fuerza centrípeta necesaria.

Comprobar el resultado Cuando $v = 0$ en la parte más baja del círculo, $F_c = mg$.

Ejercicio Estimar (*a*) la velocidad mínima en la parte alta del círculo y (*b*) el período máximo de revolución que evita que el líquido se derrame al hacer girar un cubo de agua en un círculo vertical a velocidad constante. (*Respuestas* (*a*) Suponiendo que $r \sim 1$ m, resulta $v_{a,\,min} \sim 3$ m/s. (*b*) $T = (2\pi r/v) \sim 2$ s.)

EJEMPLO 5.9 | Un péndulo

¡INTÉNTELO USTED MISMO!

Una bola de masa m está suspendida de una cuerda de longitud L y se mueve con velocidad constante v en un círculo horizontal de radio r. La cuerda forma un ángulo $\theta = r/L$. Determinar (*a*) la dirección de la aceleración, (*b*) la tensión de la cuerda y (*c*) la velocidad de la bola.

Planteamiento del problema Dos fuerzas actúan sobre la bola: su peso, $m\mathbf{g}$, y la tensión, $\mathbf{T}$, de la cuerda (véase la figura 5.22). La suma vectorial de estas fuerzas va en la dirección de la aceleración.

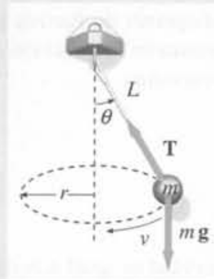
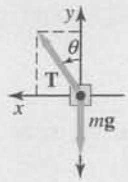


Figura 5.22

Tape la columna de la derecha e intente resolverlo usted mismo

Pasos	Respuestas
(a) La bola se mueve en un círculo horizontal dando vueltas a velocidad constante. La aceleración va en la dirección centrípeta.	La aceleración es horizontal y dirigida desde la bola hacia el centro del círculo por donde se mueve.
(b) 1. Dibujar el diagrama de fuerzas para la bola. Elegir la dirección positiva del eje x en la dirección de la aceleración de la pelota.	 Figura 5.23
2. Aplicar $\Sigma F_y = ma_y$ para la bola y obtener la tensión T.	$\Sigma F_y = ma_y \Rightarrow T\cos\theta - mg = 0$ por lo tanto $\boxed{T = \frac{mg}{\cos\theta}}$
(c) 1. Aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ a la bola.	$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow T \text{ sen } \theta = m\frac{v^2}{r}$
2. Sustituir $mg/\cos\theta$ para T y obtener v.	$\frac{mg}{\cos\theta} \text{ sen } \theta = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow \text{tg } \theta = \frac{v^2}{rg}$ por lo tanto $v = \boxed{\sqrt{rg \text{ tg } \theta}}$

Observación Un objeto atado a una cuerda y moviéndose en un círculo horizontal, de modo que la cuerda forme un ángulo θ con la vertical, se denomina *péndulo cónico*.

Cuando el coche circula por una curva de una carretera horizontal, la fuerza centrípeta se origina por la fuerza de rozamiento ejercida por la carretera sobre los neumáticos del coche. Si el coche no se desliza radialmente, el rozamiento es estático. Si el coche se mueve a velocidad constante, la componente hacia delante de la fuerza de rozamiento se equilibra con las fuerzas que se oponen al movimiento del vehículo, como la fuerza de arrastre del aire y la fuerza de rozamiento a la rodadura. Si la resistencia del aire es despreciable, la componente en la dirección del movimiento de la fuerza de rozamiento es nula.

EJEMPLO 5.10 | Una prueba de carretera

¡PÓNGALO EN SU CONTEXTO!

Durante un trabajo de verano, un equipo de estudiantes diseña neumáticos de automóviles. Se prueba un nuevo prototipo de neumáticos para ver si su comportamiento cumple las previsiones. En una prueba de deslizamiento, el modelo BMW 530i fue capaz de recorrer a velocidad constante un círculo de 45,7 m de radio en 15,2 s sin patinar. (*a*) ¿Cuál fue su velocidad *v*? (*b*) ¿Cuál fue la aceleración centrípeta? (*c*) Suponiendo que la fuerza del aire y el rozamiento son despreciables, ¿cuál es el valor mínimo del coeficiente de rozamiento estático?

Planteamiento del problema La figura 5.24 muestra las fuerzas que actúan sobre el coche. La fuerza normal F_n equilibra el peso mg. La fuerza horizontal es la fuerza de rozamiento estático, que suministra la fuerza centrípeta. Cuanto más rápido circula el coche, mayor es la fuerza centrípeta requerida. La velocidad se determina a partir de la longitud de la circunferencia y del período T. Esta velocidad impone un límite inferior al valor máximo del coeficiente de rozamiento estático.

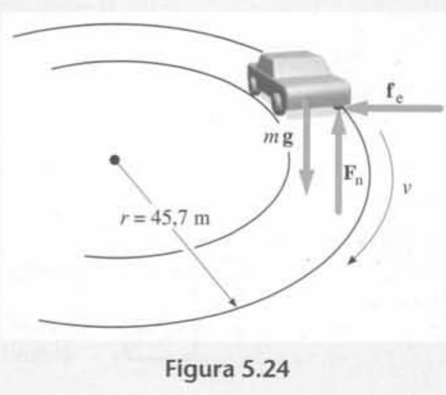


Figura 5.24

(a) 1. Dibujar un diagrama de fuerzas para el coche (figura 5.25). La dirección positiva en la dirección r señala en la dirección opuesta al centro de curvatura.

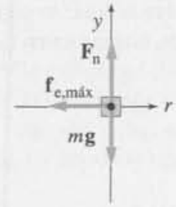


Figura 5.25

2. Usar "la velocidad es igual a la distancia dividida por el tiempo" para determinar la velocidad v:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(45{,}7\text{ m})}{15{,}2\text{ s}} = \boxed{18{,}90\text{ m/s}}$$

(b) Utilizar v para calcular la aceleración:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(18{,}9\text{ m/s})^2}{45{,}7\text{ m}} = \boxed{7{,}81\text{ m/s}^2}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \boxed{0}$$

La aceleración es 7,81 m/s^2 en la dirección centrípeta,

(c) 1. Aplicar $\Sigma F_y = ma_y$ a los movimientos vertical y radial del coche. Escoger como dirección positiva la radial hacia fuera:

$$\Sigma F_y = ma_y \Rightarrow F_n - mg = 0$$

por lo tanto

$$F_n = mg \quad \text{y} \quad f_{e,\,\text{máx}} = \mu_e mg$$

2. Aplicar $\Sigma F_r = ma_r$ al coche. Sustituyendo el resultado obtenido en el apartado (c) 1 se obtiene para μ_e:

$$\Sigma F_r = ma_r \Rightarrow -f_{e,\,\text{máx}} = m\left(-\frac{v^2}{r}\right)$$

con lo cual,

$$\mu_e mg = m\frac{v^2}{r} \quad \text{y} \quad \mu_e = \frac{v^2}{rg}$$

$$\mu_e = \frac{(18{,}9\text{ m/s})^2}{(45{,}7\text{ m})(9{,}81\text{ m/s}^2)} = \boxed{0{,}796}$$

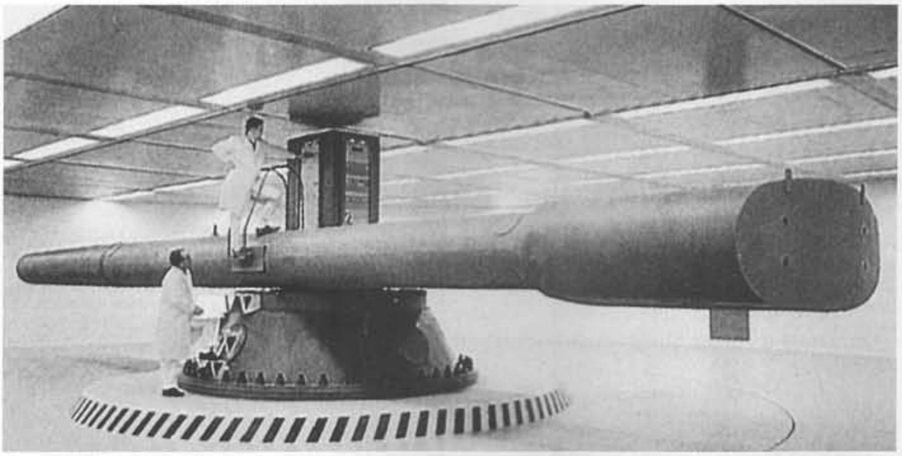
Observación Cuando se calculan los valores de las magnitudes con tres cifras significativas, una buena práctica es calcular los valores intermedios con cuatro cifras significativas. Por ejemplo, si se usan los valores que se muestran en el apartado (b), se obtiene $a_c = 7{,}816$ m/s^2. Este resultado no debe redondearse a 7,82 m/s^2, ya que en el paso 2 del apartado (a), sustituyendo los valores exactos nos lleva a obtener, con cuatro cifras significativas, $v = 18{,}89$ m/s. Calculando a_c usando $v = 18{,}89$ m/s (en vez de 18,9 m/s) da $a_c = 7{,}808$ m/s^2, que redondeado lleva a $a_c = 7{,}81$ m/s^2. Guardar en la calculadora los valores intermedios y utilizarlos en cálculos posteriores facilita este proceso.

Comprobar el resultado Si μ_e fuera igual a 1, la fuerza hacia dentro del círculo sería mg y la aceleración centrípeta igual a g. En el ejemplo $\mu_e \approx 0{,}8$ y $a_c \approx 0{,}8g$.

*Curvas con pendiente (peralte)

Si una carretera curvada no es horizontal, sino inclinada, la fuerza normal de la carretera tendrá una componente dirigida hacia el centro del círculo que contribuye a la fuerza centrípeta. El ángulo de la pendiente (o peralte) puede elegirse de tal modo que, para una determinada velocidad, no sea necesario el rozamiento para tomar la curva sin patinar.

Cuando un coche coge una curva, la fuerza de rozamiento ejercida por la carretera deforma los neumáticos.



Centrífuga gigantesca utilizada para investigación en *Sandia National Laboratories* (EE. UU.)

EJEMPLO 5.11 | Una curva con peralte

Una curva de radio 30 m tiene un ángulo de peralte θ. Determinar el valor de θ para el cual un coche puede tomar la curva a 40 km/h aunque esté cubierta de hielo.

Planteamiento del problema En este caso existen sólo dos fuerzas sobre el coche: la gravedad y la fuerza normal. Dado que el coche se mueve en un círculo a velocidad constante, la aceleración va en la dirección centrípeta. El vector suma de las dos fuerzas va en la dirección de la aceleración.

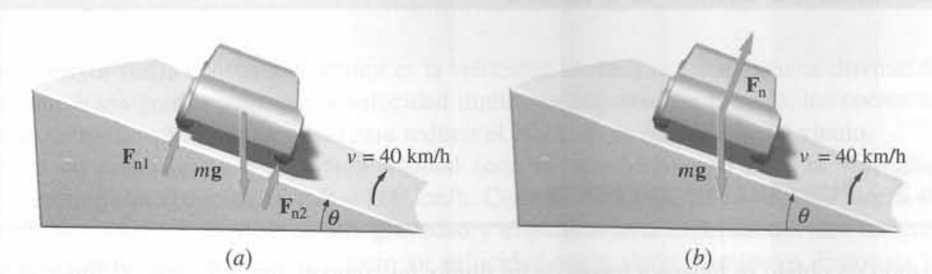


Figura 5.26

1. En la figura 5.26*a* las fuerzas que ejerce el asfalto sobre el coche se designan como $\mathbf{F}_{n1}$ y $\mathbf{F}_{n2}$. Estas fuerzas se combinan y dan $\mathbf{F}_n$ en la figura 5.26*b*. El ángulo entre la fuerza normal $\mathbf{F}_n$ y la vertical es θ, el mismo ángulo del peralte. Dibujar el diagrama de fuerzas para el coche.

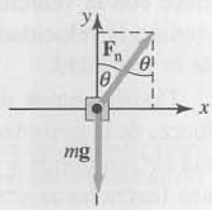


Figura 5.27

2. Aplicar $\Sigma F_y = ma_y$ al coche:

$$\Sigma F_y = ma_y \Rightarrow F_n \cos\theta - mg = 0$$

por lo tanto

$$F_n = \frac{mg}{\cos\theta}$$

3. Aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ al coche. Sustituir F_n usando el resultado del paso 2 y se obtiene θ:

$$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow F_n \operatorname{sen}\theta = m\frac{v^2}{r}$$

y

$$\frac{mg}{\cos\theta}\operatorname{sen}\theta = m\frac{v^2}{r} \quad \text{con lo cual} \quad \theta = \operatorname{arctg}\frac{v^2}{rg}$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\frac{[(40\,000\ \text{m})/(3600\ \text{s})]^2}{(30\ \text{m})(9{,}81\ \text{m/s}^2)} = \boxed{22{,}8°}$$

Observación El ángulo de peralte θ depende de v y r, pero no de la masa m; θ aumenta con v creciente y disminuye al aumentar r. Cuando el ángulo de peralte, la velocidad y el radio satisfacen la ecuación $\mathrm{tg}\ \theta = v^2/rg$, el coche toma la curva con suavidad sin tendencia a patinar hacia dentro o hacia afuera. Si la velocidad del coche es mayor que $\sqrt{rg\ \mathrm{tg}\ \theta}$, la carretera ejercerá una fuerza de rozamiento según la pendiente hacia abajo. Esta fuerza tiene una componente horizontal hacia el centro de la curvatura que proporciona la fuerza centrípeta adicional necesaria para evitar que el coche se mueva hacia fuera (patinar hacia arriba según la pendiente). Si la velocidad del coche es inferior a esta magnitud, la carretera ejercerá una fuerza de rozamiento hacia arriba según la pendiente.

