



DEPARTAMENTO DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

CICLO INTRODUCTORIO

MATEMÁTICA

TRABAJOS PRÁCTICOS

Y

RESPUESTAS

T. P. Nº 1

NÚMEROS REALES- VALOR ABSOLUTO

LECTURA DE PRECÁLCULO: TEORÍA PÁG. 1-9 / EJERCICIOS SUGERIDOS PÁG. 10-11

Resuelve como aparece en el Precálculo pág. 2

Problema 1) Determine para cada una de las siguientes expresiones su valor de verdad. (V o F).

a) $12 \in \mathbb{N}$

f) $-5 \notin \mathbb{Z}$

b) $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$

g) $\mathbb{R} \subset \mathbb{Q}$

c) $\frac{1}{3}$ es un número I

h) Si $a \in \mathbb{Z}$ y $b \neq 0 \in \mathbb{Z}$; $\frac{a}{b}$ es un número I

d) $\frac{\pi}{4} \in \mathbb{Q}$

i) $1,02002002 \in \mathbb{I}$

e) $\sqrt{81} \in \mathbb{Q}$

RESUELVE COMO APARECE EN EL PRECÁLCULO BAJO EL TÍTULO: LA RECTA REAL PÁG. 6

Problema 2) Represente sobre la recta de números $\mathbb{R}$ los siguientes números.

$2,3$; $\frac{7}{4}$; -3 ; $\frac{8}{4}$; 0 ; $\sqrt{2}$; π ; $\sqrt[3]{27}$, 5

Resuelve como aparece en el precálculo pág. 7

Problema 3) Exprese los siguientes intervalos en término de desigualdades y gráfquelos;

a) $[-3,6)$

b) $(-\infty, 2]$

c) $[-1, 6]$

RESUELVE COMO APARECE EN EL PRECÁLCULO BAJO EL TÍTULO VALOR ABSOLUTO Y DISTANCIA PÁG. 8

Problema 4) ¿Qué interpretación gráfica le daría a los siguientes casos?

a) $|3| = 3$

b) $|-3| = 3$

c) $|3 - x| = x - 3$

Problema 5) Considere el conjunto de números que están a una distancia menor o igual a 6 unidades del número -1.

a) Represente gráficamente el conjunto en la recta real.

b) Escriba el conjunto como intervalo de números reales.

c) Escriba el intervalo como una desigualdad.

Problema 6) Dada la expresión: “ x es un número que al multiplicarlo por 2 se encuentra a una distancia 4 del número 8”.

a) Simbolícela en lenguaje matemático.

b) Dé el o los valores que hacen verdadera la expresión.

Problema 7) Dada la expresión con una variable: “ x es un punto cualquiera de la recta $\mathbb{R}$ que dividido por 3 se encuentra a una distancia de 8 unidades del valor 6”.

a) Simbolicela en lenguaje matemático.

b) Dé el o los valores que hacen verdadera la expresión.

Problema 8) Teniendo en cuenta que $a = 7$ y $b = -6$.

Calcule el valor de la siguiente expresión: $|3a + |b||$

Problema 9) Considere la siguiente ecuación en la variable x : $|x - a| = 4$

Halle el valor del parámetro a , sabiendo que la solución de la ecuación dada es el conjunto $\{-5; 3\}$

Problema 10) Halle el valor del parámetro a sabiendo que la solución de la ecuación $|x + 5| = a$ es el conjunto $\{-15, 5\}$

Problema 11) Sea la siguiente expresión: $\frac{|-3x^2 - 12|}{3}$

a) Utilizar las propiedades de valor absoluto para simplificar la expresión.

b) Justificar con las propiedades de valor absoluto por qué no es necesario utilizar las barras de módulo en la expresión simplificada.

Problema 12) Sea la siguiente igualdad: $\sqrt{(x+3)(x+3)} = |x+3|$

a) Mostrar que $x = -7$ verifica la igualdad.

b) Justificar con las propiedades de valor absoluto por qué es necesario utilizar las barras de módulo.

Problema 13) Dada la siguiente expresión: $\frac{1}{3} \left| x - \frac{1}{2} \right| - \frac{5}{4} |4x - 8| - \frac{14}{3} x - \frac{2}{3} x + \frac{61}{6}$

Utilice propiedades de valor absoluto a fin de probar que la expresión dada es $= 0$, sabiendo que $\frac{1}{2} < x < 2$

Problema 14) Elimine las barras de valor absoluto y simplifique las siguientes expresiones, utilizando las propiedades correspondientes:

a) $|-x^4 - \frac{1}{9}|$

b) $\left| \frac{x-5}{5-x} \right|$

c) $|x-4| - |2x+12| - |6-x|$ para valores de $x \in (-6, 2)$

d) $|x+5| - 2\left|x - \frac{1}{2}\right| - 2x$ sabiendo que $-5 < x < \frac{1}{2}$

e) $\frac{3}{2}|x-a| + \frac{19}{2}a + \frac{4}{3}|6x-6b| - 16b + \frac{13}{2}x + 8|b-a|$ sabiendo que $a < x < b$ (a, b son números $\mathbb{R}$ cualesquiera)

f) $|x| + |x+1| + |x-2|$ para $x < -1$

Problema 15) Utilice las propiedades de valor absoluto para justificar por qué $\frac{|x+8|-3}{|4-5|} - \frac{|6x+48|}{3} = 9$ es

equivalente a decir “ x es un número que se encuentra a una distancia 9 del número -8”.

Dé el o los valores que hacen verdadera la proposición.

Problema 16) Dada la siguiente ecuación con $x \in \mathbb{R}$, se pide: $\frac{|-8x|}{4} + \left| \frac{-3x}{-2} \right| = \left| \frac{-3,5}{7} \right|$

a) Simplifique aplicando propiedades de valor absoluto.

b) Resuelva la ecuación simplificada obtenida en a).

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS T.P. 1

Problema 1.

Resuelva la siguiente ecuación aplicando propiedades de módulo, para todos los $x \in (4, 10)$:

$$|x+2| - |x-12| + |2x-22| = x+36$$

Problema 2.

Elimine las barras de valor absoluto utilizando las propiedades correspondientes, para $1 \leq x < 6$ y resuelva luego la siguiente ecuación: $|x - 8| + |3x| - |4x + 1| = 5$

Problema 3.

Dada la siguiente ecuación

$$\frac{4|x - 6| - |-2x + 12|}{|-3| \cdot 3} = |-2|$$

Se pide:

- Simplifíquela aplicando propiedades del valor absoluto. Y exprese en lenguaje ordinario qué significa esa expresión simplificada.
- Halle su conjunto solución y represéntelo sobre la recta numérica.

Problema 4.

Dada la siguiente ecuación

$$|49 - 7x| - |x - 7| = |-12|$$

Se pide:

- Simplifíquela aplicando propiedades del valor absoluto. Y exprese en lenguaje ordinario qué significa esa expresión simplificada.
- Halle su conjunto solución y represéntelo sobre la recta numérica.

Problema 5

Aplicar propiedades de módulo y resolver la siguiente ecuación:

$$|6 \cdot x - 30| - \frac{|7 \cdot x - 35|}{|-3 - 4|} = |-8 - 7|$$

Problema 6

Elimine barras de valor absoluto y simplifique las siguientes expresiones, utilizando las propiedades correspondientes:

a) $\frac{|x - 5|}{|5 - x|}$

b) Para valores de $x \in (-6, 2)$:

$$|x - 4| - |2x + 12| - |6 - x|$$

Problema 7

Dada la expresión “La distancia entre el triple de un número y el número -5 es de 4 unidades”.

- Simbolícela en lenguaje matemático.
- Dé el o los valores que hacen verdadera la expresión.

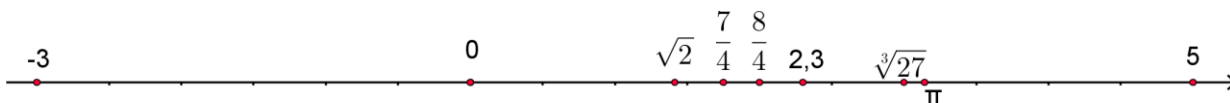
T. P. N° 1 -- Respuestas

Problema 1)

- a) V
- b) V
- c) F
- d) F
- e) V

- f) F
- g) F
- h) F
- i) F

Problema 2)



Problema 3)

a) $-3 \leq x < 6$



b) $x \leq 2$

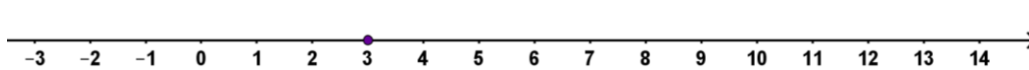


c) $-1 \leq x \leq 6$

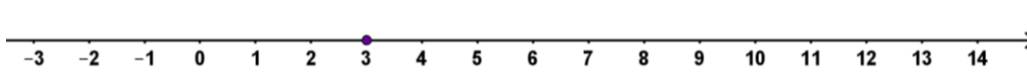


Problema 4)

a) $x = 3$



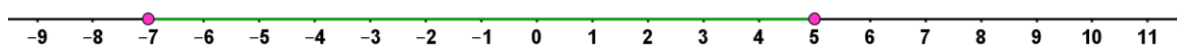
b) $x = 3$



c) $x > 3$



Problema 5) a)



a) $[-7; 5]$

b) $-7 \leq x \leq 5$

Problema 6)

a) $|2x - 8| = 4$

b) $\{2; 6\}$

Problema 7)

a) $\left|\frac{x}{3} - 6\right| = 8$

b) $\{-6; 42\}$

Problema 8)

$$|3a + |b|| = 27$$

Problema 9)

$a = -1$

Problema 10)

$a = 10$

Problema 11)

a) $x^2 + 4$

b) Porque $x^2 + 4 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

Problema 12)

a) $\sqrt{(x+3)(x+3)} = |x+3|$

si $x = -7$ queda: $4 = 4$

b) Porque $\sqrt{x^2} = |x|$

Problema 13)

Verifique que la respuesta es cero

Problema 14)

a) $x^4 + \frac{1}{9}$

b) 1

c) $-2x - 14$

d) $x + 4$

e) 0



f) $-3x + 1$

Problema 15

A partir de: $\frac{|x+8|-3}{|4-5|} - \frac{|6x+48|}{3} = 9$ y luego de operar y aplicar propiedades del valor absoluto, resulta: $|x+8| = 9$

Valores que hacen verdadera la proposición: $x_1 = 1$ y $x_2 = -17$

Problema 16

a) $\frac{7}{2}|x| = \frac{1}{2}$

b) $x_1 = \frac{1}{7}$ y $x_2 = -\frac{1}{7}$

Respuestas Complementarios

1) $x = -24$

2) $x = 1$

3) a) Números cuya distancia al 6 es igual a 9 unidades.

b) $x = 15$, $x = -3$

4) a) Números cuya distancia al 7 es igual a 2 unidades.

b) $x = 9$, $x = 5$

5) a) Números cuya distancia al 5 es igual a 3 unidades.

b) $x = 2$, $x = 8$

6) a) 1 b) $-2x - 14$

7) a) $|3x + 5| = 4$ b) $x = -1/3$, $x = -3$

T. P. N° 2**EXPONENTES Y RAÍCES**

Lectura de Precálculo. Teoría Pág. 12-21/ Practica sugerida Pág. 21-23

Problema 1) Averigüe el valor de k en cada caso:

a) $\sqrt[4]{k} = 7$ b) $\sqrt[k]{125} = 5$ c) $\sqrt[5]{32} = k$

Problema 2) Exprese como potencia de x y simplifique. ($x > 0$)

a) $\frac{x \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}$ b) $x^2 \sqrt{\frac{1}{x^3}}$ c) $\sqrt[4]{(x^2)^3}$

Problema 3) Simplifique y extraiga los factores que pueda fuera del radical. ($a > 0$)

a) $\sqrt[7]{a^{10}}$ b) $(\sqrt[6]{a^4})^2$ c) $(\sqrt[3]{a})^{10}$

Problema 4) Exprese como potencia de exponente fraccionario y simplifique. Dé el resultado final en forma de raíz: ($a > 0$)

a) $\frac{\sqrt[4]{a^{10}}}{\sqrt[3]{a^3}}$ b) $\sqrt[6]{\frac{1}{a^{15}}} \cdot \sqrt{a^6}$ c) $\sqrt{\frac{1}{27}} \cdot \sqrt[3]{9}$

Teniendo en cuenta el ejemplo 9 del Precálculo Pág. 19, Resuelve

Problema 5) Opere y simplifique las siguientes expresiones:

a) $\frac{1}{5}\sqrt{300} + \frac{1}{2}\sqrt{12} - \sqrt{3}$ d) $\frac{1}{2}\sqrt{18} - \frac{3}{5}\sqrt{50} + \frac{3}{4}\sqrt{8}$

b) $\sqrt{28} - \frac{1}{3}\sqrt{63} + 2\sqrt{7}$ e) $(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \cdot (1 - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(1 + \sqrt{3}) + 2$

c) $\sqrt{75} + 2\sqrt{27} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$ f) $\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54}$

Problema 6) Racionalice denominadores y simplifique las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{\frac{a}{3b}}$ b) $\frac{-5}{\sqrt[3]{25a}}$ c) $\frac{8}{\sqrt[3]{2}}$ d) $\frac{2 + \sqrt[3]{8}}{\sqrt[5]{4}}$

Problema 7) Simplifique las siguientes expresiones racionalizando denominadores:

a) $\frac{7}{4 - \sqrt{2}}$ b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + 2}$

c) $\frac{3 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$

d) $\frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

Problema 8) Sabiendo que las variables x, y, z representan números reales con: $x \neq 0$, $y \neq 0$, $z \neq 0$, simplifique completamente las siguientes expresiones:

a) $\left(\frac{2x^3y}{3x^0y^{-1}}\right) \cdot \left(\frac{2x}{3y}\right)^{-1}$

b) $\left(\frac{2x^3 \left(y^{1/2}\right) z^2}{3 \left(x^{1/2}\right) z^2}\right) \cdot \left(\frac{\left(x^{-1/2}\right) y^{3/2}}{z^{-1}}\right)^2$

c) $\frac{x^{\frac{3}{2}} y^4}{\sqrt{y}} \cdot (x)^{-2} \cdot (y^3)^2$

d) $\frac{\sqrt[3]{x^6 y^4} x^0 \left(\sqrt[5]{x^{10}}\right)^{-1}}{(x^2 y)^3}$

e) $\frac{x^2 y^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{x}} \cdot (y)^{-1} \cdot (y^3)^2$

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS T.P. 2

Problema 1

Si las variables x e y representan números reales con $x \neq 0$ e $y \neq 0$, simplifique completamente la siguiente expresión, eliminando raíces y exponentes negativos:

a) $\frac{(pq^2r^{-1})^2 (pqr^{-1})^{-1}}{\sqrt{p}(q^{-3}r)^{-3}}$

b) $\frac{\sqrt{5x^{-2}y} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{5}x^2y^{-1}}}{\sqrt[6]{5y^{-5}}}$

Problema 2

Sean $t = \frac{\sqrt[4]{(-2)^2} \cdot (2^{x+2})^2}{2^{2x-2} \cdot 2^6}$ y $p = (1 + \sqrt{8})^2 - 9 + \sqrt{32}$

Sin usar aproximaciones y mostrando todos los pasos de la resolución, comprobar que

$$t + p = 9\sqrt{2}$$

Problema 3

Indique el valor de verdad de la siguiente proposición y justifique:

$$a) \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b} \cdot a^{-1} \cdot b^{\frac{-2}{3}}}{a^{\frac{-3}{2}} \cdot b^{\frac{-4}{3}}} = a^2 \cdot \sqrt{b}$$

Problema 4

a) Simplifique la siguiente expresión:

$$\frac{(x^{a+b})^2 (y^{a+b})^2}{(xy)^{2a-b}}$$

b) ¿Qué valor debe tomar b para que la expresión del inciso anterior sea igual a xy?

Problema 5

Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones y justifique:

$$a) |x\sqrt{3} - \sqrt{12}| = \sqrt{3}|x - 2|$$

$$b) \frac{\sqrt{x^3} \sqrt[3]{y} x^{-2} \sqrt[3]{y}}{\sqrt{y^{-3}} x^{\frac{-3}{4}}} = x^4 \cdot \sqrt[3]{y^2}$$

$$c) \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$

T. P. N° 2 - Respuestas

Problema 1)

a) $k = 2.401$

b) $k = 3$

c) $k = 2$

Problema 2)

a) $x^{7/6}$

b) $x^{1/2}$

c) $x^{3/2}$

Problema 3)

a) $a.\sqrt[7]{a^3}$

b) $a.\sqrt[3]{a}$

c) $a.\sqrt[3]{a^2}$

Problema 4)

a) a

b) $\sqrt{a}$

c) $\frac{1}{\sqrt[6]{3^5}}$

Problema 5)

a) $2\sqrt{3}$

d) 0

b) $3\sqrt{7}$

e) $-\sqrt{3}$

c) $\frac{21}{2}\sqrt{3}$

f) $9\sqrt[3]{2}$

Problema 6)

a) $\frac{\sqrt{3ab}}{3b}$

b) $-\frac{\sqrt[3]{5a^2}}{a}$

c) $4\sqrt[3]{4}$ d) $2\sqrt[5]{8}$

Problema 7)

a) $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $5 - 2\sqrt{5}$

c) $\frac{(3 + \sqrt{2})^2}{7}$

d) $\frac{(1 - \sqrt{3})^2}{(-2)}$

Problema 8)

a) $x^2 y^3$

b) $\frac{2}{3} x^{3/2} y^{7/2} z^2$

c) $\frac{y^{19/2}}{x^{1/2}}$

d) $\frac{1}{x^6 y^{5/3}}$

e) $x^{3/2} y^{17/3}$

Respuestas Complementarios

1)a) $\frac{r^2 \sqrt{p}}{q^6}$

b) $\frac{y}{\sqrt[3]{x}}$

2) Se verifica

3) Falso, da por resultado ab

4)a) $x^{3b} \cdot y^{3b}$ b) $b = \frac{1}{3}$

5) a) Verdadero, $|x \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{3}| = \sqrt{3} |x - 2|$

b) Falso, da por resultado $\sqrt[4]{x} \cdot y^{\frac{3}{2}}$

c) Falso, da por resultado $\sqrt{3} + 1$

T. P. N° 3

FACTORIZACIÓN. OPERACIONES COMBINADAS

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

LECTURA PRECALCULO. TEORIA PAG 24-32 Y 35-41/ PRACTICA SUGERIDA: PAG 32-34 Y 41-43

Problema 1) Factorice completamente las siguientes expresiones:

a) $x^4 + 2x^3 - 3x^2$

b) $9x^4 - 144$

c) $\frac{1}{5}x^3 + \frac{1}{5}x^2 - \frac{6}{5}x$

d) $8x^3 - 24x^2 + 18x$

e) $y^4 + y^5$

f) $a^3 - a$

g) $\frac{x^3 - 4x^2 - 21x}{x^3 - 9x}$ ¿Puede tomar x el valor 0? Justifique su respuesta

h) $1 - 9x^2$

i) $x^2 + 6x + 5$

j) $2x^2 - 12x + 18$

k) $x^2 - 4x + 3$

l) $x^2 - 2x - 3$

Problema 2) Simplifique completamente las siguientes expresiones:

a) $\left(\frac{18-x}{x^2-4} + \frac{5}{x+2}\right) \cdot \frac{3 \cdot x + 3}{x^2 + 2 \cdot x + 1} =$

c) $\left(\frac{2+x}{2-x} - \frac{2-x}{2+x}\right) \cdot \left(1 \div \frac{2-x}{2+x}\right)^{-1} =$

b) $\left(1 + \frac{1}{x}\right) \cdot \left(1 - \frac{x+1}{x}\right)^{-1} =$

d) $\frac{x^2-9}{4} - \frac{x^2-9}{4} \cdot \frac{x+3}{x-3} =$

Problema 3) Dadas las siguientes expresiones fraccionarias:

$$A = \frac{a^2 - 8a + 16}{a^2 - 16}$$

$$B = \frac{2a^2 - 32}{2a^2 + 16a + 32}$$

a) Factorice completamente las expresiones dadas.

b) Calcule $R = (A^{-1} - B)$

Problema 4) Considere la siguiente expresión:

$$A(x) = \left(\frac{x^2 + 7x + 6}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1} \right) \div \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 6x + 5} \right)^{-1}$$

a) Identifique para qué valor o valores de la variable x , la expresión $A(x)$ no tiene sentido.

b) Simplifique $A(x)$ obteniendo de este modo una expresión equivalente a la dada.

c) A partir de lo obtenido en b), resuelva la ecuación $A(x) = 2$

Problema 5) Considere la siguiente expresión:

$$A(x) = \left(\frac{x^2 + 4x + 3}{x-1} \right)^{-1} (x^2 - 9) - \frac{8x - 8}{x^2 - 1}$$

a) Identifique para qué valores de la variable la misma no tiene sentido.

b) Simplifique, y de ese modo podrá mostrar que $A(x) = x - 5$

Problema 6) Considere la siguiente expresión:

$$A(x) = \frac{x^2 - 3}{x+1} - \frac{x^2 + 1 - 2x}{x+2} \left(x + \frac{3}{x+2} - 2 \right)^{-1}$$

a) Identifique para qué valor o valores de la variable x , la expresión $A(x)$ no tiene sentido.

b) Simplifique $A(x)$ obteniendo de este modo una expresión equivalente a la dada.

Problema 7) Considere la siguiente expresión:

$$A(x) = 49(x^2 - 25)^{-1} \div \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 7x + 10}$$

a) Identifique para qué valor o valores de la variable x , la expresión $A(x)$ no tiene sentido.

b) Simplifique $A(x)$ obteniendo de este modo una expresión equivalente a la dada.

c) A partir de lo obtenido en b), resuelva la ecuación $A(x) = 1$

Problema 8) Considere la siguiente expresión:

$$A(x) = \left(\frac{x+3}{3-x} - \frac{3-x}{x+3} \right) \left(\frac{6x^2}{x^2 - 9} \right)^{-1}$$

- Identifique para qué valor o valores de la variable x , la expresión $A(x)$ no tiene sentido.
- Simplifique $A(x)$ obteniendo de este modo una expresión equivalente a la dada.
- A partir de lo obtenido en b), resuelva la ecuación $A(x) = 1$

Problema 9) Considere la siguiente expresión:

$$A(x) = \left(\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 8x + 16} \right)^{-1} \div \left(\frac{x^2 - 16}{2x^2 - 12x + 18} \right) (x - 4)$$

- Identifique para qué valor o valores de la variable x , la expresión $A(x)$ no tiene sentido.
- Simplifique $A(x)$ obteniendo de este modo una expresión equivalente a la dada.
- A partir de lo obtenido en b), resuelva la ecuación $A(x) = 6x + 24$

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS T.P. 3

Considere las siguientes expresiones en la variable x :

- Simplifíquelas obteniendo para cada una de ellas una expresión equivalente a la dada.
- Indique en cada caso para que valor/es de la variable x la expresión no tiene sentido

$$1) \quad A(x) = \frac{x^3 + 4x^2 - 21x}{x^3 - 9x} \div \left(\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 49} \right)^{-1}$$

$$2) \quad A(x) = \frac{2 - x + \frac{x^2}{2+x}}{4 - \frac{4}{2+x}}$$

$$3) \quad A(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 + x^2} \left(\frac{x^2 + x - 2}{3x^2 - 3} \right)^{-1} \left(\frac{x-1}{x^3 + 2x^2} \right)^{-1}$$

$$4) \quad A(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4} \left(\frac{x+3}{2x-4} \right)^{-1} + \frac{10}{x+2}$$

$$5) \quad A(x) = \left(1 - \frac{x}{x+2} \right) \left(\frac{-2x}{x+1} + \frac{2x+3}{x+2} \right)^{-1}$$

$$6) \quad A(x) = \frac{3}{2x+2} - \frac{1}{4x-4} - \left(\frac{8-8x^2}{4} \right)^{-1}$$

$$7) \quad A(x) = \frac{3 + \frac{4}{x-1}}{\frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}}$$

T. P. N° 3 - Respuestas

Problema 1)

a) $x^2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 3)$ b) $9(x^2 + 4) \cdot (x - 2) \cdot (x + 2)$ c) $\frac{1}{5}x \cdot (x + 3) \cdot (x - 2)$

d) $2x \cdot (2x - 3)^2$ e) $y^4 \cdot (1 + y)$ f) $a \cdot (a + 1) \cdot (a - 1)$

g) $\frac{(x-7)}{(x-3)}$ ¿Puede tomar x el valor 0? No porque anula el denominador.

h) $(1-3x) \cdot (1+3x)$ i) $(x+1) \cdot (x+5)$ j) $2(x - 3)^2$ k) $(x-3) \cdot (x-1)$ l) $(x-3) \cdot (x+1)$

Problema 2)

a) $\frac{12}{(x-2)(x+1)}$ b) $-(x + 1)$

c) $\frac{8x}{(2+x)^2}$ d) $\frac{-3(x+3)}{2}$

Problema 3)

a) $A = \frac{a-4}{a+4}$ $B = \frac{a-4}{a+4}$ b) $R = \frac{16a}{(a-4)(a+4)}$

Problema 4)

a) $x \neq 1; -1, -5$

b) $A(x) = \frac{x-1}{x+1}$

c) $x = -3$

Problema 5)

a) $x \neq -3, 1, -1.$

b) $A(x) = x - 5$

Problema 6)

a) $x \neq 1, -1, -2..$

b) $A(x) = x - 2.$

Problema 7)

a) $x \neq 5, -5, 2..$

b) $A(x) = \frac{49}{(x+5)^2}$

c) $A(x) = 1; x_1 = -12; x_2 = 2$

(No es solución por la condición inicial)