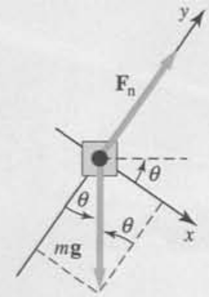


Figura 5.28

Solución alternativa En la resolución del problema se ha usado el criterio de escoger como dirección de un eje de coordenadas la dirección del vector aceleración, la dirección centrípeta. Sin embargo, la solución no es más difícil si elegimos como dirección de un eje la dirección de la pendiente. Esta es la opción que hemos tomado en la solución siguiente.

1. Dibujar el diagrama de fuerzas para el coche (figura 5.28). La dirección del eje x se toma en la dirección de la pendiente y el eje y se toma en la dirección perpendicular.
2. Aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ al coche: $\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow mg \text{ sen } \theta = ma_x$
3. Dibujar un esquema y usar la trigonometría para obtener una expresión para a_x en función de a y de θ (figura 5.29): $a_x = a \cos \theta$
4. Sustituir el resultado del paso 3 en el resultado del paso 2. Sustituir v^2/r por a y se obtiene θ: $mg \text{ sen } \theta = ma \cos \theta$

$$g \text{ sen } \theta = \frac{v^2}{r} \cos \theta$$

$$\mathrm{tg}\ \theta = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow \theta = \mathrm{arctg}\frac{v^2}{rg}$$

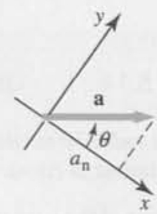


Figura 5.29

Ejercicio Determinar la componente de la aceleración normal a la superficie de la carretera. (*Respuesta* 1,60 m/s²)

*5.3 Fuerzas de arrastre

Cuando un objeto se mueve a través de un fluido, tal como el aire o el agua, el fluido ejerce una fuerza de resistencia o **fuerza de arrastre** que tiende a reducir la velocidad del objeto. Esta fuerza depende de la forma del objeto, de las propiedades del fluido y de la velocidad del objeto respecto al fluido. A diferencia de la fuerza de rozamiento, la fuerza de arrastre crece con la velocidad del objeto. Para pequeñas velocidades es aproximadamente proporcional a la velocidad del objeto; para velocidades superiores es casi proporcional al cuadrado de la velocidad.

Consideremos un objeto que cae libremente desde el reposo bajo la influencia de la fuerza de la gravedad, supuesta constante. Ahora agregamos una fuerza de arrastre de magnitud bv^n, en donde b y n son constantes. Así tenemos una fuerza hacia abajo constante, mg, y una fuerza hacia arriba bv^n (figura 5.30).

Si tomamos positiva la dirección hacia abajo, resulta según la segunda ley de Newton

$$\sum F_y = mg - bv^n = ma_y \tag{5.6}$$

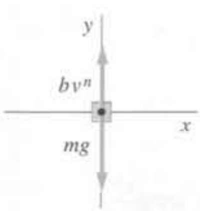


Figura 5.30 Diagrama de fuerzas de un objeto que cae libremente en el aire, que le ofrece una fuerza de resistencia.

Para $t = 0$, cuando se deja caer el objeto, la velocidad es nula, de modo que la fuerza de arrastre es cero y la aceleración es g hacia abajo. Cuando la velocidad del objeto crece, la fuerza de arrastre se incrementa y la aceleración es menor que g. Finalmente, la velocidad se hace lo suficientemente grande para que la fuerza de arrastre bv^n sea igual a la fuerza de gravedad mg, de modo que la aceleración se hace cero. El objeto continúa entonces moviéndose a la velocidad constante v_l, llamada **velocidad límite** o velocidad terminal. Haciendo $a_y = 0$ resulta, de la ecuación 5.7

$$bv_l^n = mg$$

Y por lo tanto, para la velocidad límite

$$v_1 = \left(\frac{mg}{b}\right)^{1/n} \tag{5.7}$$

Cuanto mayor sea la constante b, menor es la velocidad límite. Los paracaídas se diseñan de modo que b sea grande para que la velocidad límite sea pequeña. En cambio, los coches se diseñan de modo que b sea pequeño para reducir el efecto de la resistencia del viento.

Para un paracaidista de apertura manual (con el paracaídas cerrado), la velocidad límite es aproximadamente 60 m/s ≈ 200 km/h. Cuando el paracaídas se abre, la fuerza de arrastre es mayor que la fuerza de la gravedad y el paracaidista experimenta una aceleración hacia arriba mientras cae, es decir, su velocidad hacia abajo disminuye. Entonces la fuerza de arrastre disminuye hasta que se alcanza una nueva velocidad límite, del orden de 20 km/h.

EJEMPLO 5.12 | Velocidad límite

Un paracaidista de masa 64 kg alcanza una velocidad límite de 180 km/h con sus brazos y piernas extendidas. (*a*) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza de arrastre F_a sobre el paracaidista? (*b*) Si la fuerza de arrastre es igual a bv^2, ¿cuál es el valor de b?

(a) 1. Dibujar un diagrama de fuerzas:

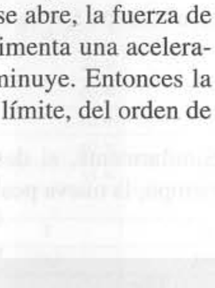


Figura 5.31

2. Aplicar $\sum F_y = ma_y$. Como el paracaidista se mueve con velocidad constante, la aceleración es cero:

$$\Sigma F_y = ma_y \Rightarrow F_a - mg = 0$$

por lo tanto

$$F_a = mg = (64\text{ kg})(9{,}81\text{ N/kg}) = \boxed{628\text{ N}}$$

(b) 1. Para determinar b, basta considear que $F_a = bv^2$:

$$F_a = mg = bv^2$$

por lo tanto

$$b = \frac{mg}{v^2}$$

2. Determinar la velocidad en m/s y después calcular b:

$$180 \text{ km/h} = \frac{180 \text{ km}}{1 \text{ h}}\left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}\right)\left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}\right)$$

$$= \frac{180 \text{ km}}{1 \text{ h}}\left(\frac{1 \text{ m/s}}{3{,}6 \text{ km/h}}\right) = 50 \text{ m/s}$$

$$b = \frac{(64 \text{ kg})(9{,}81 \text{ N/kg})}{(50 \text{ m/s})^2} = \boxed{0{,}251 \text{ kg/m}}$$

*5.4 Integración numérica: el método de Euler

Si una partícula se mueve bajo la influencia de una fuerza *constante*, su aceleración es constante y para la determinación de su velocidad y de su posición se usan las fórmulas cinemáticas que, en el caso de aceleración constante, se han descrito en el capítulo 2. Consideremos ahora una partícula que se mueve en el espacio bajo la acción de una fuerza, y por consiguiente, de una aceleración, que depende de la posición y de la velocidad de la partícula. La posición, la velocidad y la aceleración de la partícula en un instante de tiempo determinan la posición y la velocidad en el siguiente instante que, a su vez, determinan la aceleración. La posición, la velocidad y la aceleración real de un objeto cambian continuamente con el tiempo. Se suele aproximar esta situación mediante el **método de Euler** que consiste en reemplazar esta variación continua con el tiempo por pequeños intervalos de tiempo Δt de tal forma que la aceleración en cada intervalo sea constante. Si el intervalo de tiempo es suficientemente pequeño, el cambio de la aceleración es pequeño y puede despreciarse.

Sean x_0, v_0 y a_0 la posición, la velocidad y la aceleración iniciales de la partícula en un instante de tiempo t_0. Si suponemos que durante Δt la aceleración es constante, la velocidad en el tiempo $t_1 = t_0 + \Delta t$ viene dada por

$$v_1 = v_0 + a_0\, \Delta t$$

Similarmente, si despreciamos cualquier cambio de la velocidad durante el intervalo de tiempo, la nueva posición viene dada por la ecuación

$$x_1 = x_0 + v_0\, \Delta t$$

A partir de los valores de v_1 y x_1 calculamos la nueva aceleración a_1 usando la segunda ley de Newton y, posteriormente usamos x_1, v_1, y a_1 para calcular x_2 y v_2.

$$x_2 = x_1 + v_1\, \Delta t \tag{5.8}$$

$$v_2 = v_1 + a_1\, \Delta t \tag{5.9}$$

La conexión entre la posición y la velocidad en el tiempo t_n y el tiempo $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ viene dada por

$$x_{n+1} = x_n + v_n\, \Delta t \tag{5.10}$$

y

$$v_{n+1} = v_n + a_n\, \Delta t \tag{5.11}$$

Por lo tanto, para determinar la velocidad y la posición en un tiempo t dividimos el intervalo de tiempo $t - t_0$ en un gran número de pequeños intervalos Δt y aplicamos las ecuaciones 5.10 y 5.11 empezando en el instante inicial t_0. Esto comporta un gran cantidad de cálculos simples y repetitivos que mediante un ordenador son fáciles de hacer. La técnica de dividir el intervalo de tiempo en pequeños intervalos de tiempo y calcular la aceleración, la velocidad y la posición en cada intervalo usando los valores del intervalo anterior se denomina integración numérica.

Fuerzas de resistencia Para ilustrar el uso de la integración numérica, consideremos el problema de un paracaidista que salta en caída libre, partiendo del reposo, desde una altura determinada, de modo que su movimiento depende únicamente de la fuerza de la gravedad y de la fuerza de resistencia del aire, que es proporcional al cuadrado de la velocidad. Tenemos que calcular la velocidad v y la distancia recorrida x en función del tiempo.

La ecuación que describe el movimiento de un objeto de masa m que parte del reposo y que cae bajo la acción de la gravedad es la ecuación 5.6 con $n = 2$

$$mg - bv^2 = ma$$

donde la dirección positiva es la dirección hacia abajo. La aceleración, en estas condiciones, vale

$$a = g - \frac{b}{m}v^2 \tag{5.12}$$

Conviene escribir la constante b/m en función de la velocidad límite v_l. Si $a = 0$ en la ecuación 5.12, se obtiene

$$0 = g - \frac{b}{m}v_l^2$$

$$\frac{b}{m} = \frac{g}{v_l^2}$$

	A	B	C	D
1	Δt =	0,5	s	
2	x0 =	0	m	
3	v0 =	0	m/s	
4	a0 =	9,81	m/s^2	
5	vt =	60	m/s	
6				
7	t	x	v	a
8	(s)	(m)	(m/s)	(m/s^2)
9	0,00	0,0	0,00	9,81
10	0,50	0,0	4,91	9,74
11	1,00	2,5	9,78	9,55
12	1,50	7,3	14,55	9,23
13	2,00	14,6	19,17	8,81
14	2,50	24,2	23,57	8,30
15	3,00	36,0	27,72	7,72
41	16,00	701,0	59,55	0,15
42	16,50	730,7	59,62	0,16
43	17,00	760,6	59,68	0,10
44	17,50	790,4	59,74	0,09
45	18,00	820,3	59,78	0,07
46	18,50	850,2	59,82	0,06
47	19,00	880,1	59,85	0,05
48	19,50	910,0	59,87	0,04
49	20,00	939,9	59,89	0,04
50				

(*a*)

	A	B	C	D
1	Δt =	0,5	s	
2	x0 =	0	m	
3	v0 =	0	m/s	
4	a0 =	9,81	m/s^2	
5	vt =	60	m/s	
6				
7	t	x	v	a
8	(s)	(m)	(m/s)	(m/s^2)
9	0	=B2	=B3	=$B$4*(1-C9^2/$B$5^2)
10	=A9+$B$1	=B9+C9*$B$1	=C9+D9*$B$1	=$B$4*(1-C10^2/$B$5^2)
11	=A10+$B$1	=B10+C10*$B$1	=C10+D10*$B$1	=$B$4*(1-C11^2/$B$5^2)
12	=A11+$B$1	=B11+C11*$B$1	=C11+D11*$B$1	=$B$4*(1-C12^2/$B$5^2)
13	=A12+$B$1	=B12+C12*$B$1	=C12+D12*$B$1	=$B$4*(1-C13^2/$B$5^2)
14	=A13+$B$1	=B13+C13*$B$1	=C13+D13*$B$1	=$B$4*(1-C14^2/$B$5^2)
15	=A14+$B$1	=B14+C14*$B$1	=C14+D14*$B$1	=$B$4*(1-C15^2/$B$5^2)
41	=A40+$B$1	=B40+C40*$B$1	=C40+D40*$B$1	=$B$4*(1-C41^2/$B$5^2)
42	=A41+$B$1	=B41+C41*$B$1	=C41+D41*$B$1	=$B$4*(1-C42^2/$B$5^2)
43	=A42+$B$1	=B42+C42*$B$1	=C42+D42*$B$1	=$B$4*(1-C43^2/$B$5^2)
44	=A43+$B$1	=B43+C43*$B$1	=C43+D43*$B$1	=$B$4*(1-C44^2/$B$5^2)
45	=A44+$B$1	=B44+C44*$B$1	=C44+D44*$B$1	=$B$4*(1-C45^2/$B$5^2)
46	=A45+$B$1	=B45+C45*$B$1	=C45+D45*$B$1	=$B$4*(1-C46^2/$B$5^2)
47	=A46+$B$1	=B46+C46*$B$1	=C46+D46*$B$1	=$B$4*(1-C47^2/$B$5^2)
48	=A47+$B$1	=B47+C47*$B$1	=C47+D47*$B$1	=$B$4*(1-C48^2/$B$5^2)
49	=A48+$B$1	=B48+C48*$B$1	=C48+D48*$B$1	=$B$4*(1-C49^2/$B$5^2)
50				

(*b*)

Figura 5.32 (*a*) Hoja de cálculo que se usa para calcular la posición y la velocidad de un paracaidista con una resistencia del aire proporcional a v^2. (*b*) Se muestra la misma hoja de cálculo Excel, con las fórmulas.