Problema 8)

a) $x \neq 3, -3, 0.$

b) $A(x) = \frac{-2}{x}$

c) $A(x) = 1; x = -2$

Problema 9)

a) $x \neq 1, 3, 4, -4.$

b) $A(x) = \frac{2(x+4)(x-3)}{(x-1)}.$

c) $x = 0$

Respuestas Complementarios

1) Rta: a) $x \neq -3; 3; -7; 7; 0$ b) $A(x) = \frac{x+3}{x-7}$

2) Rta: a) $x \neq -2$ b) $A(x) = \frac{1}{x+1}$

3) Rta: a) $x \neq -1; 1; -2; 0$ b) $A(x) = 3(x-1)$

4) Rta: a) $x \neq -3; -2; 2$ b) $A(x) = 2$

5) Rta: a) $x \neq -3; -1; -2$ b) $A(x) = \frac{2(x+1)}{x+3}$

6) Rta: a) $x \neq -1; 1$ b) $A(x) = \frac{5}{4(x+1)}$

7) Rta: a) $x \neq -1; 1; -\frac{1}{3}$ b) $A(x) = -x - 1$

T. P. N° 4

ECUACIONES – RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ECUACIONES

Lectura de Precalculo

Teoría: pag 44 – 54 y 58 – 66 / Ejercicios sugeridos: pag 54 – 56 y 67 – 72

Problema 1) Resuelva las siguientes ecuaciones y verifique si las soluciones obtenidas satisfacen la ecuación original:

- a) $5.x - 3 = 2.x + 9$
- b) $3.x - 4.(6 - x) = 15 - 6.x$
- c) $3 - 2.(1 - x) = 5 + 7.(x - 3)$
- d) $3.z - 2 + 4.(1 - z) = 5.(1 - 2.z) - 12$
- e) $1 - 2.[4 - 3.(a + 1)] = 4.(a - 5) - 1$
- f) $\frac{3.y+7}{2} = \frac{1+y}{3}$
- g) $\frac{5.y-6}{2} = y - \frac{2-y}{3}$
- h) $1 - \frac{2.u-3}{4} = \frac{2-5.u}{3} - 3.u$
- i) $\frac{1}{3} . (2.y + 1) + \frac{1}{2} . y = \frac{2}{5} . (1 - 2.y) - 4 .$
- j) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-4} = 1$
- k) $\frac{3}{x+1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3.x+3}$
- l) $3.(x^2 + 1) = 5 . (1 - x)$
- m) $(2.x + 3).(3.x - 1) = -4$
- n) $6.x^2 + 7.x + 1 = 0$
- o) $x^2 - 2.x + 2 = 0$
- p) $-4.(y^2 + 3) + 6 = 2.y^2 - 6.(y^2 + 1)$
- q) $2.x.(4.x - 1) = 4 + 2.x$
- r) $|2.x + 1| = 4$
- s) $(x + 3)^2 = 4$
- t) $|x - 8| = -7$
- u) $\frac{1}{x+3} + \frac{5}{x^2-9} = \frac{2}{x-3}$

Problema 2) Dada la siguiente ecuación en la variable x , utilice el discriminante para determinar el número de soluciones reales de la misma y justifique su respuesta.

$$x^2 + 2,20x + 1,21 = 0$$

Problema 3) Analice el ejemplo 8 de la página 50. Considere ahora la siguiente ecuación en la variable x : $x^2 + 2kx + k = 0$

Si k es una constante real, determine valores posibles de k para que la ecuación tenga solución única.

Problema 4) Considere la siguiente ecuación cuadrática en la variable x :

$$6x^2 - 4x + m = 0$$

Siendo m un parámetro desconocido, se pide:

- Halle el valor del parámetro m para que $x = -2$ sea solución de la ecuación dada
- Halle todos los valores que puede tomar el parámetro m para que la ecuación tenga solución única.
- Halle todas las soluciones de la ecuación para el caso en que $m = 0$

Problema 5) Considere la siguiente ecuación cuadrática en la variable x :

$$x^2 + 4mx + 16 = 0$$

Siendo m un parámetro desconocido, se pide:

- Halle el valor del parámetro m para que $x = -4$ sea solución de la ecuación dada.
- Halle todos los valores que puede tomar el parámetro m para que la ecuación tenga una única solución real.
- Resuelva la ecuación cuando el valor del parámetro m es $5/2$.

Analice los ejemplos 1 pag. 58 y ejemplos 3 y 4 pag 60 .

Problema 6) A una reunión asisten el doble número de mujeres que de hombres y el triple número de niños que de hombres y mujeres juntos. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay, si en la reunión hay 96 personas?

- Identifique la/s variable/s que va a utilizar para resolver el problema.
- Relacione las cantidades, establezca una ecuación y resuélvala.
- Indique cuántos hombres, mujeres y niños hay y verifique los resultados.

Problema 7) Un empresario ha comprado doble número de computadoras portátiles que de computadoras fijas. Por cada portátil pagó \$ 5800 y por cada fija \$ 14500. Si el importe de la compra fue de \$ 130500, ¿cuántas portátil compró y cuántas fijas?

- Identifique la/s variable/s desconocidas que lo ayudarán a determinar el número de computadoras portátiles y el número de computadoras fijas.
- Relacione las cantidades con las variables utilizadas en a), establezca alguna ecuación para resolver el problema y resuélvala.
- Finalmente responda la pregunta planteada en el enunciado y verifique su respuesta.

Problema 8) Encontrar las edades de María y José, si ambas suman 124 años y María tiene 14 años menos que José.

- Identifique la/s variable/s desconocidas que lo ayudarán a determinar las edades tanto de María como de José.
- Relacione las cantidades con las variables utilizadas en a), establezca alguna ecuación para resolver el problema y resuélvala.
- Finalmente responda la pregunta planteada en el enunciado y verifique su respuesta.

Problema 9) Una biblioteca pública recibe de una editorial una donación de 465 libros; días después, recibe de otra editorial, una segunda donación. En este caso, el número de libros es solo la quinta parte de lo recibido en la primera donación. La cantidad de novelas recibidas resultó ser el doble que los textos escolares donados; y el número de libros técnicos que conformaron las dos entregas resultó ser el triple de las novelas. Se pide:

- Defina las variables que va a utilizar para resolver el problema.
- ¿Cuántos libros en total recibió la biblioteca con estas dos donaciones?
- ¿Cuántos libros de cada categoría tendrían que ser catalogados por los bibliotecarios?
- Días después de la segunda donación, los libros comienzan a ubicarse en sus respectivos estantes. El primer día, son acomodadas todas las novelas más la mitad de los libros técnicos. ¿Cuántos de los libros donados quedan aún por ser ubicados en los estantes?

Problema 10) Una tienda realiza dos compras de camisas a un mayorista, la primera de 420 unidades y una segunda de una cuarta parte de la primera. Después de distribuirlas en sus respectivos estantes encuentra que el número de camisas blancas supera en 20

unidades al de camisas celestes y el número de camisas amarillas es la mitad de la suma de las dos anteriores.

- a) Defina las variables que va a utilizar para resolver el problema.
- b) ¿Cuál es el total de camisas compradas al mayorista?
- c) ¿Cuántas camisas de cada color hay en la tienda?
- d) Si se venden un tercio de las camisas celestes y la totalidad de las blancas, ¿cuántas camisas quedan en los estantes?

Problema 11) En una caja se tienen \$ 6 en monedas de \$0,05, \$0,10 y \$ 0,25 respectivamente. El número de monedas de \$0,10 es el doble del de las de \$0,25 y el número de monedas de \$0,05 es igual a la suma de las de \$ 0,10 y \$0,25.

- a) Defina las variables que va a utilizar para resolver el problema.
- b) ¿Cuántas monedas de \$ 0,25 hay en la caja?
- c) ¿Cuántas monedas de \$ 0,05 y \$0,10 hay en la caja?
- d) Si opto por quedarme con monedas de una sola denominación, ¿por cuáles optaría y por qué?

Problema 12) Un hombre cercó un terreno rectangular de 60 m de frente y 400m de perímetro total a un costo de \$ 3720. El costo de la cerca utilizada para el frente fue \$2 mayor por metro que el de la utilizada para los otros 3 lados.

- a) Defina las variables que va a utilizar para resolver el problema.
- b) Indique las dimensiones del terreno.
- c) Encuentre el costo por metro para ambas cercas.
- d) ¿Cuánto dinero se hubiera ahorrado si se hubiese alambrado todo el terreno con la cerca más económica?

Problema 13) Sandra cobró su primer aguinaldo y decidió salir de compras. Gastó la mitad del dinero en la compra de un par de zapatos, y las tres cuartas partes de lo que le quedaba en un vestido. Después de efectuar esas dos compras, aún le quedaban \$300 del aguinaldo.

Indique cuánto cobro de aguinaldo.

- a) Calcule cuánto pagó Sandra el par de zapatos.
- b) Obtenga el precio del vestido que Sandra se compró.

Problema 14) Alberto había separado parte de su sueldo para la compra de un par de libros de texto. Gastó la mitad de la suma total prevista en su libro de Química, y las tres cuartas partes de lo restante en la compra de su libro de Matemática y le sobraron 100 pesos.

- a) Indique cuánto dinero había separado para la compra de los libros.
- b) Halle el precio del libro de Matemática que compró Alberto.
- c) Halle el precio del libro de Química.

Problema 15) Se recibe una donación para un comedor escolar y se dispone la quinta parte del dinero para la compra de verduras y frutas, la mitad del dinero restante para comprar carne, quedando aún 12000 pesos para leche y galletitas.

- a) Calcule cuánto dinero recibió como donación el comedor escolar.
 - b) Calcule cuánto dinero se destinó a la compra de carne.
 - c) Calcule cuánto dinero se destinó a la compra de verduras.
-

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS T.P. 4

Problema 1

Resuelva las siguientes ecuaciones y verifique si las soluciones obtenidas satisfacen la ecuación original:

a) $\left| -\frac{1}{4}x - 1 \right| = 10$

b) $(x - 1)^2 = 4$

Problema 2

Considere la siguiente ecuación cuadrática en la variable k : $-2x^2 + 6x + k = 0$

Siendo k un parámetro desconocido, se pide:

- a) Halle el valor del parámetro k para que $x = -1$ sea solución de la ecuación dada.
- b) Halle todos los valores que puede tomar el parámetro k para que la ecuación tenga dos soluciones reales y distintas.
- c) Halle las soluciones de la ecuación para el caso en que $k = 0$.

Problema 3

Considere la siguiente ecuación en la variable x : $-x^2 - 7x + l = 0$

Siendo l un parámetro desconocido, se pide determinar para qué valores de l la ecuación no tiene solución real. Justifique detalladamente su respuesta.

Problema 4

Complete el cuadrado en la siguiente expresión cuadrática en la variable x y resuélvala:

$$x^2 + 8x + 15 = 0$$

T. P. N° 4 - Respuestas

Problema 1)

a) $x = 4$

b) $x = 3$

c) $x = \frac{17}{5}$

d) $z = -1$

e) $a = -10$

f) $y = -\frac{19}{7}$

g) $y = 2$

h) $u = -\frac{13}{50}$

i) $y = -2$

j) $x = 2$

k) $x = \frac{13}{3}$

l) $x = \frac{1}{3}, \quad x = -2$

m) $x = -\frac{1}{6}, \quad x = -1$

n) $x = -\frac{1}{6}, \quad x = -1$

o) $Sol = \emptyset$

p) $Sol = \mathbb{R}$

q) $x = -\frac{1}{2}, \quad x = 1$

r) $x = -\frac{5}{2}, \quad x = \frac{3}{2}$

s) $x = -1, \quad x = -5$

t) $Sol = \emptyset$

u) $x = -4$

Problema 2) —

Discriminante = 0. Por lo tanto tiene dos raíces reales iguales o una raíz doble

Problema 3)

$k = 0 \quad y \quad k = 1$

Problema 4)

a) $m = -32$

b) $m = \frac{2}{3}$

c) $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{2}{3}$

Problema 5)

a) $m = 2$

b) $m \pm 2$

c) $x_1 = -2$; $x_2 = -8$.

Problema 6

H= n°. de hombres ; M= n° de mujeres ; N= n° de niños

H= 8 ; M=16 ; N=72

Problema 7)

P= n° de comp. portátiles ; F=n° de comp. fijas - P=10 ; F=5

Problema 8)

M= edad de María ; J=edad de José.