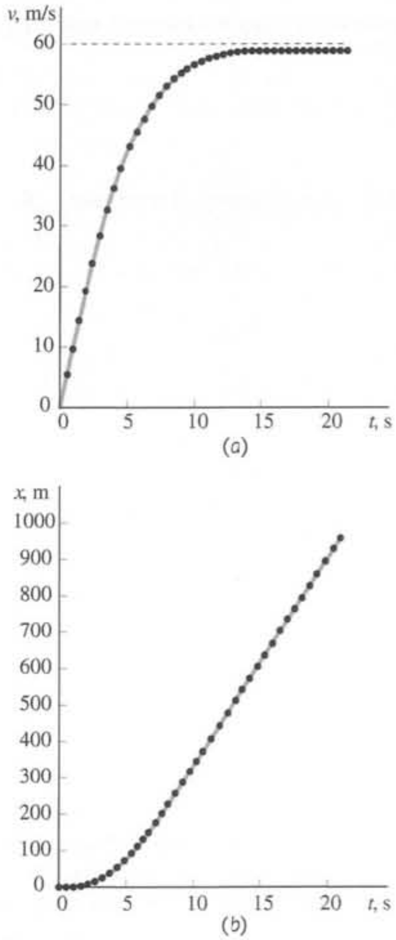


Figura 5.33 (*a*) Gráfico $v - t$ para un paracaidista, calculado mediante una integración numérica con $\Delta t = 0{,}5$ s. La línea horizontal discontinua muestra la velocidad límite $v_l = 60$ m/s. (*b*) Gráfico $x - t$ si $\Delta t = 0{,}5$ s.

Sustituyendo g/v_t^2 por b/m en la ecuación 5.12, se llega a

$$a = g\left(1 - \frac{v}{v_l^2}\right) \tag{5.13}$$

La aceleración en el tiempo t_n se calcula usando los valores de x_n y de v_n.

Para resolver la ecuación 5.13 numéricamente, tenemos que usar los valores numéricos de g y de v_l. Una velocidad límite razonable es 60 m/s. Si tomamos $x_0 = 0$, los valores iniciales son $x_0 = 0$, $v_0 = 0$, y $a_0 = g = 9{,}81$ m/s^2. Para determinar la velocidad v y la posición x transcurrido un tiempo $\Delta t = 20$ s, dividimos el intervalo de tiempo $0 < t < 20$ s en muchos intervalos pequeños Δt y aplicamos las ecuaciones 5.10, 5.11, y 5.13. Lo hacemos escribiendo un programa o usando una hoja de cálculo, como la que se muestra en la figura 5.32. Esta hoja de cálculo considera $\Delta t = 0{,}5$ s y para $t = 20$ s, obtiene $x = 59{,}89$ m y $v = 939{,}9$ m/s.

La figura 5.33 muestra la representación gráfica de v respecto a t y de x respecto a t para estos datos.

¿Cuál es la precisión de estos cálculos? Podemos estimarla volviendo a usar el mismo programa con otro intervalo de tiempo más pequeño. Si usamos $\Delta t = 0{,}25$ s, la mitad del valor utilizado en el primer cálculo, cuando $t = 20$ s obtenemos $v = 59{,}86$ m/s y $x = 943{,}1$ m. La diferencia en la velocidad es de un 0,05 por ciento mientras que la de la posición es un 0,4 por ciento. Estas son pues las estimaciones de la exactitud de los cálculos iniciales.

Si la diferencia entre el valor a_m para un intervalo de tiempo y el valor de a al comienzo del intervalo se hace más pequeña a medida que el intervalo de tiempo disminuye, podríamos pensar en la conveniencia de usar intervalos de tiempo muy pequeños, como por ejemplo $\Delta t = 0{,}000000001$ s. Hay dos razones que muestran que este procedimiento no conviene. Primera, cuanto más pequeño es el intervalo, mayor es el número de cálculos que hay que realizar, con lo cual el tiempo que necesita el programa aumenta. Segunda, el ordenador en cada paso del cálculo guarda un número determinado de dígitos significativos, por lo que en cada paso se produce un redondeo. Este es un proceso aditivo, con lo que cuantos más cálculos realicemos más significativo será el error del redondeo. Cuando hemos disminuido por primera vez el intervalo de tiempo, la precisión del resultado mejora porque a_i se aproxima a a_m para ese intervalo. Sin embargo, a medida que el intervalo disminuye, los errores de redondeo crecen y la exactitud del cálculo disminuye. Una buena regla en este tipo de cálculos es no usar más de 10^4 o 10^5 intervalos para una integración numérica típica.

Resumen

Las fuerzas de rozamiento y de arrastre son fenómenos complejos que se aproximan empíricamente mediante ecuaciones simples.

TEMA	OBSERVACIONES Y ECUACIONES RELEVANTES
1. Rozamiento	Dos objetos en contacto ejercen fuerzas de rozamiento entre sí. Estas fuerzas son paralelas a las superficies de los objetos en los puntos de contacto y su dirección es opuesta a la dirección del deslizamiento o tendencia a deslizar.
Rozamiento estático	$f_e \le \mu_e F_n$ **(5.2)**
	en donde F_n es la fuerza normal de contacto y μ_e el coeficiente de rozamiento estático.
Rozamiento cinético	$f_c = \mu_c F_n$ **(5.3)**
	en donde μ_c es el coeficiente de rozamiento cinético. Este coeficiente es ligeramente menor que el de rozamiento estático.
2. Movimiento a lo largo de una curva	Una partícula que se mueve a lo largo de una curva arbitraria puede considerarse que se mueve en un arco circular durante un pequeño intervalo de tiempo. Su vector aceleración instantánea tiene una componente $a_r = v^2/r$ hacia el centro de curvatura del arco y una componente $a_t = dv/dt$ que es tangencial a la curva. Si la partícula se mueve por una trayectoria circular de radio r a velocidad constante v, $a_t = 0$ y la velocidad, el radio r y el periodo T están relacionados mediante la ecuación $2\pi r = vT$

3. *Fuerzas de arrastre

Cuando un objeto se mueve a través de un fluido, experimenta una fuerza de arrastre que se opone al movimiento. Esta fuerza crece al aumentar la velocidad del objeto. Si el cuerpo se deja caer libremente desde el reposo, su velocidad crece hasta que la fuerza de arrastre iguala a la fuerza de gravedad, después de lo cual se mueve con una velocidad constante llamada velocidad límite. Esta velocidad límite depende de la forma del cuerpo y del medio a través del cual cae.

4. *Integración numérica: método de Euler

Para estimar la posición x y la velocidad v en un instante de tiempo t, se divide primero t en muchos intervalos de tiempo pequeños Δt. La aceleración inicial a_0 se calcula a partir de los valores de la posición inicial x_0 y de la velocidad inicial v_0. La posición x_1 y la velocidad v_1 en un tiempo Δt posterior se estiman usando las relaciones

$$x_{n+1} = x_n + v_n \Delta t \qquad (5.10)$$

y

$$v_{n+1} = v_n + a_n \Delta t \qquad (5.11)$$

con $n = 0$. La aceleración a_{n+1} se calcula usando los valores de x_{n+1} y v_{n+1} y así sucesivamente. Este proceso continúa hasta que se obtienen la posición y la velocidad para el tiempo t.

Problemas

- ● Concepto simple, un solo paso, relativamente fácil.
- ●● Nivel intermedio, puede exigir síntesis de conceptos.
- ●●● Desafiante, para alumnos avanzados.
- SSM La solución se encuentra en el *Student Solutions Manual*.
- iSOLVE Problemas que pueden encontrarse en el servicio iSOLVE de tareas para casa.
- iSOLVE ✓ Estos problemas del servicio "Checkpoint" son problemas de control, que impulsan a los estudiantes a describir cómo se llega a la respuesta y a indicar su nivel de confianza.

En algunos problemas se dan más datos de los realmente necesarios; en otros pocos, deben extraerse algunos datos a partir de conocimientos generales, fuentes externas o estimaciones lógicas.

Problemas conceptuales

1 ● En el suelo de un camión que se mueve a lo largo de una carretera horizontal hay varios objetos. Si el camión acelera, ¿qué fuerza actúa sobre los objetos para que éstos se aceleren?

2 ● SSM Todo objeto situado sobre el suelo de un camión se desliza si la aceleración de éste es grande. ¿Qué relación hay entre la aceleración crítica del camión para que un objeto ligero comience a deslizarse y la que corresponde a un objeto mucho más pesado?

3 ● Un bloque de masa m descansa sobre un plano inclinado que forma un ángulo θ con la horizontal. El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el plano es (*a*) $\mu_e \geq g$, (*b*) $\mu_e = \operatorname{tg} \theta$, (*c*) $\mu_e \leq \operatorname{tg} \theta$, (*d*) $\mu_e \geq \operatorname{tg} \theta$.

4 ● SSM Un bloque de masa m se encuentra en reposo sobre un plano inclinado 30° con la horizontal, como indica la figura 5.34. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones respecto a la fuerza de rozamiento estático es necesariamente cierta? (*a*) $f_e > mg$. (*b*) $f_e < mg \cos 30°$. (*c*) $f_e = mg \cos 30°$. (*d*) $f_e = mg \operatorname{sen} 30°$. (*e*) Ninguna es cierta.

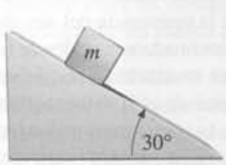


Figura 5.34 Problema 4

5 ●● En un día helado de invierno, el coeficiente de rozamiento entre los neumáticos de un coche y la superficie de una carretera puede reducirse a la mitad de su valor en un día seco. Como resultado, la velocidad máxima a la cual puede tomarse una curva de radio R es (*a*) la misma que en un día seco, (*b*) reducida a un 71% de su valor en un día seco, (*c*) reducida al 50% de su valor en un día seco. (*d*) reducida al 25% de su valor en un día seco, (*e*) reducida a un valor desconocido que depende de la masa del coche.

6 ●● SSM Mostrar con un diagrama de fuerzas cómo una motocicleta puede recorrer un círculo sobre una pared vertical. Considerar parámetros razonables (coeficiente de rozamiento, radio del círculo, masa de la motocicleta, etc.) y calcular la velocidad mínima necesaria.

7 ●● Este es un experimento muy interesante que se puede realizar en casa: se coge un bloque de madera y se pone en el suelo o sobre alguna superficie plana. Se ata el bloque a un muelle y se tira de él con un movimiento suave y constante en la dirección horizontal, de modo que, a partir de un momento, el bloque empieza a moverse, pero no de forma continua, sino que se mueve, se para, se mueve, se para, etc. Explicar por qué se da este movimiento.

8 ● Verdadero o falso: visto desde un sistema de referencia inercial, un objeto no puede moverse en círculo a menos que actúe sobre él una fuerza resultante neta.

9 ●● Una partícula se mueve en un círculo vertical a velocidad constante. ¿Cuál de las siguientes magnitudes permanece constante? (*a*) La velocidad vectorial. (*b*) La aceleración. (*c*) La fuerza neta. (*d*) El peso aparente. (*e*) Ninguna de las anteriores.

10 ● SSM Coloque un pequeño trozo de hierro en una mesa y mantenga por encima suyo a una distancia de 1 cm un imán de cocina. El imán no atrae suficientemente a la pieza y ésta no se mueve. Repita el experimento pero manteniendo el imán y la pieza separados 1 cm en la mano y déjelos caer al suelo. Antes de llegar al suelo, el imán y la pieza de hierro se unen debido a fuerza magnética que ejerce el imán sobre la pieza de hierro. (*a*) Dibuje los diagramas de fuerzas que ilustren toda las fuerzas que actúan sobre el imán y sobre la pieza de hierro en cada caso. (*b*) Explique por qué el imán y la pieza de hierro se unen durante la caída por el aire, mientras que no se unen cuando están encima de la mesa.