M=55 ; J=69

Problema 9)

a) E= n° de libros escolares. ; N=n° de novelas ; T=n° de libros técnicos.

b) 558.

c) E= 62 ; N= 124 ; T= 372

d) 248

Problema 10)

a) C=n° de camisas celestes ; B=n° de camisas blancas ; A=n° de camisas amarillas

b) 525

c) C=165 ; B=185 ; A=175

d) 285

Problema 11)

a) N= n° de monedas de 0,05

T=n° de monedas de 0,10

R=n° de monedas de 0,25

b) R=10.

c) T=20 ; N=30

d) Opto por monedas de 0,25

Problema 12)

Dimensiones del terreno=60 x 140

Costo de la cerca del frente=\$11 el metro

Costo de la cerca mas económica=\$9 el metro

Con la cerca económica se hubiera ahorrado \$120

Problema 13)

- a) Cobró \$2400
- b) Pagó el par de zapatos=\$1200
- c) Pagó por el vestido=\$900

Problema 14

- a) Había separado\$800.
- b) Precio del libro de Matemática = \$300
- c) Precio del libro de Química =\$400

Problema 15)

- a) Recibió como donación=\$30000.
 - b) Se destinó a la compra de carne =\$12000.
 - c) Se destinó a la compra de verdura y frutas =\$ 6000
-

Respuestas Complementarios

1a) $x = -44$, $x = 36$

b) $x = -1$, $x = 3$

2)a) $k = 8$

b) $m > \frac{-18}{4}$

c) $x_1 = 0$; $x_2 = 3$.

3) $l < \frac{-49}{4}$

4) $x_1 = -5$; $x_2 = -3$

T. P. N° 5

DESIGUALDADES

Lectura de Precalculo. Teoria pag 73 – 79/ Practica sugerida Pag 80 – 82

Problema 1) Exprese la siguiente desigualdad con notación de intervalo y gráfiquela sobre la recta numérica: $x \in \mathbb{R} / -6 < x \leq 0$

Problema 2) Exprese el siguiente intervalo con notación de desigualdad y gráfiquelo sobre la recta numérica: $[-4; 8)$

Problema 3)

a) Dada la siguiente ecuación fraccionaria:

$$\frac{2x}{x-1} + \frac{2x-4}{x^2-3x+2} = 0$$

Se pide:

- i) Identifique para qué valor o valores de la variable x , la ecuación no tiene sentido.
- ii) Halle el conjunto solución de la misma.

b) Dada la siguiente desigualdad fraccionaria:

$$\frac{2x}{x-1} + \frac{2x-4}{x^2-3x+2} \leq 0$$

Se pide:

- i) Identifique para qué valor o valores de la variable x , la inecuación no tiene sentido.
- ii) Halle el conjunto solución de la misma.

c) Compare y analice los resultados obtenidos en a) y b).

Problema 4) Resolver las siguientes desigualdades ($x \in \mathbb{R}$). Expresar el resultado en forma de intervalo y representar gráficamente el conjunto solución.

a) $2(x+5)+x \geq 3(x+1)$

c) $\frac{x+1}{3} \leq \frac{x+1}{2}$

b) $5(x+2)-3 \geq 3(x-1)$

d) $-5 \leq \frac{4-3x}{2} < 1$

Problema 5) Resolver las siguientes desigualdades e indicar claramente el conjunto solución

$(x \in \mathbb{R})$.

a) $(x-3)(x+2) \leq 0$

d) $x^2 < 6x-8$

b) $-6x^2 + 1 - x \geq 0$

e) $x^2 + 4 < 0$

c) $(x+1)^2 - 4 > 0$

f) $x^2 - 4x \geq 0$

¿Podría indicar el conjunto solución del ítem e) sin hacer cuentas? Justificar la respuesta.

Problema 6) Considere la siguiente desigualdad sobre $\mathbb{R}$: $\frac{x-2}{2x-5} \geq 3$

a) Comprobar que $x = 13/5$ es solución.

b) Comprobar que $x = 0$ no es solución.

c) Encontrar el conjunto de todas las soluciones y expresarlo con notación de intervalo de números reales.

Problema 7) Dada la siguiente desigualdad $(x \in \mathbb{R})$: $\frac{-2x+1}{3x-4} > -1$

a) Determinar un valor para el cual no es verdadera la inecuación.

b) Determinar un valor para el cual no tiene sentido la inecuación.

c) Hallar el conjunto solución.

Problema 8) Dada la siguiente desigualdad $(x \in \mathbb{R})$: $\frac{5x+1}{2x-4} > 2$

a) Determine para que valor x no está definida.

b) Indique al menos un valor de x para el cual la desigualdad sea falsa.

c) Resuélvala e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Problema 9) Dada la siguiente desigualdad $(x \in \mathbb{R})$: $\frac{x+2}{1-x} \leq 0$

a) Determine para que valor de x no está definida.

b) Indique al menos un valor de x para el cual la desigualdad sea falsa.

c) Resuélvala e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

d) Una vez resuelto c), indique y justifique en que se diferencia el conjunto solución hallado, con el conjunto solución de cada una de las siguientes desigualdades.

i) $\frac{1-x}{x+2} \leq 0$

ii) $(x+2)(1-x) \leq 0$

iii) $\frac{x+2}{1-x} \geq 0$

Problema 10) Dada la siguiente desigualdad ($x \in \mathbb{R}$): $\frac{3x}{15-3x} \leq \frac{2-x}{5-x}$

Resuelva la desigualdad e indique el o los valores para los cuales no tiene sentido la misma.

Problema 11) Resolver las siguientes desigualdades e indicar claramente el conjunto solución como intervalo o como unión de intervalos ($x \in \mathbb{R}$).

a) $x^2 + 1 \leq 0$

d) $\frac{2x}{x^2+1} < 1$

b) $\frac{-8}{x-2} < 0$

e) $\frac{25}{x^2-1} < 0$

c) $\frac{x^2+1}{x-2} < 0$

f) $|x-1| \leq 3$

Problema 12) Dada la siguiente desigualdad

$$x^2 + 6x + 5 \leq 0$$

Expresé su conjunto solución utilizando intervalos o unión de intervalos.

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS T.P. 5

Problema 1

Considere la desigualdad sobre $\mathbb{R}$: $x^2 - 2x - 15 \leq 0$

a) Verificar que $x=-5$ no es solución de la inecuación

b) Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Problema 2

Considere la desigualdad sobre $\mathbb{R}$: $(5-x)(x+7) \leq 0$

a) Verificar que $x=7$ es solución de la inecuación

b) Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Problema 3

Considere la desigualdad sobre $\mathbf{R}$: $\frac{x+2}{2-x} < 3$

- a) Verificar que $x=-2$ no es solución de la inecuación
- b) Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Problema 4

Considere la desigualdad sobre $\mathbf{R}$: $|2x - 3| \geq 5$

- a) Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

T. P. N° 5 -RESPUESTAS

Problema 1)

$$(-6; 0]$$

Problema 2)

$$S = \{x \in \mathbb{R} / -4 \leq x < 8\}$$

Problema 3)

a) i) $x \neq 1 ; x \neq 2$

ii) $S = \{-1\}$

b) i) $x \neq 1 ; x \neq 2$

ii) $S = [-1 ; 1)$.

c) En a) la ecuación tiene como conjunto solución un único elemento en $\mathbb{R}$, en b) al tratarse de una desigualdad el conjunto solución es ahora un intervalo de la recta numérica.

Problema 4)

a) $\mathbb{R}$

c) $S = [-1, +\infty)$

b) $S = [-5; +\infty)$

d) $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{14}{3}\right]$

Problema 5)

a) $S = [-2, 3]$

d) $S = (2, 4)$

b) $S = \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right]$

e) $S = \emptyset$

c) $S = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$

f) $S = (-\infty; 0] \cup [4; +\infty]$

Problema 6)

a) $3 \geq 3$.

b) No verifica la desigualdad.

c) $S = \left(\frac{5}{2}; \frac{13}{5}\right]$

Problema 7)

a) No es verdadera para todo $x \in \left[\frac{4}{3}; 3\right]$

b) No tiene sentido para $x = \frac{4}{3}$.

c) $S = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right) \cup (3; +\infty)$

Problema 8)

a) No está definida para $x = 2$

b) Es falsa para todo $x \in [-9, 2]$

c) $S = (-\infty; -9) \cup (2; +\infty)$

Problema 9)

a) No está definida para $x = 1$.

b) Es falsa para todo $x \in (-2; 1]$

c) $S = (-\infty; -2] \cup (1; +\infty)$

d) i) $S = (-\infty; -2) \cup [1; +\infty)$

ii) $S = (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$

iii) $S = [-2; 1)$

Problema 10)

No tiene sentido para $x = 5$

$S = (-\infty; 1] \cup (5; +\infty)$

Problema 11)

a) $S = \emptyset$

b) $S = (2; +\infty)$

c) $S = (-\infty; 2)$

d) $S = \mathbb{R} - \{1\}$

e) $S = (-1; 1)$

f) $S = [-2; 4]$

Problema 12) $S = [-5; -1]$

Respuestas Complementarios

1.b) $S = [-3; 5]$

2.b) $S = (-\infty; -7] \cup [5; +\infty)$

3.b) $S = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

4.a) $S = (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

T. P. N° 6**PLANO COORDENADO****DISTANCIA – PUNTO MEDIO – GRÁFICAS DE ECUACIONES**

Páginas del Stewart 6ª Edición: 83-87 y 92-93

Problema 1) ¿Cuál de los puntos P(1;-2) o Q(8;9) está más cerca de A(5;3)?

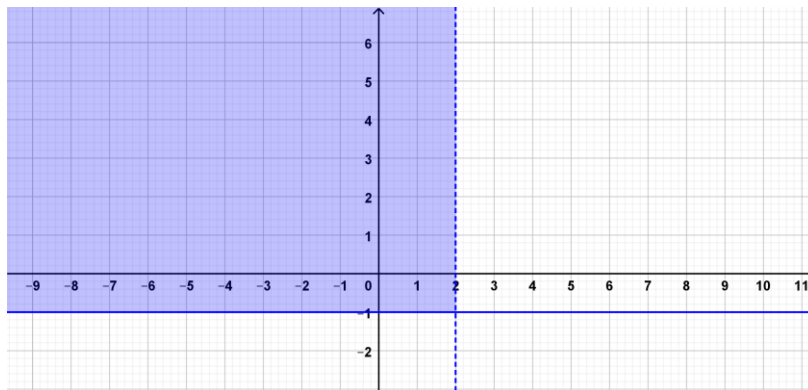
Problema 2) Trace las regiones dadas por cada conjunto

a) $\{(x; y) / x > \frac{3}{4} \wedge y \geq -2\}$

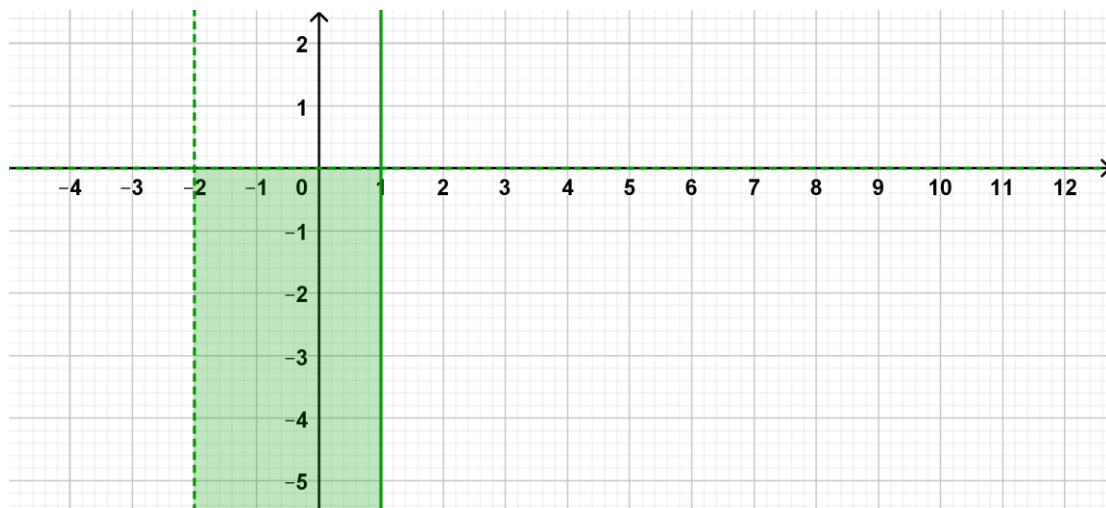
b) $\{(x; y) / y > \frac{1}{2} \vee y \leq -2\}$

Problema 3) Escriba el conjunto correspondiente a cada región del plano coordenado

a)



b)



CIRCUNFERENCIA

Páginas del Stewart 6ª Edición: 88, 89, 90 y 94

Problema 1) Complete el siguiente cuadro:

Ecuación General de la Circunferencia	Ecuación canónica de la Circunferencia	Centro	Radio
$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$	$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	$C(h; k)$	r
$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$			
$4x^2 + 4y^2 - 4x - 8y - 11 = 0$			
		$(-3; -2)$	$\sqrt{5}$
	$(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 2,25$		
	$x^2 + (y - 5)^2 = 1$		

Problema 2) Escriba la ecuación de la circunferencia que contiene al punto $P(1; -2)$ y tiene su centro en $C(2; 0)$. Construya el gráfico.