11 ●●● SSM Boris Korsunsky, en su artículo "Brainwisters for Physics Students" (*The Physics Teacher*, **33** 550 (1995)) plantea una cuestión que supone un interesante rompecabezas: Dos bloques idénticos se atan a una cuerda sin masa que pasa por una polea tal como se muestra en la figura 5.35. Inicialmente la cuerda está colocada de tal forma que su punto medio está en la polea y además el plano no ejerce rozamiento. Los dos bloques en reposo se colocan inicialmente, tal como muestra la figura, con la cuerda tensa y horizontal. Si se suelta el bloque 2, ¿chocará antes el bloque 1 con la polea que el bloque 2 con la pared? (Suponga que la distancia inicial del bloque 1 a la polea es la misma que la distancia del bloque 2 a la pared). Hay una solución que es muy sencilla.

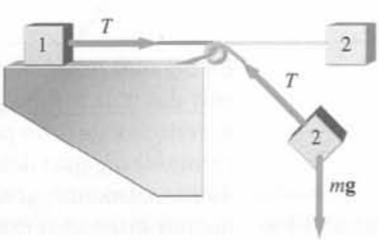


Figura 5.35 Problema 11

12 ● Verdadero o falso: La velocidad límite de un objeto que cae depende de su forma.

13 ● SSM Una paracaidista salta en caída libre por el aire. Su velocidad límite (*a*) depende de su masa, (*b*) depende de la orientación de la caída, (*c*) depende de la densidad del aire, (*d*) todas las respuestas anteriores son ciertas.

14 ●● Si está sentado en el asiento de un coche que circula a gran velocidad por una curva de un circuito, siente una fuerza que tiende a echarle del asiento hacia fuera. ¿Cuál es la dirección real de la fuerza que actúa sobre usted y de donde proviene esa fuerza? (Suponga que usted está bien atado al asiento y que, por lo tanto, no resbala por él.)

15 ● SSM La masa de la Luna es aproximadamente el 1% de la masa de la Tierra. La fuerza centrípeta que mantiene a la Luna en su órbita alrededor de la Tierra (*a*) es muy inferior a la fuerza gravitatoria ejercida por la Tierra sobre la Luna, (*b*) depende de la fase de la Luna, (*c*) es mucho mayor que la fuerza gravitatoria ejercida por la Tierra sobre la Luna, (*d*) es la misma que la fuerza gravitatoria ejercida por la Tierra sobre la Luna, (*e*) no puedo responder; no hemos estudiado todavía la ley de Newton de la gravitación.

16 ● Un bloque se desliza sobre una superficie sin rozamiento a lo largo de un rizo como indica la figura 5.36. El bloque se mueve con la velocidad necesaria para que en ningún momento pierda el contacto con la pista. Asignar los puntos A, B, C y D a sus correspondientes diagramas de fuerza (figura 5.37).

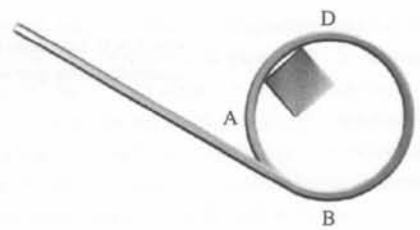


Figura 5.36 Problema 16

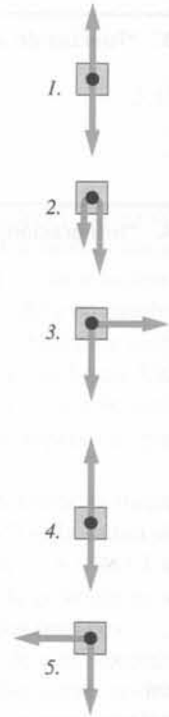


Figura 5.37

17 ●● Una piedra y una pluma están a la misma altura sobre el suelo y, al unísono, se las deja caer. La piedra llega antes al suelo. A partir de este hecho se podría concluir que la fuerza de arrastre aerodinámica que actúa sobre la pluma es mayor que la que actúa sobre la piedra, pero en realidad es al revés. Explique en detalle por qué la piedra llega antes al suelo. Suponga que la fuerza de arrastre viene dada por la expresión $F_D = (1/2)CA\rho v^2$ (en el problema 18(*c*) hay una explicación de esta fórmula).

Aproximaciones y estimaciones

18 ● SSM Hay un método muy simple que se utiliza habitualmente para determinar la resistencia aerodinámica de los coches. Cuando un coche, en una pista larga y plana, alcanza una determinada velocidad (por ejemplo de unos 96 km/h), se pone el cambio en punto muerto y se espera que el coche se pare. Se mide el tiempo que tarda el coche en disminuir la velocidad a intervalos de 8 km/h. (*a*) Haciendo pruebas con un Toyota Tercel de 1020 kg de masa se observa que pasa de 96 km/h a 88 km/h en 3,92 s. ¿Cuál es la fuerza media que frena al coche? (*b*) Si el coeficiente de rozamiento de rodadura del coche es 0,02, ¿cuál es la fuerza de rozamiento de rodadura que actúa frenando al coche? Si suponemos que las únicas dos fuerzas que actúan sobre el coche son el rozamiento por rodadura y la resistencia aerodinámica, ¿cuál es la fuerza de resistencia aerodinámica promedio sobre el vehículo? (*c*) La fuerza de resistencia tiene la forma $F_D = (1/2)CA\rho v^2$, donde A es el área transversal del coche frente al viento, ρ es la densidad del aire y C es una constante adimensional de orden 1. Si el área transversal del coche es 1,91 m^2, determinar C a partir de los datos disponibles. (La densidad del aire es 1,21 kg/m^3; úsese en el cálculo que la velocidad del coche es 88 km/h.)

19 ● Usando el análisis dimenional, determinar las unidades y las dimensiones de la constante b en la fuerza de resistencia bv^n (*a*) si $n = 1$ y (*B*) si $n = 2$. (*c*) Newton mostró que la resistencia del aire de un objeto de área circular que cae es $(1/2)\rho\pi r^2 v^2$ aproximadamente, donde la densidad del aire es $\rho =$ 1,2 kg/m^3. Demostrar que este resultado es consistente con el análisis dimensional del apartado (*b*). (*d*) Determinar la velocidad límite de un paracaidista de 56 kg en caída libre suponiendo que su área transversal es un disco circular de 0,30 m de radio y que la densidad del aire cerca de la superficie terrestre es 1,2 kg/m^3. (*e*) La densidad de la atmósfera disminuye con la altura: a 8 km de altura la densidad es de sólo 0,514 kg/m^3. ¿Cuál sería la velocidad límite del paracaidista en caída libre a esta altura?

20 ●● Afortunadamente, la formación de bolas de granizo del tamaño de una pelota de golf no es frecuente, aunque el tamaño medio de las partículas de granizo es mayor que el de las gotas de lluvia. Estimar la velocidad límite de una gota de lluvia y de una bola de granizo del tamaño de una pelota de golf.

Rozamiento

21 ● SSM Un bloque de masa m se desliza a velocidad constante hacia abajo por un plano inclinado según un ángulo θ con la horizontal. Se verifica que (*a*) $\mu_c = mg$ sen θ. (*b*) $\mu_c = \text{tg}\ \theta$. (*c*) $\mu_c = 1 - \cos\theta$. (*d*) $\mu_c = \cos\theta - \text{sen}\ \theta$.

22 ● Un bloque de madera se arrastra mediante una cuerda horizontal sobre una superficie horizontal a velocidad constante con una fuerza de 20 N. El coeficiente de rozamiento cinético entre las superficies es 0,3. La fuerza de rozamiento es (*a*) imposible de determinar sin conocer la masa del bloque. (*b*) imposible de determinar sin conocer la velocidad del bloque. (*c*) 0,3 N. (*d*) 6 N. (*e*) 20 N.

23 ● SSM ✓ Un bloque de 20 N descansa sobre una superficie horizontal. Los coeficientes de rozamiento estático y cinético entre la superficie y el bloque son respectivamente $\mu_e = 0{,}8$ y $\mu_c = 0{,}6$. Una cuerda horizontal está atada al bloque con una tensión constante T. ¿Cuál es la fuerza de rozamiento que actúa sobre el bloque si (*a*) $T = 15$ N ó (*b*) $T = 20$ N?

24 ● Un bloque de masa m se arrastra a velocidad constante sobre una superficie horizontal mediante una cuerda como se indica en la figura 5.38. La magnitud de la fuerza de rozamiento es (*a*) $\mu_c mg$. (*b*) $T\cos\theta$. (*c*) $\mu_c(T - mg)$. (*d*) $\mu_c T$ sen θ. (*e*) $\mu_c(mg - T\,\text{sen}\ \theta)$.

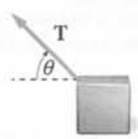


Figura 5.38

25 ● Un obrero empuja con una fuerza horizontal de 500 N un cajón de 100 kg situado sobre una alfombra gruesa. Los coeficientes de rozamiento estático y cinético son respectivamente 0,6 y 0,4. Determinar la fuerza de rozamiento que ejerce la alfombra sobre el cajón.

26 ● Una caja que pesa 600 N es empujada a lo largo de un suelo horizontal con velocidad constante mediante una fuerza de 250 N paralela al suelo. ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento cinético entre la caja y el suelo?

27 ● ✓ El coeficiente de rozamiento estático entre los neumáticos de un coche y la carretera es $\mu_e = 0{,}6$. Si la fuerza resultante que actúa sobre el coche es la fuerza de rozamiento estático ejercida por la carretera, (*a*) ¿cuál es la aceleración máxima que puede adquirir el coche cuando se frena? (*b*) ¿Cuál es la mínima distancia a la que se detendrá el coche si inicialmente llevaba una velocidad de 30 m/s?

28 ● SSM La fuerza que acelera un coche a lo largo de una carretera horizontal es la fuerza de rozamiento entre la carretera y los neumáticos. (*a*) Explicar por qué la aceleración es mayor cuando las ruedas no giran. (*b*) Si un coche acelera de 0 a 90 km/h en 12 s con aceleración constante, ¿cuál es el mínimo coeficiente de rozamiento entre las ruedas y la carretera? Suponer que la mitad del peso del coche lo soportan las ruedas tractoras.

29 ● Un bloque de 5 kg se mantiene en reposo contra una pared vertical mediante una fuerza horizontal de 100 N. (*a*) ¿Cuál es la fuerza de rozamiento ejercida por la pared sobre el bloque? (*b*) ¿Cuál es la fuerza horizontal mínima necesaria para evitar que el bloque caiga si el coeficiente de rozamiento entre la pared y el bloque es $\mu_e = 0{,}40$?

30 ● Un estudiante cansado y sobrecargado intenta mantener su libro de física bajo el brazo tal como muestra la figura 5.39. El libro pesa 10,2 kg, el coeficiente de rozamiento estático entre el libro y el brazo del muchacho es 0,32 y el coeficiente de rozamiento entre el libro y el jersey del estudiante es 0,16. (*a*) ¿Cuál es la fuerza horizontal mínima que ha de ejercer el brazo del muchacho para que el libro no caiga? (*b*) Si realiza sólo una fuerza de 195 N, cuál es la aceleración del libro mientras se desliza bajo el brazo del estudiante? El coeficiente de rozamiento cinético del brazo con el libro es 0,20, mientras que el del jersey con el libro es 0,09.

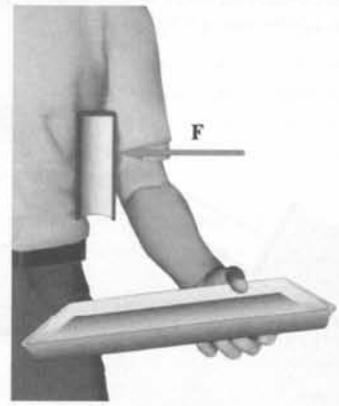


Figura 5.39 Problema 30

31 ● En un día de nieve y con la temperatura próxima al punto de congelación el coeficiente de rozamiento estático entre los neumáticos y una carretera con hielo es de 0,08. ¿Cuál es la máxima inclinación que un vehículo con tracción a las cuatro ruedas puede vencer ascendiendo a velocidad constante?

32 ● SSM Una caja de 50 kg debe arrastrarse sobre un suelo horizontal. El coeficiente de rozamiento estático entre la caja y el suelo es 0,6. Un método de arrastre sería empujar la caja con una fuerza que formase un ángulo θ hacia abajo con la horizontal. Otro método sería tirar de la caja con una fuerza que formase un ángulo θ hacia arriba con la horizontal. (*a*) Explicar por qué un método es mejor que otro. (*b*) Calcular la fuerza necesaria para mover la caja en cada uno de los métodos si $\theta = 30°$ y comparar la respuesta con los resultados que se obtendrían si el ángulo fuera $\theta = 0°$.

33 ● ✓ Una caja de 3 kg descansa sobre una plataforma horizontal y está atada a otra caja de 2 kg por una cuerda ligera como indica la figura 5.40. (*a*) ¿Cuál es el coeficiente mínimo de rozamiento estático que permite que las dos cajas permanezcan en reposo? (*b*) Si el coeficiente de rozamiento estático es menor que el determinado en el apartado (*a*) y el coeficiente de rozamiento cinético entre la caja y la plataforma es 0,3, determinar el tiempo que tardará la masa de 2 kg en recorrer los 2 m que le separan del suelo, suponiendo que el sistema parte del reposo.