Problema 3) Los extremos de un diámetro de la circunferencia C son los puntos $A(-5; 3)$ y $B(3; 1)$. Determine el centro y el radio de C y escriba su ecuación. Represente la circunferencia C en el plano coordenado.

Problema 4) Determine cuál de las siguientes opciones es la correcta.

Justifique:

La igualdad dada por: $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 50$ representa:

- Una circunferencia de radio $\sqrt{50}$ que pasa por el punto $P(5,3)$
- Una circunferencia con centro en $(-2,4)$ y radio 50.
- Una circunferencia con centro en $(2, -4)$ y radio $5\sqrt{2}$.

Problema 5) a) Halle la ecuación de la circunferencia que contiene al punto $P(-3; 4)$ y es concéntrica con la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 6$.

- Grafique ambas circunferencias en un mismo sistema de coordenadas.

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS T.P. 6**Problema 1**

Representar todos los puntos del plano real cuya distancia al punto (2,2) sea igual a 1.

Problema 2

Probar que los puntos: $A(1; 7)$, $B(4; 6)$ y $C(1; -3)$ pertenecen a una misma circunferencia de centro $O(1; 2)$.

Problema 3

Determinar la condición para que los puntos $A(0; \alpha)$ y $B(1; 2)$ disten una unidad.

Problema 4

Identificar si el punto $A(2; 4)$ pertenece a la región del plano $x^2 - 9 > 0$. Justificar gráficamente.

Problema 5

¿La siguiente ecuación: $x^2 + 2x + y^2 = 2$, es la ecuación de una circunferencia? En caso afirmativo, ¿cuál es su centro y radio?

Problema 6

Determinar el centro $(\alpha; -2)$ de una circunferencia, sabiendo que el punto $(2; 1)$ pertenece a la misma y su radio es $\sqrt{10}$.

Problema 7

Los vértices de un rectángulo se encuentran en los puntos $A(8; 10)$, $B(-6; 10)$, $C(-6; -6)$ y $D(8; -6)$. ¿Cuál es su perímetro y su área?

T. P. N° 6 -- Respuestas

PLANO COORDENADO

DISTANCIA – PUNTO MEDIO – GRÁFICAS DE ECUACIONES

Páginas del Stewart 6ª Edición: 83-90 y 92-94

Problema 1

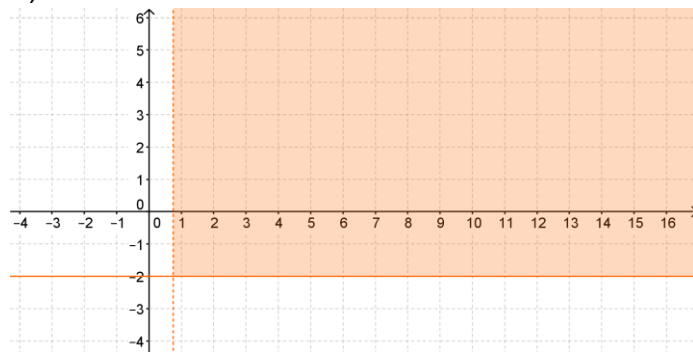
$$d(A,P) = \sqrt{41}$$

$$d(A,Q) = \sqrt{45}$$

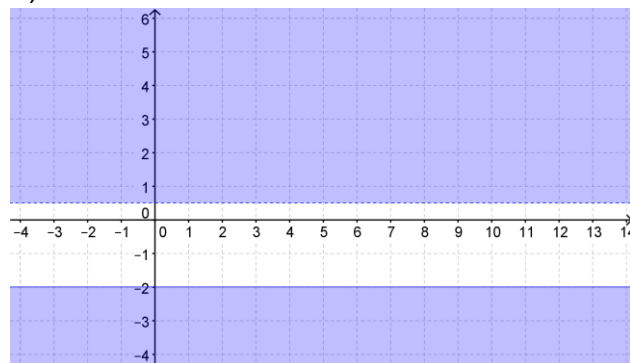
P está más cerca de A

Problema 2

a)



b)



Problema 3

d) $\{(x; y) / x < 2 \wedge y \geq -1\}$

e) $\{(x; y) / x > -2 \wedge x \leq 1 \wedge y < 0\}$

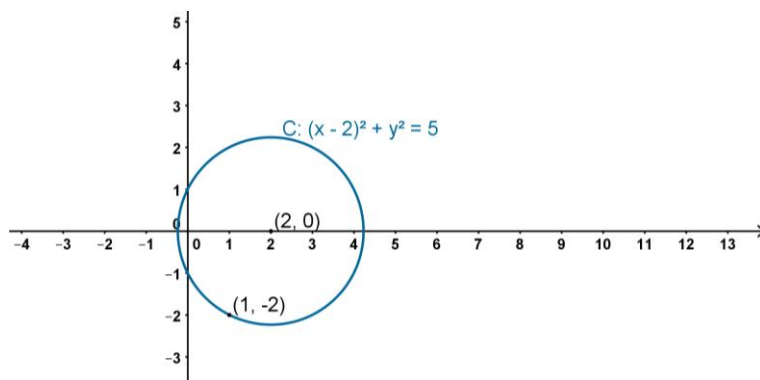
CIRCUNFERENCIA

Páginas del Stewart 6ª Edición: 88, 89, 90 y 94

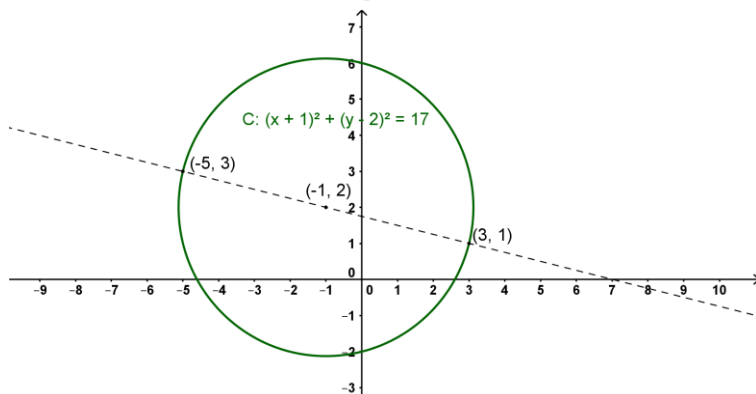
Problema 1

Ecuación General de la Circunferencia	Ecuación canónica de la Circunferencia	Centro	Radio
$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$	$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	$C(h; k)$	r
$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$	$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$	$(1; -2)$	3
$4x^2 + 4y^2 - 4x - 8y - 11 = 0$	$(x - \frac{1}{2})^2 + (y - 1)^2 = 4$	$(\frac{1}{2}; 1)$	2
$x^2 + y^2 + 6x + 4y + 8 = 0$	$(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 5$	$(-3; -2)$	$\sqrt{5}$
$x^2 + y^2 - 8x + 6y + 22,75 = 0$	$(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 2,25$	$(4; -3)$	$\sqrt{2,25}$
$x^2 + y^2 - 10y + 24 = 0$	$x^2 + (y - 5)^2 = 1$	$(0; 5)$	1

Problema 2 C: $(x - 2)^2 + y^2 = 5$



Problema 3 C: $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 17$



Problema 4

La opción correcta es:

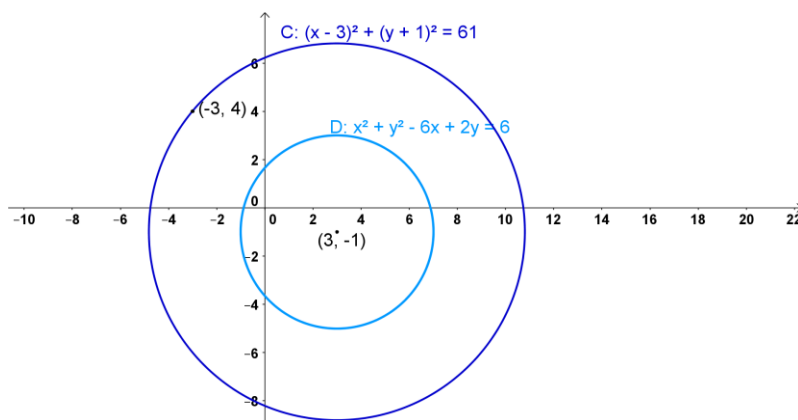
- a) Una circunferencia de radio $\sqrt{50}$ que pasa por el punto $P(5,3)$

Problema 5

- a) **C: $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 61$**

La circunferencia **D: $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 6$** tiene centro en $(3; -1)$ y

radio = 4



Respuestas Complementarios

- 1) Todos los puntos del plano real cuya distancia al punto $(2; 2)$ sea igual a 1, por definición de circunferencia, son todos los puntos de una circunferencia de radio 1 y centro $(2; 2)$. Por lo tanto serán todos los pares ordenados $(x; y)$ que satisfagan la ecuación de dicha circunferencia:

$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 1$, como por ejemplo el punto $(2; 3)$.

- 2) Para determinar que los puntos A; B y C pertenezcan a la circunferencia de centro $O(1; 2)$, todos ellos deben tener la misma distancia a dicho punto. Entonces:

$$\left. \begin{aligned} d(A, O) &= \sqrt{(1-1)^2 + (7-2)^2} = \sqrt{0+25} = 5 \\ d(B, O) &= \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{9+16} = 5 \\ d(C, O) &= \sqrt{(1-1)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{0+25} = 5 \end{aligned} \right\}$$

$\Rightarrow$ Todos tienen la misma distancia y pertenecen entonces a la circunferencia:

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$

3) La distancia entre estos dos puntos del plano es: $d(A, B) = \sqrt{(0-1)^2 + (\alpha-2)^2} = 1 \Rightarrow$
 $= \sqrt{1 + (\alpha-2)^2} = 1$ Elev.

Al cuadrado

$$= 1 + (\alpha-2)^2 = 1$$

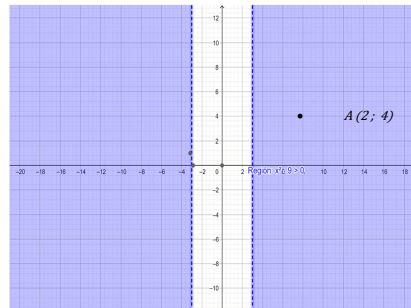
Resuelve la ecuación

$$= (\alpha-2)^2 = 0$$

$$\alpha - 2 = 0$$

$$\alpha = 2$$

4) Si el punto A(2 ; 4) pertenece a la región del plano $x^2 - 9 > 0$, tendrá que verificar que $x^2 > 9$, es decir que $x > 3$ o $x < -3$. En este caso vemos que el punto A(2 ; 4) NO pertenece a esta región, cosa que podemos verificar en el siguiente gráfico:



5) Sabes que tenemos que completar los cuadrados en $x^2 + 2x + y^2 = 2$.

En este caso hacemos: $x^2 + 2x + 1 + y^2 = 2 + 1$

Resolviendo y agrupando nos queda: $(x+1)^2 + (y-0)^2 = 3$, que es la ecuación de una circunferencia de centro (-1 ; 0) y radio $\sqrt{3}$.

6) Si reemplazamos en la ecuación de la circunferencia por su centro $(\alpha ; -2)$ y su radio $\sqrt{10}$, nos queda: $(x - \alpha)^2 + (y + 2)^2 = 10$. Como el punto (2 ; 1) pertenece a la circunferencia, debe verificar la misma. Entonces reemplazando en la ecuación anterior: $(2 - \alpha)^2 + (1 + 2)^2 = 10$. Resolvemos la ecuación y hallamos que α puede tomar dos valores, 1 y 3.

7) El perímetro de un rectángulo es: $2 \cdot (B + h)$ y su superficie es: $B \cdot h$, siendo B la base del rectángulo y h su altura. Hallando la distancia entre los puntos, nos queda que $B = 14$ y la $h = 16$. Por lo tanto, reemplazamos en las fórmulas anteriores y determinamos que el perímetro es 60 unidades y la superficie 224 u^2 .