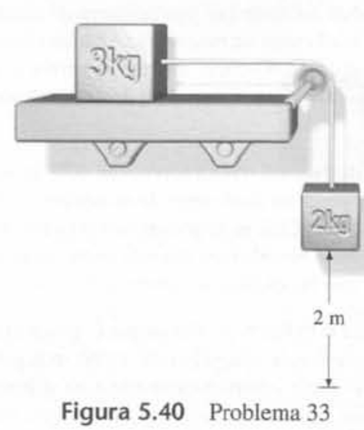


Figura 5.40 Problema 33

34 ●● Un bloque en un plano horizontal tiene una velocidad inicial *v*. Si se mueve en dirección horizontal, recorre una distancia *d* antes de pararse. Demostrar que el coeficiente de rozamiento cinético viene dado por $\mu_c = v^2/2gd$.

35 ●● SSM Un bloque de masa m_1 = 250 g se encuentra en reposo sobre un plano que forma un ángulo $\theta = 30°$ sobre la horizontal (figura 5.41). El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el plano es μ_c = 0,100. Este bloque está unido a un segundo bloque de masa m_2 = 200 g que cuelga libremente de una cuerda que pasa por una polea sin rozamiento y con masa despreciable. Cuando el segundo bloque ha caído 30 cm, su velocidad es (*a*) 83 cm/s. (*b*) 48 cm/s. (*c*) 160 cm/s. (*d*) 59 cm/s. (*e*) 72 cm/s.

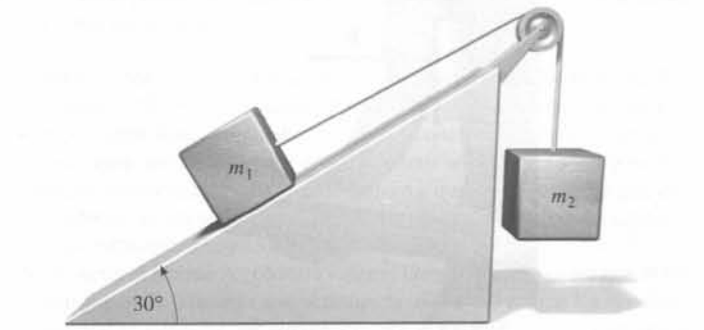


Figura 5.41 Problemas 35-37

36 ●● Supongamos ahora que en la figura 5.41, m_1 = 4 kg. El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el plano inclinado es 0,4. (*a*) Determinar el intervalo de valores posibles para m_2 de modo que el sistema se encuentre en equilibrio estático. (*b*) ¿Cuál es la fuerza de rozamiento sobre el bloque de 4 kg si m_1 = 1 kg?

37 ●● Volviendo a la figura 5.41, supongamos que m_1 = 4 kg, m_2 = 5 kg y que el coeficiente de rozamiento cinético entre el plano inclinado y el bloque de 4 kg es μ_c = 0,24. Determinar la aceleración de las masas y la tensión de la cuerda.

38 ●● SSM iSOLVE ✓ El coeficiente de rozamiento estático entre el suelo de un camión y un cajón que reposa sobre él es 0,30. El camión circula a 80 km/h a lo largo de una carretera horizontal. ¿Cuál será la mínima distancia de parada del camión para que el cajón no deslice?

39 ●● Una masa de 4,5 kg con una velocidad inicial de 14 m/s comienza a ascender por un plano inclinado 37° con la horizontal. Cuando su desplazamiento es de 8,0 m, su velocidad ascendente ha disminuido a 5,2 m/s. Determinar (*a*) el coeficiente de rozamiento cinético entre la masa y el plano, (*b*) el desplazamiento de la masa desde su punto de partida al momento en que alcanza momentáneamente el reposo y (*c*) la velocidad del bloque cuando alcanza de nuevo su posición inicial.

40 ●● Un automóvil asciende por una carretera de pendiente 15° a una velocidad de 30 m/s. El coeficiente de rozamiento estático entre los neumáticos y la carretera es 0,7. (*a*) ¿Qué distancia mínima recorrerá el coche antes de pararse? (*b*) ¿Qué distancia mínima recorrería si descendiera por la misma pendiente?

41 ●● Un coche de tracción trasera soporta un 40% de su peso sobre sus dos ruedas de tracción y posee un coeficiente de rozamiento estático de 0,7 con una carretera horizontal. (*a*) ¿Cuál es la aceleración máxima del vehículo? (*b*) ¿Cuál es el tiempo más corto posible para que este coche alcance una velocidad de 100 km/h? (Suponer que la potencia del motor es ilimitada.)

42 ●● SSM Un estudiante, *A*, afirma que él puede colocar un bloque de 2 kg sobre el lado exterior de una vagoneta, como indica la figura 5.42, y que el bloque no caerá al suelo, comprometiéndose a no utilizar ningún tipo de ganchos, cuerdas, grapas, imanes, pegamentos, adhesivos, etc. Cuando otro estudiante, *B*, acepta la apuesta, el primero empuja la vagoneta en la dirección indicada. El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y la vagoneta es 0,6. (*a*) Determinar la aceleración mínima para que *A* gane la apuesta. (*b*) ¿Cuál es el módulo de la fuerza de rozamiento en este caso? (*c*) Determinar la fuerza de rozamiento sobre el bloque si *a* es dos veces la aceleración mínima necesaria para que el bloque no caiga. (*d*) Demostrar que un bloque de cualquier masa no caerá si la aceleración es $a \geq g/\mu_e$, siendo μ_e el coeficiente de rozamiento estático.

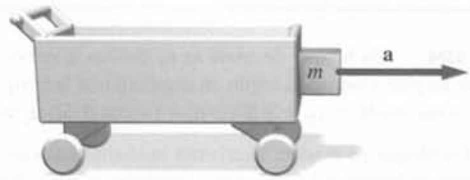


Figura 5.42 Problema 42

43 ●● iSOLVE Dos bloques atados por una cuerda se deslizan hacia abajo por una pendiente de 10° (figura 5.43). El bloque inferior tiene una masa de m_2 = 0,25 kg y un coeficiente de rozamiento cinético μ_c = 0,2. Para el bloque superior, m_1 = 0,8 kg y μ_c = 0,3. Determinar (*a*) el módulo y dirección de la aceleración de los bloques y (*b*) la tensión de la cuerda.

44 ●● SSM Al igual que en el problema 43, dos bloques de masa m_1 y m_2 resbalan por el plano inclinado de la figura 5.43. Están unidos por una *barra* sin masa. La barra se comporta igual que una cuerda excepto que la fuerza que ejerce puede ser tanto de compresión como de tensión. El coeficiente de rozamiento cinético del bloque 1 es μ_1 y el del bloque 2 es μ_2. (*a*) Determinar la aceleración de los dos bloques. (*b*) Determinar la fuerza que ejerce la barra sobre los dos bloques. Demostrar que la fuerza es cero cuando $\mu_1 = \mu_2$ y encontrar un argumento no matemático sencillo que justifique porqué es cierto.

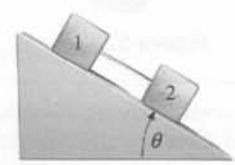


Figura 5.43 Problema 43 y 44

45 ●● Dos bloques atados por una cuerda están en reposo sobre un plano inclinado. El bloque inferior tiene una masa de m_1 = 0,2 kg y un coeficiente de rozamiento estático μ_e = 0,4. El bloque superior tiene una masa de m_2 = 0,1 kg y μ_e = 0,6. Se va aumentando θ poco a poco. (*a*) ¿Para qué ángulo θ_c comienzan los bloques a deslizar? (*b*) ¿Cuál es la tensión de la cuerda justo antes de que comience el deslizamiento?

46 ●● Dos bloques conectados por una barra rígida, de masa despreciable, deslizan sobre una superficie inclinada 20°. El bloque inferior tiene una masa m_1 = 1,2 kg, y el bloque superior m_2 = 0,75 kg. (*a*) Si los coeficientes de rozamiento cinético son μ_c = 0,3 para el bloque inferior y μ_c = 0,2 para el bloque superior, ¿cuál es la aceleración de los bloques? (*b*) Determinar la fuerza transmitida por la barra a cada bloque.

47 ●● SSM Un bloque de masa *m* descansa sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento estático es 0,6. El bloque está sometido a la fuerza **F** que forma un ángulo θ con la horizontal mediante una cuerda de masa despreciable, como indica la figura 5.44. El valor mínimo de la fuerza necesaria para mover el bloque depende del ángulo θ. (*a*) Analizar cualitativamente en qué forma esta fuerza depende de θ. (*b*) Calcular la fuerza para los ángulos θ = 0°, 10°, 20°, 30°, 40°, 50° y 60° y hacer un gráfico de *F* en función de θ para mg = 400 N. Según este gráfico, ¿cuál es el ángulo más eficaz que debe formar la dirección de la fuerza para mover el bloque?

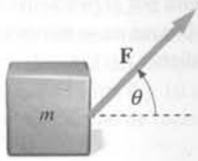


Figura 5.44 Problema 47

48 ●● Un bloque de masa m está sobre una superficie horizontal con un coeficiente estático de rozamiento con esa superficie μ_e (utilizar el mismo dibujo del problema 47). Demostrar que, en general (*a*) la fuerza mínima para mover el bloque hay que aplicarla tirando con un ángulo $\theta_{\text{mín}} = \text{arctg}\ \mu_e$, y (*b*) la fuerza mínima necesaria para que el bloque empiece a moverse es $F_{\text{mín}} = (\mu_e/\sqrt{1+\mu_e^2})mg$. (*c*) Si el bloque ya se mueve, ¿qué hay que hacer para aplicar la mínima fuerza posible y que sea suficiente para *mantener* el movimiento, aumentar, disminuir o mantener el ángulo que forma la fuerza con la horizontal?

49 ●● Responder a las mismas cuestiones que plantea el problema 48, pero suponer que la fuerza **F** está dirigida hacia abajo formando un ángulo θ con la horizontal como indica la figura 5.45.

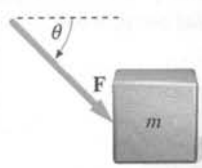


Figura 5.45 Problema 49

50 ●● Una masa de 100 kg es empujada a lo largo de una superficie sin rozamiento por una fuerza **F** de tal modo que su aceleración es a_1 = 6 m/s² (véase figura 5.46). Una masa de 20 kg se desliza por la parte superior de la masa de 100 kg con una aceleración a_2 = 4 m/s². (Por lo tanto, se desliza hacia atrás respecto a la masa de 100 kg.) (*a*) ¿Cuál es la fuerza de rozamiento ejercida por la masa de 100 kg sobre la masa de 20 kg? (*b*) ¿Cuál es la fuerza neta que actúa sobre la masa de 100 kg? ¿Cuánto vale la fuerza F? (*c*) Una vez que la masa de 20 kg se ha caído de la masa de 100 kg, ¿cuál es la aceleración que adquiere esta última? (Suponer que la fuerza F no cambia.)

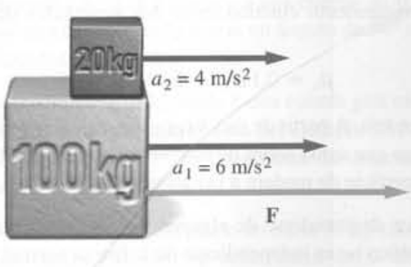


Figura 5.46 Problema 50

51 ●● Un bloque de 60 kg se desliza por la parte superior de otro bloque de 100 kg con una aceleración de 3 m/s² por la acción de una fuerza horizontal **F** de 320 N, como indica la figura 5.47. El bloque de 100 kg se apoya sobre una superficie horizontal sin rozamiento, pero hay rozamiento entre los dos bloques. (*a*) Determinar el coeficiente de rozamiento cinético entre los bloques. (*b*) Determinar la aceleración del bloque de 100 kg durante el tiempo en que el bloque de 60 kg mantiene el contacto.

Figura 5.47 Problema 51

52 ●● SSM ✓ El coeficiente de rozamiento estático entre un neumático de caucho y la superficie de la carretera es 0,85. ¿Cuál es la máxima aceleración de un camión de 1000 kg con tracción en las cuatro ruedas, si la carretera forma un ángulo de 12° con la horizontal y el camión está (*a*) subiendo y (*b*) descendiendo?

53 ●● Un bloque de 2 kg está situado sobre otro de 4 kg, que a su vez se apoya sobre una mesa sin rozamiento (figura 5.48). Los coeficientes de rozamiento entre los dos bloques son μ_e = 0,3 y μ_c = 0,2. (*a*) ¿Cuál es la fuerza máxima F que puede aplicarse al bloque de 4 kg de tal modo que el bloque de 2 kg no deslice? (*b*) Si F es la mitad de este valor máximo, determinar la aceleración de cada bloque y la fuerza de rozamiento que actúa sobre cada uno de ellos. (*c*) Si F es el doble de este valor determinado en (*a*), calcular la aceleración de cada bloque.