T. P. N° 7

RECTAS EN EL PLANO

Páginas del Stewart 6º Edición: 106 – 118; 124 - 129

Problema 1)

- a) Encuentre la ecuación de la recta con pendiente -2 e intersección y de -3 .
- b) Encuentre la pendiente e intersección y de la recta $-2y + 3x = 4$

Problema 2) Señale la respuesta correcta: Sabiendo que el punto $P(x, 2x)$ pertenece a la recta $y = \frac{3}{4}x + 5$, entonces el valor de x será:

- a) -10 b) 4 c) $-\frac{20}{3}$

Problema 3) Dadas las rectas $L_1 : 2y - 3x + 8 = 0$ y $L_2 : 3y + 2x = 15$ indique cuál de las tres opciones es la correcta:

- a) $L_1 \perp L_2$ b) $L_1 // L_2$ c) L_1 y L_2 son coincidentes

Problema 4) Dada la recta $L: y = \frac{1}{2}x + 1$, indique cuál de las siguientes ecuaciones corresponde a la de una recta perpendicular a L que pasa por el punto $P(1, -3)$

- a) $y = 2x - 5$ b) $y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$ c) $y = -2x - 1$

Problema 5) Señale la respuesta correcta: la recta, paralela al eje de abscisas, contiene al punto $P(3; 5)$. Otro punto Q , que también pertenece a dicha recta es:

- a) $Q(8,5)$ b) $Q(3,8)$ c) $Q(5,3)$

Problema 6) Señale la respuesta correcta:

Si la recta $y = mx - 8$ corta al eje de abscisa en $x = 10$, entonces la pendiente de dicha recta será:

- a) $m = \frac{5}{4}$ b) $m = -8$ c) $m = \frac{4}{5}$

Problema 7) Halle, para cada uno de los siguientes valores de m , la ecuación de la recta que pasa por el punto $P\left(2, -\frac{1}{2}\right)$ y tiene pendiente m

$$a) m = 1 \quad b) m = \frac{1}{3} \quad c) m = -\frac{5}{2}$$

Problema 8) Indique si los puntos $P\left(\frac{1}{2}, -3\right)$, $Q(4,4)$ y $R(-2, -4)$ están alineados. Justifique.

Problema 9) Halle la ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas y es paralela a la recta determinada por los puntos

$$P\left(\frac{1}{2}, 1\right) \text{ y } Q\left(\frac{1}{4}, -1\right).$$

Problema 10) Halle el área de cada uno de los triángulos para las condiciones indicadas:

a) Tiene por lados los ejes coordenados y la recta de pendiente $m = -\frac{1}{3}$, que pasa por el punto $P(6; 8)$.

b) Está determinado por la recta r y los ejes coordenados, siendo r la recta que pasa por $M(4; -1)$ y es perpendicular a $s: y = \frac{1}{2}x$

Problema 11) Halle el área de un triángulo determinado por la recta $x = 2$, la recta de pendiente $m = -1$ y ordenada al origen 6, y el eje de abscisas.

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS T.P. 7

Problema 1. a) Hallar la ecuación de la recta L_1 que pasa por los puntos $R(-3;0)$ y $S(4; 14)$.

b) Determinar, si es posible, la ecuación de la recta L_2 que es perpendicular a la recta L_1 y pasa por el punto $M(-6; 4)$.

c) Decidir si el punto $P(-2; 2)$ pertenece a la recta L_1 . ¿Y a la recta L_2 ? Justifique.

d) Graficar ambas rectas en un sistema de ejes coordenados.

Problema 2. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.

a) La recta $L_1: 2y - 4x = 12$ es perpendicular a la recta $L_2: -3 + \frac{1}{2}y - x = 0$.

- b) La recta $L_3: y + 9 = 2x$ es paralela a L_1 y pasa por el punto $(4, 1)$.
- c) El área del triángulo que tiene por lados los ejes coordenados y a la recta L_1 es 9.

Problema 3. Dados los puntos $A(0; 6)$ y $B(6,3)$, se pide:

- a) Hallar la ecuación de la recta L_1 que contiene a ambos puntos.
- b) Sabiendo que el punto $C(4, y)$ pertenece a la recta L_1 , hallar la ordenada de dicho punto.
- c) Escribir la ecuación de una recta L_2 paralela a L_1 y que pasa por el punto $D(4,8)$.

Problema 4. Dadas las rectas $L_1: y + 2x - 8 = 0$; $L_2: y - \frac{1}{2}x - 3 = 0$, se pide:

- a) Graficar ambas rectas en un mismo plano coordenado.
- b) Si las rectas se intersecan en el punto $T(2; 4)$ calcular el área del triángulo que queda determinado por ambas rectas y el eje de ordenadas.
- c) Si las rectas se intersecan en el punto $T(2; 4)$ calcular el área del triángulo que queda determinado por ambas rectas y el eje de abscisas.

Problema 5. a) Si la recta $L_1: y = mx + 5$ y pasa por el punto $N(-\frac{2}{5}; 4)$ entonces la pendiente de dicha recta será:

- a) $m = -5$ b) $m = -\frac{2}{5}$ c) $m = \frac{5}{2}$
- b) Graficar L_1 en un sistema de ejes coordenados.
- c) Calcular el área del triángulo que tiene por lados los ejes coordenados y a la recta L_1 .

Problema 6. a) Hallar la ecuación de la recta L_1 que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a la recta L_2 determinada por los puntos $S(1; \frac{5}{4})$ y $P(-4, 5)$.

- b) ¿Es cierto que $L_3: y = \frac{4}{3}x - 2$ es paralela a L_1 ? Justificar.

T. P. N° 7 -- Respuestas**Problema 1**

a) $y = -2x - 3$

b) $m = \frac{3}{2} \quad b = -2$

Problema 2

$x = 4$

Problema 3

$L_1 \perp L_2$

Problema 4

$y = -2x - 1$

Problema 5

$Q(8,5)$

Problema 6

$m = \frac{4}{5}$

Problema 7

a) $m = 1 \quad y = x - \frac{5}{2}$

b) $m = \frac{1}{3} \quad y = \frac{1}{3}x - \frac{7}{6}$

c) $m = -\frac{5}{2} \quad y = -\frac{5}{2}x + \frac{9}{2}$

Problema 8

No están alineados por no pertenecer los 3 a la misma recta.

(Ejemplo: recta que contiene a $RQ : y = \frac{4}{3}x - \frac{4}{3}$; y el punto P no verifica la ecuación)

Problema 9

$y = 8x$

Problema 10

a) $A = 150$

b) $A = 12,25$

Problema 11

$A = 8$

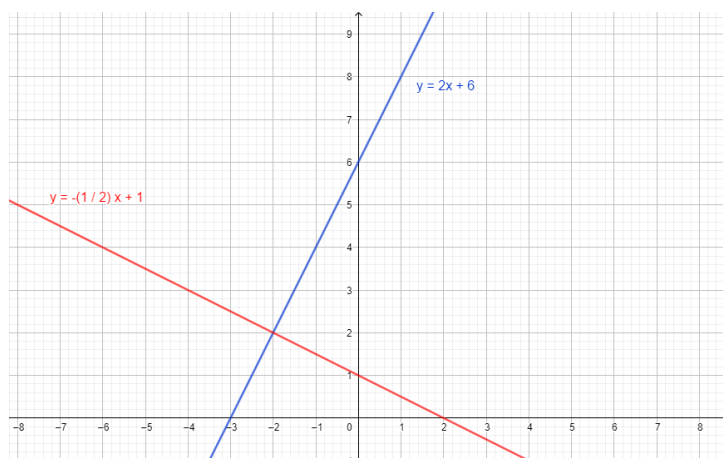
Respuestas Complementarios**Problema 1:**

a) $L_1: y = 2x + 6$

b) $L_2: y = -\frac{1}{2}x + 1$

c) El punto $P(-2; 2)$ pertenece a ambas rectas.

d)

**Problema 2:**

a) Falsa, las rectas son coincidentes.

b) Falsa, la recta L_3 es paralela a L_1 , pero no pasa por el punto $(4, 1)$.

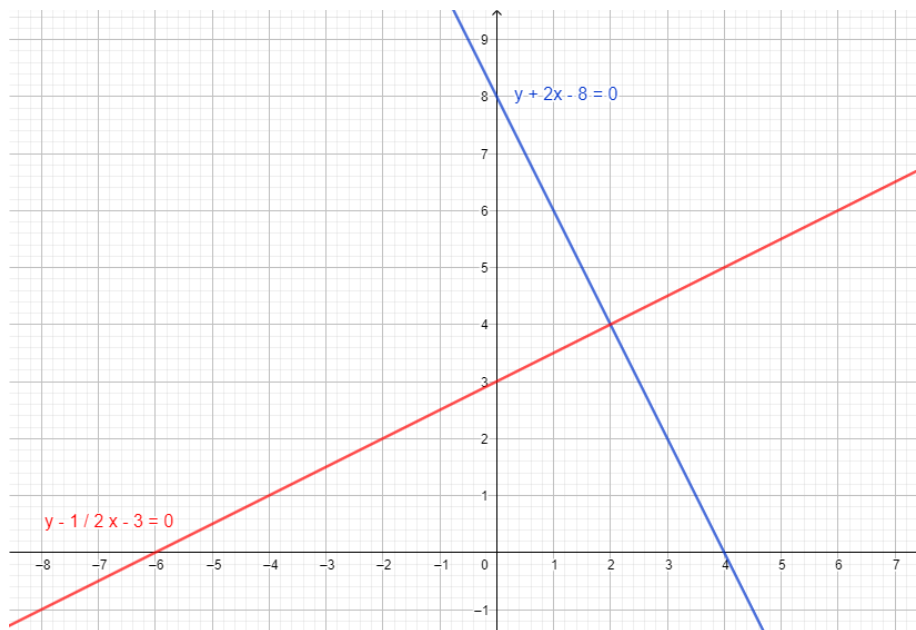
c) Verdadera.

Problema 3:a) La ecuación de la recta L_1 que contiene a ambos puntos es $y = -\frac{1}{2}x + 6$.b) La ordenada del punto C es 4, es decir $C(4, 4)$.c) La ecuación de una recta L_2 paralela a L_1 y que pasa por el punto $D(4, 8)$ es

$$y = -\frac{1}{2}x + 10.$$

Problema 4:

a)



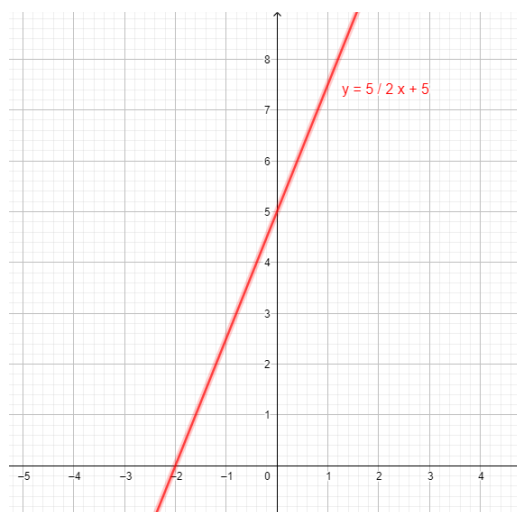
b) El área del triángulo que queda determinado por ambas rectas y el eje de ordenadas es 5.

c) El área del triángulo que queda determinado por ambas rectas y el eje de abscisas es 20.

Problema 5.

a) Opción c) $m = \frac{5}{2}$

b)



c) El área del triángulo que tiene por lados los ejes coordenados y a la recta L_1 es 5.

Problema 6.

a) $L_1: y = \frac{4}{3}x$

b) Es cierto que L_3 es paralela a L_1 , pues tienen la misma pendiente.