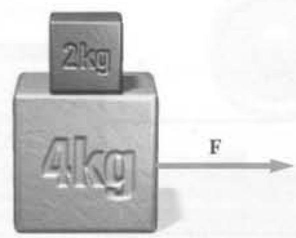


Figura 5.48 Problema 53

54 ●● En la figura 5.49 la masa m_2 = 10 kg se desliza sobre una plataforma sin rozamiento. Los coeficientes de rozamiento estático y cinético entre m_2 y la masa m_1 = 5 kg son respectivamente μ_e = 0,6 y μ_c = 0,4. (*a*) ¿Cuál es la aceleración máxima de m_1? (*b*) ¿Cuál es el valor máximo de m_3 si m_1 se mueve con m_2 sin deslizamiento? (*c*) Si m_3 = 30 kg, determinar la aceleración de cada masa y la tensión de la cuerda.

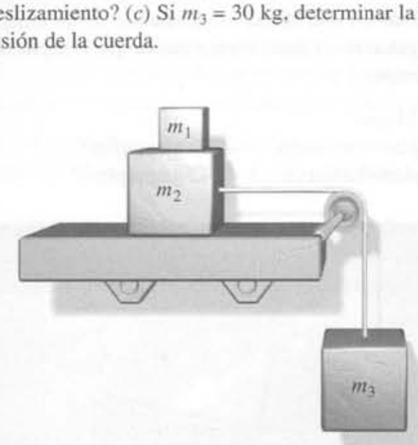


Figura 5.49 Problema 54

55 ● Mediante un contrapeso que cuelga de una polea se intenta subir un bloque de piedra arenisca por una pendiente, tal como se muestra en la figura 5.50. La masa del bloque de piedra es 1600 kg y la del contrapeso 550 kg. El coeficiente de rozamiento cinético del bloque respecto la rampa de 10° de inclinación es 0,15. (*a*) ¿Cuál es la aceleración del bloque de piedra arenisca cuando sube por la rampa? (*b*) Tres segundos después de que el bloque haya comenzado a subir, se rompe la cuerda que lo une al contrapeso. ¿Qué distancia recorrerá el bloque de piedra antes de pararse? (*c*) Desafortunadamente, el bloque de piedra resbala hacia abajo por la pendiente de la rampa. ¿Con qué aceleración desciende por la rampa?

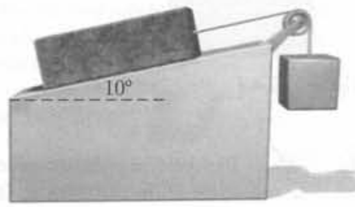


Figura 5.50 Problema 55

56 ●●● SOLVE Un bloque de 10 kg descansa sobre un soporte de 5 kg como se muestra en la figura 5.51. Los coeficientes de rozamiento entre el bloque y el soporte son $\mu_e = 0{,}40$ y $\mu_c = 0{,}30$. El soporte se apoya sobre una superficie sin rozamiento. (*a*) ¿Cuál es la fuerza máxima *F* que puede aplicarse sin que el bloque de 10 kg deslice sobre el soporte? (*b*) ¿Cuál es la aceleración correspondiente del soporte?

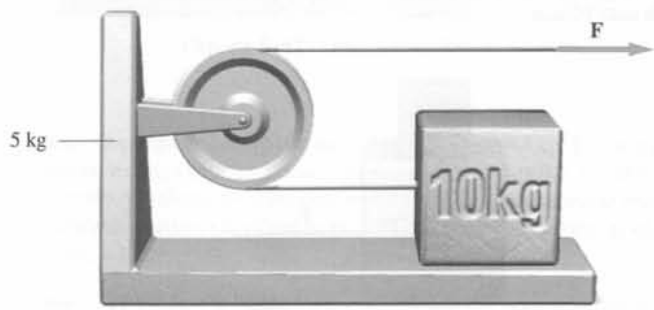


Figura 5.51 Problema 56

57 ●● SSM En una clase de introducción a la física en el planeta Vulcano, se realizan diversos experimentos relacionados con el rozamiento. En uno de estos experimentos, se mide la aceleración de un bloque cuando sube o cuando baja por la pendiente de un plano inclinado como el que se muestra en la figura 5.52. Se anotan en una libreta los resultados de los experimentos que dan los resultados siguientes (el signo menos indica que la aceleración va hacia abajo del plano inclinado):

Aceleración del bloque	
hacia arriba del plano inclinado	−1,73 glapp/plip^2
hacia abajo del plano inclinado	−1,42 glapp/plip^2

No encuentra ninguna forma de convertir las unidades al sistema internacional. A partir de estos datos, determinar la aceleración de la gravedad en Vulcano en (glapp/plip^2) y el coeficiente de rozamiento cinética entre el bloque y el plano.

Plano inclinado

Figura 5.52 Problema 57

58 ●● SSM Un bloque de 100 kg en un plano inclinado 18° está atado a otro de masa *m* con una cuerda, tal como se muestra en la figura 5.53. Los coeficientes de rozamiento estático y cinético del bloque y del plano son respectivamente 0,4 y 0,2. (*a*) Determinar el intervalo de valores de *m* para el cual el bloque del plano inclinado no se moverá a menos que sea perturbado por un golpe, en cuyo caso *bajará* por la pendiente. (*b*) Determinar el intervalo de valores de *m* para el cual el bloque no se moverá a menos que sea golpeado, en cuyo caso *subirá* por la pendiente.

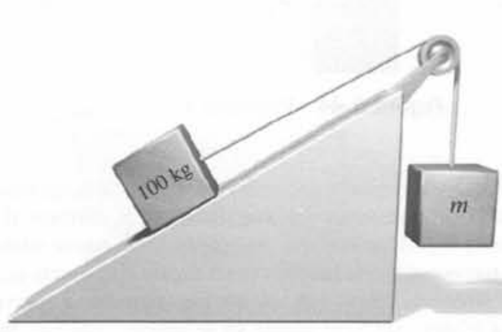


Figura 5.53 Problema 58

59 ●●● SOLVE ✓ Un bloque de 0,5 kg de masa descansa sobre la superficie inclinada de una cuña de 2 kg como la que se muestra en la figura 5.54. Se ejerce una fuerza horizontal **F** sobre la cuña de modo que ésta resbala sobre una superficie sin rozamiento. (*a*) Si el coeficiente de rozamiento estático entre la cuña y el bloque es $\mu_e = 0{,}8$ y el ángulo de la superficie inclinada es 35°, determinar los valores máximo y mínimo de *F* para los cuales el bloque no resbala. (*b*) Repetir el apartado (*a*) con $\mu_e = 0{,}4$.

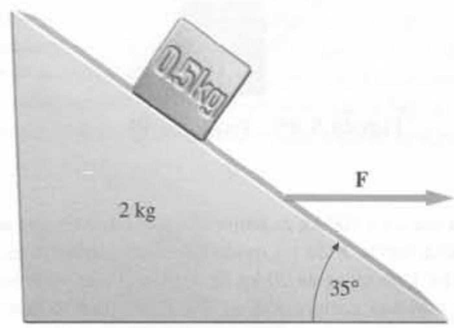


Figura 5.54 Problema 59

60 ● En realidad, el coeficiente de rozamiento cinético entre dos superficies no es independiente de la velocidad relativa de los dos objetos en contacto. De hecho, tiende a disminuir ligeramente a medida que la velocidad relativa aumenta. Por ejemplo, mediante una serie de experimentos se vio que el coeficiente de rozamiento cinético entre dos superficies de madera puede escribirse como

$$\mu_c = 0{,}11/(1 + 2{,}3 \times 10^{-4}v^2)^2$$

donde *v* se mide en m/s. A partir de esta expresión, calcular cuál es la fuerza de rozamiento cinético que actúa sobre un bloque de madera de 100 kg cuando se mueve por una superficie de madera a (*a*) 10 m/s, (*b*) 20 m/s.

61 ●● Parece desprenderse de algunos experimentos que el coeficiente de rozamiento cinético no es independiente de la fuerza normal que actúa sobre el objeto. Vaclav Konecny ("On the first law of friction" *American Journal of Physics*, **41** 588, (1973)) realizó experimentos en bloques de madera mostrando que la fuerza de rozamiento cinético entre dos superficies de madera viene dada por la expresión $f_c = 0{,}4\,F_n^{0{,}91}$, donde f_c es la fuerza de rozamiento y F_n es la fuerza de normal que actúa sobre el objeto (ambas fuerzas se expresan en newtons). A causa de esta relación, la aceleración de un bloque que desciende por un plano inclinado no es independiente de la masa del bloque. Usando esta fórmula, calcular la aceleración y la distancia a la que se detiene (*a*) un bloque de 10 kg y (*b*) un bloque de 100 kg que resbala por una superficie horizontal con una velocidad inicial de 10 m/s.

62 ●●● SSM Se empuja por un suelo de madera con una fuerza horizontal constante de 70 N un bloque también de madera de 10 kg de masa, inicialmente parado. Suponiendo que el coeficiente de rozamiento cinético varía con la velocidad según $\mu_c = 0{,}11/(1 + 2{,}3 \times 10^{-4}v^2)^2$ (véase el problema 60), escriba un programa de hoja de cálculo usando el método de Euler que calcule y represente gráficamente la velocidad del bloque y su desplazamiento en función del tiempo para t comprendido entre 0 y 10 s. Compare el resultado con el que hubiera obtenido para un coeficiente de rozamiento cinético independiente de v igual a 0,11.

63 ●● Para determinar el coeficiente de rozamiento cinético de un bloque de madera sobre la superficie de una mesa horizontal, se reciben las instrucciones siguientes: Coger el bloque y empujarlo por la superficie. Mediante un reloj, medir el tiempo que le cuesta pararse (Δt) y la distancia que recorre antes de pararse (Δx). (*a*) Demostrar que a partir de estas medidas $\mu_c = 2\Delta x/[g(\Delta t)^2]$. Si el bloque resbala antes de pararse 1,37 m durante 0,97 s, calcular μ_c. (*b*) ¿Cuál es la velocidad inicial del bloque?

64 ●● SSM Los datos siguientes corresponden a la aceleración de un bloque que baja por un plano inclinado en función del ángulo de inclinación[1]

θ (grados)	Aceleración (m/s^2)
25	1,6909
27	2,1043
29	2,4064
31	2,8883
33	3,1750
35	3,4886
37	3,7812
39	4,1486
41	4,3257
43	4,7178
45	5,1056

(*a*) Demostrar que si se representa gráficamente $a/\cos\theta$ en función de $\operatorname{tg}\theta$ se obtiene una línea recta de pendiente g y de ordenada en el origen $-\mu_c g$. (*b*) Usando un programa de una hoja de cálculo, representar gráficamente estos datos y ajustar una línea recta de modo que se pueda determinar μ_c y g. ¿Cuál es el porcentaje de error en g si se compara con el valor comúnmente aceptado de 9,81 m/s^2?

Movimiento a lo largo de una trayectoria curva

65 ●● Una piedra de masa $m = 95$ g se hace girar en un círculo horizontal en el extremo de una cuerda de 85 cm de longitud. El tiempo necesario para que la piedra dé una revolución completa es 1,22 s. El ángulo que la cuerda forma con la horizontal es: (*a*) 52°, (*b*) 46°, (*c*) 26°, (*d*) 23°, (*e*) 3°

66 ●● Una piedra de 0,20 kg atada a una cuerda de 0,8 m de longitud gira en el plano horizontal. La cuerda forma un ángulo de 20° con la horizontal. Determinar la velocidad de la piedra.

67 ●● Una piedra de 0,75 kg atada a una cuerda gira en un círculo horizontal de 35 cm como en el péndulo cónico del ejemplo 5.9. La cuerda forma un ángulo de 30° con la vertical. (*a*) Determinar la velocidad de la piedra. (*b*) Determinar la tensión de la cuerda.

68 ●● SSM Un piloto de masa 50 kg sale de un rizo vertical según un arco circular tal que su aceleración hacia arriba es de 8,5*g*. (*a*) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza ejercida por el asiento del piloto en la parte más baja del arco? (*b*) Si la velocidad del avión es de 345 km/h, ¿cuál es el radio del arco circular?

69 ●● ✓ Un piloto de avión de masa 65 kg se lanza hacia abajo para describir un rizo siguiendo un arco de circunferencia cuyo radio es 300 m. En la parte inferior de la trayectoria, donde su velocidad es de 180 km/h, (*a*) ¿cuáles son la dirección y el módulo de su aceleración? (*b*) ¿Cuál es la fuerza neta que actúa sobre el piloto en la parte más baja del círculo? (*c*) ¿Cuál es la fuerza ejercida por el asiento sobre el piloto?

70 ●● ✓ La masa m_1 se mueve con velocidad v en una trayectoria circular de radio r sobre una masa horizontal sin rozamiento (figura 5.55). Está sujeta a una cuerda que pasa a través de un orificio (sin rozamiento) situado en el centro de la mesa. Una segunda masa m_2 está sujeta en el otro extremo de la cuerda. Deducir una expresión para r en función de m_1 y m_2 y el tiempo T de una revolución.

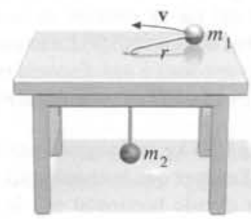


Figura 5.55 Problema 70

71 ●● SSM Un bloque de masa m_1 está sujeto a una cuerda de longitud L_1 fija por un extremo. El bloque se mueve en un círculo horizontal sobre una mesa sin rozamiento. Un segundo bloque de masa m_2 se une al primero mediante una cuerda de longitud L_2 y se mueve también en círculo, como indica la figura 5.56. Determinar la tensión en cada una de las cuerdas si el período del movimiento es T.