T. P. N° 8**SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES**

Páginas del Stewart 6ª Edición: 629-637 y Práctica sugerida Pág. 638 a 640

- 1) Encontrar analíticamente el conjunto solución de los siguientes sistemas, clasificarlos y representarlos gráficamente. (Se pueden utilizar cualquiera de los métodos desarrollados en las páginas 630 a 632 del Precálculo)

a)
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x - 3y = 5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + y = -1 \\ 5x + 3y = -5 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3y + 2x = 1 \\ 6y + 4x = 2 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} -x + \frac{1}{4} = 2y - \frac{3}{4} \\ -\frac{1}{2}x + y = 0 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 3y + \frac{1}{4}x = 6 \\ 12 - 6y = \frac{1}{2}x \end{cases}$$

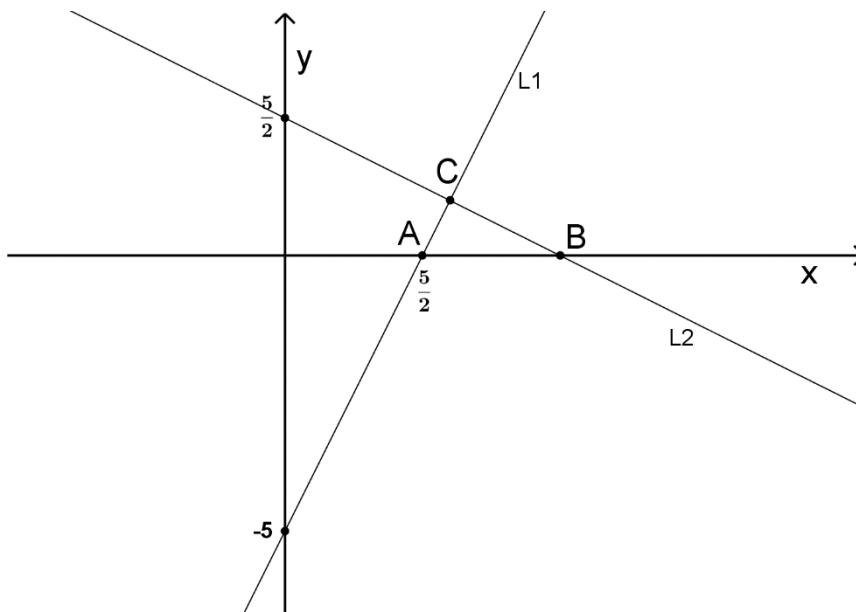
f)
$$\begin{cases} 7 - 5(x + 4) - y = 0 \\ x = -3 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} 3,5 = x - \frac{1}{3} - y \\ x - \frac{5}{6} = -\frac{1}{2}y \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} 2y + 4 = \frac{4}{3}x - 1 \\ \frac{2}{3}x = y \end{cases}$$

- 2) Analizando el gráfico siguiente, se pide:

- a) Hallar las coordenadas del punto C, sabiendo que la recta L_1 es perpendicular a la recta L_2
- b) Hallar la ecuación de la recta paralela al eje de abscisas que pase por el punto C
- c) Calcular el área del triángulo rectángulo ABC



3) Las rectas $y = 8x - 16$ e $y = -8x + 40$, se cortan en el 1° cuadrante formando un triángulo con el eje de las x . Se pide:

- Encontrar los vértices del triángulo.
- Encontrar la ecuación de la recta perpendicular al eje x que pasa por la intersección de las 2 rectas.
- Encontrar la medida de la base sobre el eje x .
- Calcular el área del triángulo.

4) Ahora aplicamos sistemas de ecuaciones lineales para resolver los siguientes problemas. En cada uno de ellos:

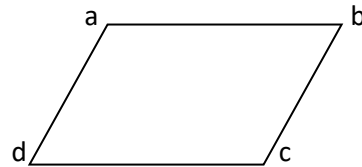
- Determinar las variables con que va a trabajar.
- Encontrar las ecuaciones necesarias para resolverlo.
- Resolver y responder lo propuesto en cada problema.

(Para resolver los siguientes problemas se sugiere aplicar la guía que figura en la página 635 del Precálculo)

- El perímetro de un rectángulo es de 24 cm. La diferencia entre la base y la altura es de 2 cm. Calcula su área.
- El perímetro de un rectángulo es de 12,6 cm. Un lado es el doble del otro.Cuál será el valor de la longitud de cada lado.

- III. El perímetro de un triángulo isósceles es de 27 cm. Si la diferencia entre dos de sus lados es de 3 cm. ¿Cuál es la longitud de cada uno de sus lados?

- IV. Datos: abcd paralelogramo
 $ab = 2x - 3y$
 $bc = 7 + 5y$
 $cd = 5$
 $da = 3x$



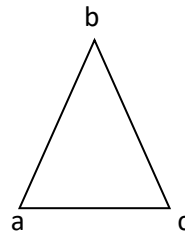
Calcula la longitud de los lados.

- V. Datos: $\hat{c} = \hat{a}$

$$ab = 3x + 4y$$

$$bc = \frac{3}{2}y + \frac{1}{2}x$$

$$ac = y - x$$



$$\text{Perímetro} = 12 \text{ cm}$$

Calcula x e y

- VI. En una juguetería donde se venden bicicletas y triciclos, Juan Pablo dijo: Hay 60 ruedas. Javier agregó: hay 5 bicicletas más que triciclos ¿Cuántos hay de cada uno?
- VII. Cecilia dice: cuando yo nací Victoria tenía 2 años. La suma de nuestras edades es 8 años ¿Cuántos años tiene cada una?
- VIII. La mitad de un número es igual a la tercera parte de otro ¿Cuáles son dichos números si su suma es igual a 10?
- IX. El promedio de las calificaciones de Diana y Susana es 7,50. Si la calificación de Susana es la cuarta parte de la de Diana más cinco ¿Qué calificación tiene cada una?

- X. Se cambia un billete de \$500 en billetes de \$100 y \$10. Sabiendo que en total se entregan 23 billetes ¿Cuántos billetes de cada clase hay?
- XI. Juan y Pedro poseen juntos \$2640. La mitad de lo que posee Juan más la cuarta parte de lo que posee Pedro es igual al dinero de Juan menos \$255 ¿Cuánto posee cada uno?
- XII. He comprado dos valijas de distinto precio: la primera cuesta \$200 menos que el doble de la segunda y ésta \$40 más que la primera. ¿Cuánto pagué por cada valija?
- XIII. Si se aumenta en 2 cm el largo y el ancho de un rectángulo, el perímetro resulta 24 cm. Si el largo disminuye en 2 cm resulta un cuadrado. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?
- XIV. En un colegio hay 1300 alumnos; si se hubieran inscripto 50 niñas más el número de niñas hubiera duplicado el de varones ¿Cuántas niñas y cuántos varones hay?
- XV. A un congreso asistieron 700 personas. La cantidad de mujeres superó en 10 al doble de la cantidad de hombres. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres hay?
-

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS T.P.8

Problema 1

Encuentre analíticamente el conjunto solución de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + 2 = 2y \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ -2y = 6x + 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - y = 3 \\ 4y - 2x = -12 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 5y + 6x = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = 14 - 3x \\ 2x + 3y = 14 \end{cases}$

h) $\begin{cases} x - 4y = 5 \\ -15 + 3x = 12y \end{cases}$

d)
$$\begin{cases} y = \frac{11}{2} - \frac{5}{2}x \\ 2x - 3y = 12 \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} \frac{x}{y} = -2 \\ 4x + y = x + 5 \end{cases}$$

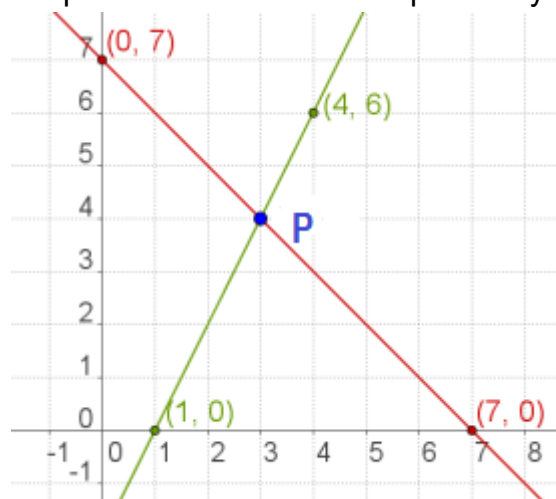
e)
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ y - 3x = -10 \end{cases}$$

j)
$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y - 1 = 2 \end{cases}$$

Problema 2

Dado el siguiente gráfico, se pide:

- Halle la ecuación de la recta representada en color verde.
- Halle la ecuación de la recta representada en color rojo.
- Escriba el sistema de ecuaciones lineales halladas en los puntos a) y b)
- Resuelva mediante un método analítico, el sistema de ecuaciones expresado en el punto c). Indique las coordenadas del punto P y verifique.



Problema 3

Indique si es verdadero o falso. Justifique la respuesta dada.

a) El conjunto solución del sistema
$$\begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 4y + 3x = 25 \end{cases}$$
 es el punto (3, 4)

b) El conjunto solución del sistema
$$\begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$$
 es el punto (1, 2)

c) El conjunto solución del sistema
$$\begin{cases} 5x = 4 - 3y \\ 2x - 1 = y \end{cases}$$
 es el punto (-1, 3)

Problema 4

Escriba un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cuya solución sea:

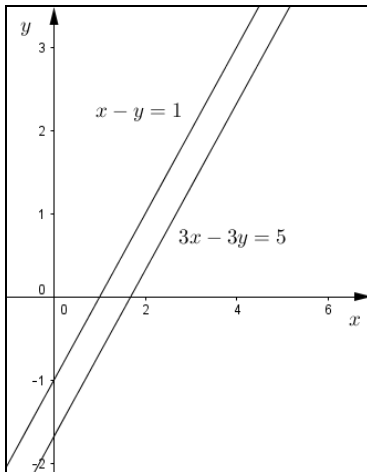
a) Sol. = $(3, -4)$

b) Sol. = $(3, \frac{1}{2})$

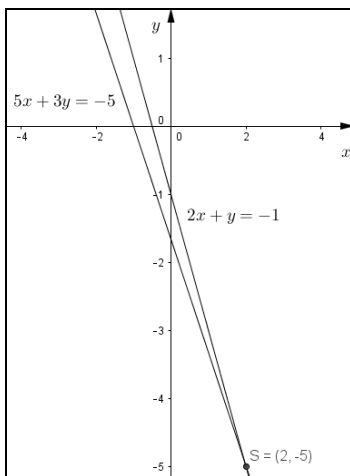
T. P. N° 8 -- Respuestas

Problema 1

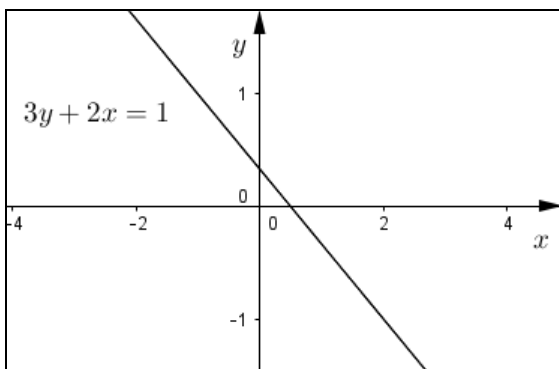
a) Sol. = $\{\}$, Sistema Incompatible (SI)



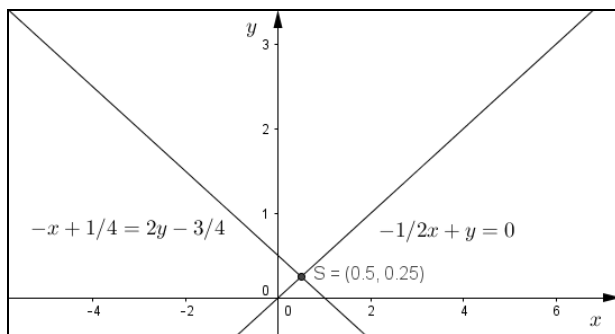
b) Sol. = $(2, -5)$ Sistema Compatible Determinado (SCD)



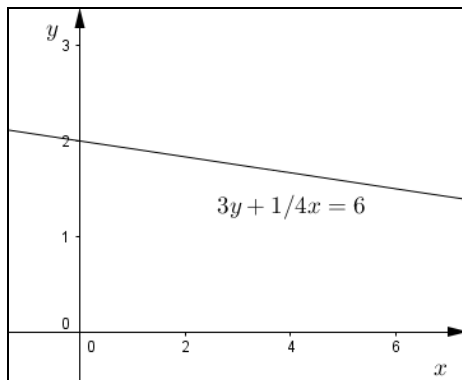
c) Infinitas Soluciones, Sistema Compatible Indeterminado (SCI)



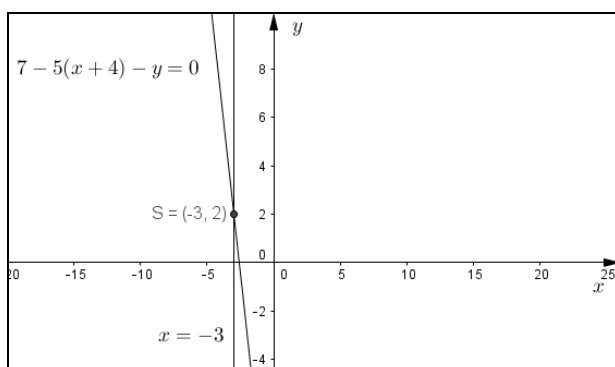
d) Sol. = $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$, Sistema Compatible Determinado (SCD)



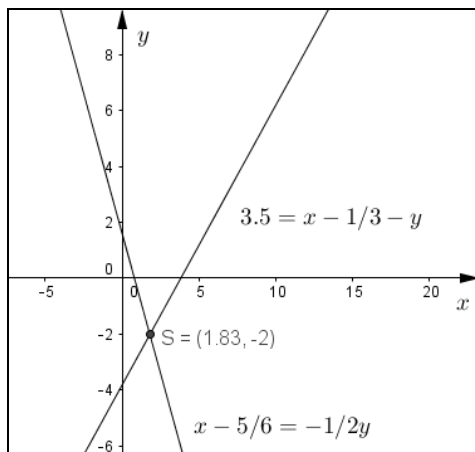
e) Infinitas Soluciones (SCI)