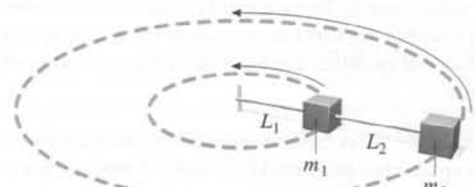


Figura 5.56 Problema 71

72 ●● SSM Una partícula se mueve sobre una circunferencia de 4 cm de radio. Tarda 8 s en dar una vuelta completa. Dibujar la trayectoria de la partícula a escala e indicar las posiciones a intervalos de 1 s. Dibujar los vectores de desplazamiento correspondientes a estos intervalos de 1 s. Estos vectores también indican las direcciones de los vectores velocidad media durante los mismos intervalos. Hallar gráficamente el módulo de la variación de la velocidad media $|\Delta \mathbf{v}|$ correspondiente a dos intervalos de 1 s consecutivos. Comparar $|\Delta \mathbf{v}|/\Delta t$, medida así, con la aceleración instantánea calculada a partir de $a = v^2/r$.

73 ●● Un hombre hace oscilar circularmente a su hijo como indica la fotografía adjunta. Si la masa del niño es de 25 kg, el radio del círculo de 0,75 m

Figura 5.57 Problema 73

[1] Los datos se han tomado de Dennis W. Philips, "Science and Adventure-Part II" *The Physics Teacher*, 553 (Nov. 1990)

y el período de revolución de 1,5 s, ¿cuál es el módulo y dirección de la fuerza que debe ejercer el hombre sobre el niño? (Suponer en los cálculos que el niño es una partícula puntual.)

74 ●● La cuerda de un péndulo cónico tiene 50 cm de longitud y la masa del cuerpo pendular es 0,25 kg. Determinar el ángulo que forman la cuerda y la horizontal cuando la tensión de la cuerda es seis veces mayor que el peso del cuerpo pendular. En estas condiciones, ¿cuál es el período del péndulo?

75 ●● ISOLVE ✓ Una moneda de 100 g se coloca sobre una plataforma giratoria horizontal que gira a razón de una revolución por segundo. La moneda está situada a 10 cm del eje de rotación de la plataforma. (*a*) ¿Qué fuerza de rozamiento actúa sobre la moneda? (*b*) La moneda desliza y sale despedida de la plataforma cuando se coloca a una distancia radial superior a 16 cm del eje de rotación. ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento estático?

76 ●● Una bola de masa 0,25 kg está sujeta a una barra vertical por una cuerda de 1,2 m de longitud. Suponer que la cuerda está sujeta al centro de la bola. Si la bola se mueve en círculo horizontal con la cuerda formando un ángulo de 20° con la vertical, calcular (*a*) la tensión de la cuerda; (*b*) la velocidad de la bola.

77 ●● SSM Un objeto situado en el ecuador tiene una aceleración dirigida hacia el centro de la Tierra debida a la rotación terrestre y una aceleración dirigida hacia el Sol debida al movimiento de la Tierra en su órbita. Calcular los módulos de ambas aceleraciones y expresarlos como fracciones de la aceleración de caída libre debida a la gravedad *g*.

78 ● (*a*) Usando la información que aparece en este libro, calcular la fuerza neta que actúa sobre la Tierra y que la mantiene en la órbita, supuesta circular, alrededor del Sol. (*b*) Calcular también la fuerza que se ejerce sobre la Luna y que la mantiene en órbita alrededor de la Tierra, suponiendo también, que ésta es circular.

79 ●● ISOLVE ✓ Una pequeña cuenta con una masa de 100 g se desliza a lo largo de un alambre semicircular de radio 10 cm que gira alrededor de un eje vertical a razón de 2 vueltas por segundo, como se indica en la figura 5.58. Determinar los valores de θ para los cuales la cuenta permanece estacionaria respecto al alambre giratorio.

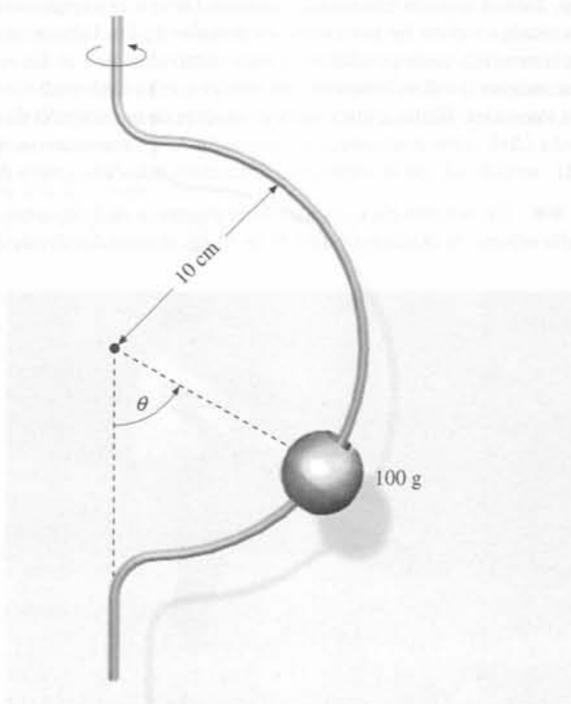


Figura 5.58 Problema 79

80 ●●● Considerar una cuenta de masa *m* que puede moverse libremente sobre un alambre delgado y circular de radio *r*. Se da a la cuenta una velocidad inicial v_0, y el coeficiente de rozamiento cinético es μ_c. El experimento se realiza en un vehículo espacial que se mueve por el espacio. Determinar la velocidad de la cuenta en cualquier tiempo *t* posterior.

81 ●●● En el problema 80, (*a*) determinar la aceleración centrípeta de la cuenta. (*b*) Hallar la aceleración tangencial de la cuenta. (*c*) ¿Cuál es el módulo de la aceleración resultante?

Concepto de fuerza centrípeta

82 ● SSM Una persona está sobre un carrusel en un parque de atracciones. La vagoneta circula por la pista a velocidad constante, de modo que las fuerzas normales que ejercen los asientos son siempre hacia dentro, hacia el centro del círculo. En la parte superior de un rizo vertical, la fuerza normal ejercida por el asiento es igual al peso de la persona, *mg*. En la parte inferior del rizo, la fuerza ejercida por el asiento será: (*a*) 0, (*b*) *mg*, (*c*) 2*mg*, (*d*) 3*mg*, (*e*) mayor que *mg*, pero no puede calcularse el valor exacto con la información dada.

83 ● El radio de curvatura del rizo vertical de una montaña rusa es de 12,0 m. En lo alto del rizo, la fuerza que el asiento ejerce sobre un pasajero de masa *m* es 0,4*mg*. Determinar la velocidad de la vagoneta en ese punto.

84 ● Un coche acelera a lo largo de la curva de la vía de salida de una autopista. El radio de la curva es de 80 m. Un pasajero de 70 kg se sujeta al reposabrazos de la puerta del coche con una fuerza de 200 N para no deslizarse en su asiento. (Se supone que la vía de salida no tiene peralte y se desprecia el rozamiento sobre el asiento.) ¿Cuál es la velocidad del coche? (*a*) 16 m/s, (*b*) 57 m/s, (*c*) 18 m/s, (*d*) 50 m/s, (*e*) 28 m/s.

85 ●●● SSM Un estudiante montado en un bicicleta sobre una superficie horizontal, recorre un círculo de radio 20 m. La fuerza resultante ejercida por la carretera sobre la bicicleta (fuerza normal más fuerza de rozamiento) forma un ángulo de 15° con la vertical. (*a*) ¿Cuál es la velocidad del estudiante? (*b*) Si la fuerza de rozamiento es la mitad de su valor máximo, ¿cuál es el coeficiente de rozamiento estático?

86 ●● Un avión vuela en un círculo horizontal con una velocidad de 480 km/h. Para seguir esta trayectoria inclina las alas un ángulo de 40° (véase la figura 5.59). Sobre las alas se produce una fuerza ascensional que mantiene el aparato en el aire. ¿Cuál es el radio de la trayectoria del avión?

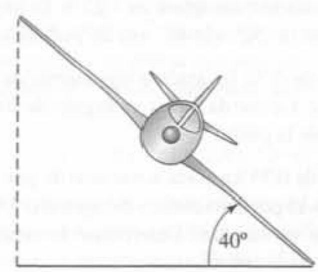


Figura 5.59 Problema 86

87 ● ISOLVE Un coche de 750 kg toma una curva de radio 160 m a 90 km/h. ¿Cuál debe ser el ángulo de peralte de la curva para que la única fuerza entre el pavimento y los neumáticos esté en la dirección normal?

88 ●● SSM Una curva de radio 150 m tiene un peralte con un ángulo de 10°. Un coche de 800 kg toma la curva a 85 km/h sin patinar. Determinar (*a*) la fuerza normal que actúa sobre los neumáticos ejercida por el pavimento, (*b*) la fuerza de rozamiento ejercida por el pavimento sobre los neumáticos del coche, y (*c*) el coeficiente de rozamiento estático mínimo entre el pavimento y los neumáticos.

89 ●● En otra ocasión el coche del problema anterior toma la curva a 38 km/h. Determinar (*a*) la fuerza normal ejercida por el pavimento sobre los neumáticos y (*b*) la fuerza de rozamiento ejercida entre el pavimento y los neumáticos.

90 ●●● SSM iSOLVE Un ingeniero de caminos recibe la siguiente consulta. Hay que diseñar una sección curva de carretera que cumpla las siguientes condiciones: Con hielo sobre la carretera, cuando el coeficiente de rozamiento estático entre la carretera y el caucho es 0,08, un coche en reposo no debe deslizar hacia la cuneta, y un coche que circule a una velocidad inferior a 60 km/h no debe deslizarse hacia el exterior de la curva. ¿Cuál debe ser el radio mínimo de curvatura de la curva y el ángulo de peralte de la carretera?

91 ●●● iSOLVE Una carretera está peraltada de modo que un coche de 950 kg que se desplace a 40 km/h pueda tomar una curva de 30 m de radio incluso cuando la carretera esté tan helada que el coeficiente de rozamiento sea aproximadamente cero. Determinar el intervalo de velocidades a que un coche puede tomar esta curva sin patinar, si el coeficiente de rozamiento estático entre la carretera y las ruedas es de 0,3.

Fuerzas de arrastre

92 ● Una pequeña partícula contaminante cae a tierra a través del aire en reposo con una velocidad límite de 0,3 mm/s. La partícula posee una masa de 10^{-10} g y la fuerza de arrastre es de la forma bv. ¿Cuál es el valor de b?

93 ● Una pelota de ping-pong posee una masa de 2,3 g y una velocidad límite de 9 m/s. La fuerza de arrastre es del tipo bv^2. ¿Cuál es el valor de b?

94 ● SSM Un paracaidista de 60 kg de masa consigue descender con una velocidad constante de 90 km/h ajustando su forma de caída. (*a*) ¿Cuál es el módulo de la fuerza de arrastre hacia arriba sobre el paracaidista? (*b*) Si la fuerza de arrastre es igual a bv^2, ¿cuál es el valor de b?

95 ●● Un automóvil de 800 kg desciende por una larga pendiente de 6°. La fuerza de arrastre que se opone al movimiento del coche tiene la forma $F_a = 100\text{ N} + (1{,}2\text{ N}\cdot\text{s}^2/\text{m}^2)v^2$. Despreciar el rozamiento de rodadura. ¿Cuál es la velocidad límite del automóvil al descender por esta pendiente?

96 ●●● Las partículas pequeñas esféricas experimentan una fuerza de resistencia viscosa dada por la ley de Stokes, $F_a = 6\pi\eta rv$, en donde r es el radio de la partícula, v su velocidad y η la viscosidad dinámica del medio fluido donde caen las esferitas. (*a*) Estimar la velocidad límite de una partícula contaminante esférica de radio 10^{-5} m y densidad 2000 kg/m³. (*b*) Suponiendo que el aire está en reposo y que $\eta = 1{,}8 \times 10^{-5}\text{ N}\cdot\text{s/m}^2$, estimar el tiempo que esta partícula tarda en caer por una chimenea de 100 m de altura.

97 ●●● SSM Una muestra de aire que contiene partículas contaminantes del tamaño y densidad especificados en el problema 96 se toma en un tubo de ensayo de 8,0 cm de longitud. Este tubo se coloca en una centrifugadora, de modo que el punto medio del tubo de ensayo se encuentra a 12 cm del centro de la centrifugadora, la cual gira a razón de 800 revoluciones por minuto. Estimar el tiempo necesario para que prácticamente todas las partículas contaminantes se sedimenten en el fondo del tubo de ensayo y comparar este tiempo con el necesario para que una partícula contaminante caiga 8,0 cm bajo la acción de la gravedad, sometida a la fuerza de arrastre viscoso del aire.

Método de Euler

98 ●● Desde un globo aerostático se tira una pelota de béisbol verticalmente hacia abajo con una velocidad inicial de 35 km/h. La pelota alcanza la velocidad terminal de 150 km/h. Suponiendo que la resistencia del aire es proporcional al cuadrado de la velocidad, use el método de Euler para estimar la velocidad de la bola transcurridos 10 s de su lanzamiento. ¿Cuál es la incertidumbre del resultado? Si se deja caer una segunda bola, esta vez con velocidad inicial nula, ¿cuánto tiempo le cuesta alcanzar el 99% de su velocidad límite? ¿Qué distancia recorre durante este tiempo?

99 ●● SSM Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota de béisbol con una velocidad inicial de 150 km/h. Cuando cae su velocidad límite es también 150 km/h. Use el método de Euler para estimar la altura de la bola 3,5 s después del lanzamiento. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza? ¿Cuánto tarda en volver al suelo? ¿El tiempo que tarda la pelota en subir es menor, igual o mayor del que tarda en bajar?.

100 ●● Un bloque de 0,80 kg colocado sobre una superficie horizontal sin rozamiento mantiene comprimido 30 cm un muelle de 50 N/m de constante elástica, que se considera sin masa. El bloque se suelta y el muelle lo empuja durante 30 cm. Use el método de Euler con $\Delta t = 0{,}005$ s para estimar el tiempo que tarda el muelle en empujar el bloque durante los 30 cm. ¿A qué velocidad se mueve el bloque pasado este tiempo? ¿Qué certeza se tiene sobre el valor de esta velocidad?

Problemas generales

101 ● iSOLVE Un bloque de 4,5 kg desliza hacia abajo por un plano inclinado que forma un ángulo de 28° con la horizontal. Partiendo del reposo, el bloque se mueve una distancia de 2,4 m en 5,2 segundos. Determinar el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano.

102 ● iSOLVE Una maqueta de avión de masa 0,4 kg está sujeta a una cuerda horizontal y vuela en un círculo horizontal de radio 5,7 m. (El peso del avión está equilibrado por la fuerza ascensional del aire sobre las alas del modelo.) El avión da 1,2 revoluciones cada 4 s. (*a*) Determinar la velocidad v del avión. (*b*) Determinar la tensión de la cuerda.

103 ●● SSM Una caja de 800 N descansa sobre una superficie plana inclinada 30° con la horizontal. Un estudiante de física comprueba que para evitar que la caja deslice por el plano inclinado, basta aplicar una fuerza de 200 N paralela a la superficie. (*a*) ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento estático entre la caja y la superficie? (*b*) ¿Cuál es la fuerza máxima que puede aplicarse a la caja, paralelamente al plano inclinado, antes de que la caja se deslice por el mismo hacia arriba?

104 ●● La posición de una partícula viene dada por el vector $\mathbf{r} = -10\text{ m}\cos\omega t\,\mathbf{i} + 10\text{ m sen }\omega t\,\mathbf{j}$, en donde $\omega = 2\text{ s}^{-1}$. (*a*) Demostrar que el movimiento es circular. (*b*) ¿Cuál es el radio del círculo? (*c*) ¿La partícula se mueve en el sentido de las agujas del reloj o en sentido contrario alrededor del círculo? (*d*) ¿Cuál es el módulo de velocidad de la partícula? (*e*) ¿Cuál es el tiempo invertido en una revolución completa?

105 ●● iSOLVE Un cajón de libros ha de subirse a un camión con la ayuda de unas planchas inclinadas 30°. La masa del cajón es 100 kg y el coeficiente de rozamiento por deslizamiento entre el cajón y las planchas es 0,5. Para esta operación varias personas empujan *horizontalmente* con una fuerza total **F**. Una vez que el cajón comienza a moverse, ¿qué valor debe tomar F para que el cajón siga subiendo con velocidad constante?

106 ●● Un objeto de masa 5,5 kg se deja deslizar desde el reposo hacia abajo por un plano inclinado. El plano forma un ángulo de 30° con la horizontal y su longitud es de 72 m. El coeficiente de rozamiento cinético entre el plano y el objeto es 0,35. La velocidad del objeto en el fondo del plano es (*a*) 5,3 m/s. (*b*) 15 m/s. (*c*) 24 m/s. (*d*) 17 m/s. (*e*) 11 m/s.

107 ●● SSM Un ladrillo se desliza hacia abajo por una tabla inclinada un ángulo θ_0 a velocidad constante. Si el ángulo se incrementa a θ_1, el bloque adquiere una aceleración a. El coeficiente de rozamiento cinético es el mismo en ambos casos. Dados θ_0 y θ_1, determinar el valor de a.

108 ●● Sobre un objeto actúan tres fuerzas tal como se muestra en la figura 5.60. El objeto está en equilibrio estático. (*a*) Si F_1, F_2, y F_3 representan los módulos de las fuerzas que actúan sobre el objeto, demostrar que $F_1/\text{sen}\ \theta_{23} = F_2/\text{sen}\ \theta_{31} = F_3/\text{sen}\ \theta_{12}$. (*b*) Demostrar que $F_1^2 = F_2^2 + F_3^2 + 2F_2F_3 \cos\theta_{23}$.

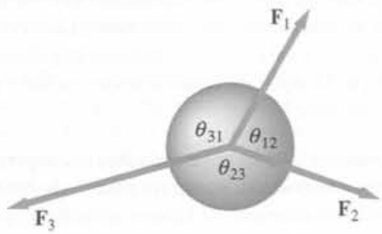


Figura 5.60 Problema 108

109 ●● En un carrusel de feria, un pasajero se sienta en un compartimiento que gira con velocidad constante en un círculo vertical de radio $r = 5$ m. Las cabezas de los pasajeros sentados apuntan siempre hacia el centro del círculo. (*a*) Si el carrusel completa un círculo en 2 s, determinar la aceleración del pasajero. (*b*) Determinar la velocidad más lenta de rotación (es decir, el tiempo más largo T_m para completar un círculo) del carrusel para la cual el cinturón de seguridad del asiento no ejerce fuerza alguna sobre el pasajero en la parte más alta del recorrido.

110 ●● SSM Una carretilla de juguete se mueve sobre ruedas sin rozamiento, arrastrada por una cuerda bajo la tensión T. La masa de la carretilla es m_1. Una carga de masa m_2 reposa sobre el suelo plano de la carretilla con un coeficiente de rozamiento estático μ_e. La carretilla es arrastrada hacia arriba por una rampa que está inclinada un ángulo θ por encima de la horizontal. La cuerda está situada paralelamente a la rampa. ¿Cuál es la máxima tensión T que puede aplicarse sin que la carga se deslice?

111 ●● Un trineo que pesa 200 N descansa sobre un plano inclinado 15° y se mantiene en reposo gracias al rozamiento estático (figura 5.61). El coeficiente de rozamiento estático es 0,5. (*a*) ¿Cuál es el módulo de la fuerza normal sobre el trineo? (*b*) ¿Cuál es el módulo del rozamiento estático sobre el trineo? (*c*) El trineo es ahora arrastrado hacia arriba a velocidad constante por un niño. Éste pesa 500 N y tira de la cuerda con una fuerza constante de 100 N. La cuerda forma un ángulo de 30° con el plano inclinado y es de masa despreciable. ¿Cuál es el módulo de la fuerza de rozamiento cinético sobre el trineo? (*d*) ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento cinético entre el trineo y el plano inclinado? (*e*) ¿Cuál es el módulo de la fuerza ejercida sobre el niño por el plano inclinado?

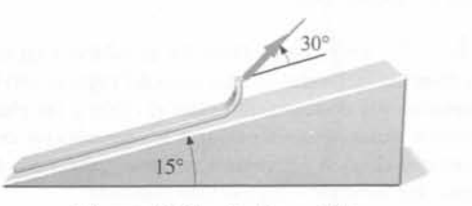


Figura 5.61 Problema 111

112 ● En 1976, Gerard O'Neill propuso la construcción de grandes estaciones espaciales habitables situadas en órbita alrededor de la Tierra y de la Luna. Dado que permanecer en condiciones de ingravidez tiene efectos médicos adversos, propuso que las estaciones tuvieran la forma de largos cilindros que girasen alrededor de su eje, de modo que proporcionaran a sus habitantes una sensación de gravedad. Esta idea melló entre los escritores y guionistas de historias de ciencia ficción y, por ejemplo, la serie de TV *Babylon 5* contempla una estación como la propuesta por O'Neill que tiene una longitud de 8 km y un diámetro de 1 km. A causa de la rotación, alguien que esté dentro de la colonia tendrá sensación de gravedad por el hecho de estar en un sistema de referencia acelerado. (*a*) Demostrar que la "aceleración de la gravedad" experimentada por un habitante hipotético de la colonia de O'Neill es igual a su aceleración centrípeta. (*Pista*: *considere que alguien "está mirando" la colonia desde fuera*) (*b*) Si suponemos que la estación orbital tiene varias cubiertas que están situadas a distancias distintas del eje de rotación, mostrar cómo la "aceleración de la gravedad" se hace más débil cuanto más cerca se está del eje de rotación. (*c*) ¿Cuántas vueltas por minuto debería dar la estación de *Babylon 5* para producir una aceleración parecida a la de la gravedad (9,8 m/s²) en el punto más alejado del eje del cilindro de la estación?

113 ●● Una niña se desliza por un tobogán inclinado 30° en un tiempo t_1. El coeficiente de rozamiento cinético entre ella y el tobogán es μ_c. Un día descubre que si se sienta en un pequeño carro de ruedas sin rozamiento se desliza en el mismo tobogán en un tiempo $t_1/2$. Determinar μ_c.

114 ●● SSM La posición de una partícula de masa $m = 0{,}8$ kg en función del tiempo es

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = R\ \text{sen}\ \omega t\ \mathbf{i} + R\cos\omega t\ \mathbf{j}$$

en donde $R = 4{,}0$ m y $\omega = 2\pi\ \text{s}^{-1}$. (*a*) Demostrar que la trayectoria seguida por esta partícula es un círculo de radio R con su centro en el origen. (*b*) Calcular el vector velocidad y demostrar que $v_x/v_y = -y/x$. (*c*) Determinar el vector aceleración y demostrar que su dirección es radial y su módulo v^2/r. (*d*) Determinar el módulo y dirección de la fuerza neta que actúa sobre la partícula.

115 ●● En un parque de atracciones, la gente se sostiene contra las paredes de un cilindro giratorio. Cuando el suelo se hunde, la fuerza de rozamiento mantiene a los participantes en contacto con la pared. Si el radio del cilindro es de 4 m, determinar el número mínimo de revoluciones por minuto necesario, si el coeficiente de rozamiento entre la espalda del participante y la pared es de 0,4.

116 ●● ISOLVE Una masa m_1 situada sobre una plataforma horizontal está conectada por una cuerda delgada que pasa por una polea sin rozamiento ni masa a una masa m_2 de 2,5 kg que cuelga lateralmente a una distancia de 1,5 m sobre el suelo (figura 5.62). El sistema se deja libre desde el reposo en el tiempo $t = 0$ y la masa de 2,5 kg choca contra el suelo en el instante $t = 0{,}82$ s. El sistema se sitúa de nuevo en su posición inicial, pero ahora se coloca una masa de 1,2 kg en la parte superior del bloque de masa m_1. Se libera el sistema desde el reposo y la masa de 2,5 kg choca contra el suelo 1,3 s más tarde. Determinar la masa m_1 y el coeficiente de rozamiento cinético entre m_1 y la plataforma.

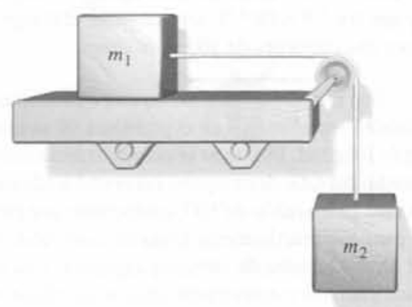


Figura 5.62 Problema 116

117 ●●● SSM (*a*) Demostrar que un punto de la superficie de la Tierra de latitud θ (figura 5.63) tiene una aceleración relativa respecto a un sistema de referencia que no gira con la Tierra de valor 3,37 cos θ cm/s². ¿Cuál es la dirección y sentido de esta aceleración? (*b*) Estudiar la influencia de esta aceleración sobre el peso aparente de un objeto próximo a la superficie de la Tierra. (*c*) La aceleración de caída libre de un objeto a nivel del mar medida *respecto a la* *superficie de la Tierra* tiene el valor 9,78 m/s^2 en el ecuador y 9,81 m/s^2 en latitud $\theta = 45°$. ¿Cuáles son los valores de la aceleración de la gravedad g en estos puntos?

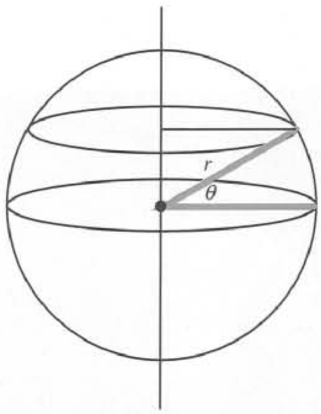


Figura 5.63 Problema 117

118 ●●● SSM Un pequeño bloque de 0,01 kg de masa está en reposo en la cima de una esfera lisa (sin rozamiento) de 0,8 m de radio. Se le da un pequeño golpe de modo que empieza a caer por la superficie de la esfera. El bloque pierde el contacto con la esfera cuando el ángulo entre la vertical y la posición del bloque es θ. Determinar el valor de este ángulo.