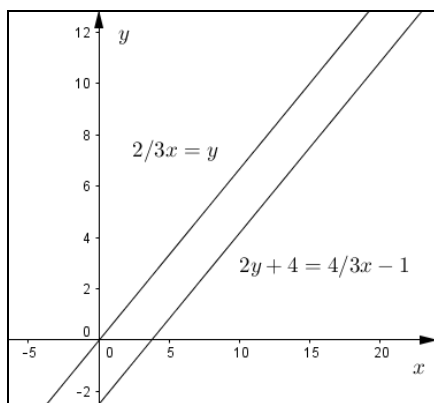
f) Sol. = $(-3, 2)$, Sistema Compatible Determinado (SCD)



g) Sol. = $\left(\frac{11}{6}, -2\right)$, Sistema Compatible Determinado (SCD)



h) Sol. = $\{\}$, Sistema Incompatible (SI)



Problema 2

- a) (3,1)
- b) $y = 1$
- c) Área = $5/4$

Problema 3

- a) Vértices: $\{(2, 0); (5, 0); (\frac{7}{2}, 12)\}$
- b) $x = \frac{7}{2}$
- c) base = 3 unidades
- d) Área del triángulo = $\frac{3 \cdot 12}{2} = 18$

Problema 4

- I. Base= 7 cm Altura= 5 cm

- II. Lado1= 2,1 cm Lado 2= 4,2 cm
 - III. Lado 1= Lado 2= 8 cm Lado 3= 11 cm
 - IV. $ab= 5$ $ac= 12$ $db= 12$
 - V. $x= -3$ $y=3$
 - VI. 15 bicicletas y 10 triciclos
 - VII. Cecilia tiene 3 años y Victoria tiene 5 años
 - VIII. Uno de los números es 6 y el otro 4
 - IX. La calificación de Diana es 8 y la de Susana 7
 - X. Hay 20 billetes de \$10 y 3 billetes de \$100
 - XI. Juan tiene \$1220 y Pedro \$1420
 - XII. La primera valija cuesta \$160 y la segunda valija \$200
 - XIII. Largo = 4 cm Ancho = 4 cm
 - XIV. Niñas = 850 Varones= 450
 - XV. Hombres= 230 Mujeres= 470
-

Respuestas Complementarios

- 1 a) Sol. = (0, 1) b) Sol. = (0, -3) c) Sol. = (4, 2) d) Sol. = (3, -2) e) Sol = (3, -1)
f) Sol = { } g) Sol. = $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ h) Infinitas Soluciones i) Sol. = (2, -1) j) Sol = (1, -2)
- 2 a) $y = 7 - x$ b) $y = 2x - 2$ c) $\begin{cases} y = 7 - x \\ y = 2x - 2 \end{cases}$ d) P= (3, 4)
- 3 a) V b) F c) F

T. P. N° 9

SISTEMAS RECTA CIRCUNFERENCIA

Problema 1) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones indicando si se trata de una recta tangente, secante o exterior a la circunferencia:

a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 8 \\ x + y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ y = \frac{3}{4}x \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 + (y - 2)^2 = 4 \\ -x + y = -2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^2 + (y - 1)^2 = 9 \\ y = 4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0 \\ x + 2y - 10 = 0 \end{cases}$

h) $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0 \\ 3x + y - 5 = 0 \end{cases}$

SISTEMAS DE DESIGUALDADES - APLICACIONES

Páginas del Stewart 6ª Edición: 703 a 709

Problema 2) Dado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} y + 2x = 9 \\ 2y - x = 8 \end{cases} \quad \text{Se pide:}$$

- Halle el conjunto solución indicando el método elegido.
- Grafique ambas rectas en un mismo sistema de ejes coordenados e indique el conjunto solución hallado en a) en dicha gráfica.

Problema 3) Resuelva gráficamente el siguiente sistema de desigualdades, determinando claramente su conjunto solución:

$$\begin{cases} y + 2x \leq 9 \\ 2y - x \leq 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Problema 4) Compare los conjuntos solución hallados en los problemas 2) y 3) y analice sus diferencias.

Problema 5) Dado el siguiente sistema de desigualdades $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ y + 2x < 8 \\ y \leq -x + 6 \end{cases}$ Se pide:

- a) Grafique el conjunto solución.
- b) Determine las coordenadas de todos los vértices del área que representa dicho conjunto.
- c) Ubique en el gráfico realizado los puntos: $P(1,5)$; $Q(3,2)$; $T(1,1)$ y $R(1,7)$ e indique para cada uno de ellos, si pertenece o no al conjunto solución, justificando adecuadamente.

Problema 6) Se tiene el siguiente sistema de desigualdades $\begin{cases} y \geq |x| \\ y \leq 5 \end{cases}$

Se pide:

- a) Grafique el conjunto solución.
- b) Determine las coordenadas de todos los vértices del área que representa dicho conjunto.
- c) Ubique en el gráfico realizado los puntos: $P(1,5)$; $Q(3,2)$; $T(1,1)$ y $R(1,7)$ e indique para cada uno de ellos, si pertenece o no al conjunto solución, justificando adecuadamente.

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS T.P.9

Problema 1

- a) Represente el conjunto solución del siguiente sistema de desigualdades, calcule y señale los vértices:

$$\begin{cases} 2x + y \leq 6 \\ y \leq \frac{1}{2}x + 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

- b) Determine analíticamente si los puntos $(2; 1)$, $(1; \frac{3}{2})$ y $(-3; -\frac{1}{2})$ pertenecen o no al conjunto solución

Problema 2

- c) Represente el conjunto solución del siguiente sistema de desigualdades, calcule y señale los vértices:

$$\begin{cases} -x + 2y \leq 2 \\ x + y \geq 2 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

- d) Determine analíticamente si los puntos $(3; -1)$, $(2; 1)$ y $(1; 2)$ pertenecen o no al conjunto solución

Problema 3

La recta L_1 contiene a los puntos $A(-\frac{1}{2}; 4)$ y $B(1; 1)$, y la ecuación de L_2 es: $-2x + y + 5 = 0$

- Verifique que las rectas L_1 y L_2 no son paralelas, y halle el punto de intersección entre ambas
- Determine si la circunferencia $C: x^2 - 4x + y^2 + 2y - 20 = 0$ tiene su centro en el punto de intersección de las rectas L_1 y L_2 y exprese en su forma canónica, indicando claramente el centro y el radio.
- Obtenga analíticamente la ecuación de la recta tangente a la circunferencia C en el punto $P(6; 2)$
- Represente las 3 rectas y la circunferencia en un mismo sistema de ejes coordenados

Problema 4

- Encuentre y escriba una ecuación de la recta L_2 sabiendo que es perpendicular a la recta $L_1: -2x + y + 3 = 0$ y que L_2 contiene al punto $P(5; 2)$
- Determine si el punto de intersección de las rectas L_1 y L_2 .
- Dada la circunferencia $C: x^2 + y^2 + 2x = 24$, exprese en su forma canónica.
- Analice si el punto obtenido en el ítem b) pertenece a la circunferencia anterior.
- Obtenga en forma analítica los puntos de intersección de la circunferencia C y el eje de abscisas
- Represente las 2 rectas y la circunferencia en un mismo sistema de ejes coordenados

RESPUESTAS T. P. N 9

SISTEMAS MIXTOS : RECTA- CIRCUNFERENCIA

Problema 1)

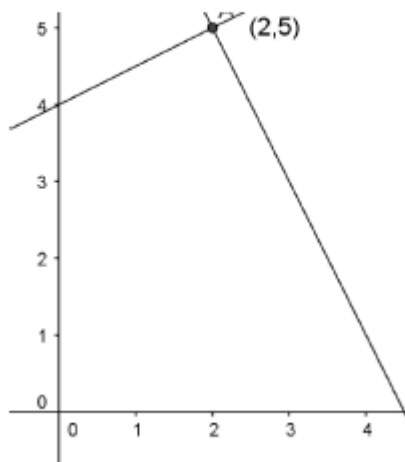
- a) La recta $x + y = 0$ es secante a la circunferencia $x^2 + y^2 = 8$ en $P(-2; 2)$ y $Q(2; -2)$
- b) La recta $y = \frac{3}{4}x$ es secante a la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$ en $P(-4; -3)$ y $Q(4; 3)$
- c) La recta $-x + y = -2$ es exterior a la circunferencia $x^2 + (y - 2)^2 = 4$
- d) La recta $y = 4$ es tangente a la circunferencia $x^2 + (y - 1)^2 = 9$ en $P(0; 4)$
- e) La recta $y = x + 1$ es exterior a la circunferencia $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$
- f) La recta $2x - y - 4 = 0$ es secante a la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0$ en $P(3; 2)$ y $Q(1; -2)$
- g) La recta $x + 2y - 10 = 0$ es tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ en $P(2; 4)$
- h) La recta $3x + y - 5 = 0$ es secante a la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ en $P(1; 2)$ y $Q(\frac{11}{5}; -\frac{8}{5})$

SISTEMAS DE DESIGUALDADES - APLICACIONES

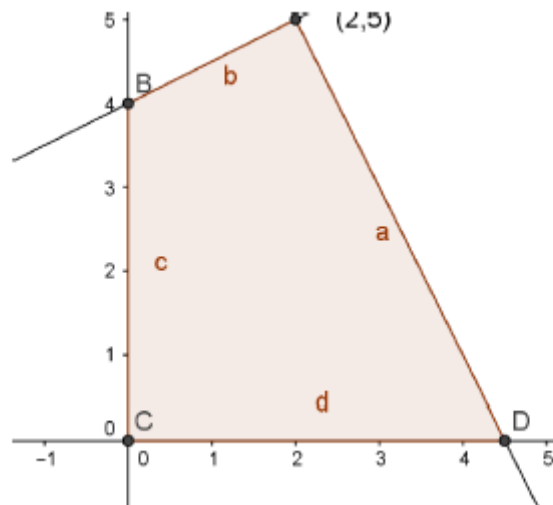
Problema 2)

a) $S = \{(2, 5)\}$

b)



Problema 3)



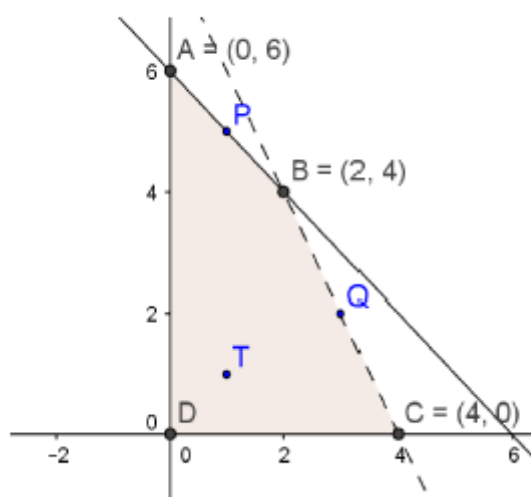
Problema 4)

En el Problema 2 el conj. Solución es solamente el punto de intersección de ambas rectas.

En el problema 3 cambiando en las mismas ecuaciones del prob 2 los signos de $=$ por los de $\leq$ y acotando la solución al I Cuadrante, el conjunto solución pasa a ser la superficie acotada por los ejes coordenados y ambas rectas

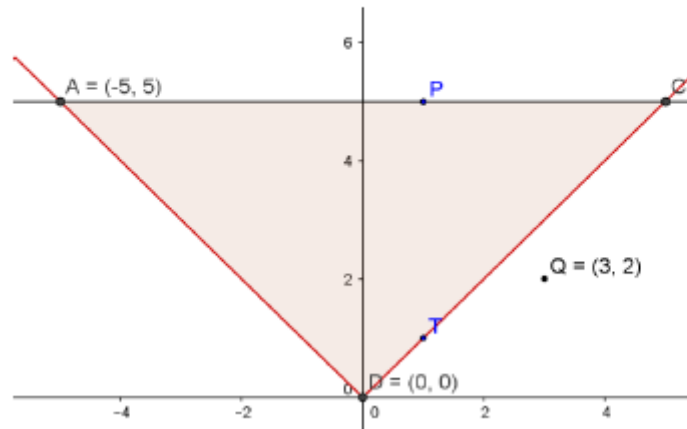
Problema 5)

a), b) y c) P y T pertenecen y Q y R no pertenecen



Problema 6)

a), b) y c) P y T pertenecen R y Q no pertenecen



T. P. N° 10**FUNCIONES 1° PARTE***Páginas del Stewart 6ª Edición: 141 - 150***Problema 1)** Determine el Dominio natural de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 2x - 3}$

b) $g(x) = \frac{\sqrt{4+x}}{4+x}$

c) $h(x) = \frac{x}{\sqrt{3x+9}}$

Problema 2) Considere las siguientes funciones:

$$f(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{3x-2}} \quad g(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{3x-2}}$$

- a) Halle el dominio natural en ambos casos.
b) ¿Es $f(x) = g(x)$? **Justifique su respuesta.**

Problema 3) Dadas las siguientes funciones:

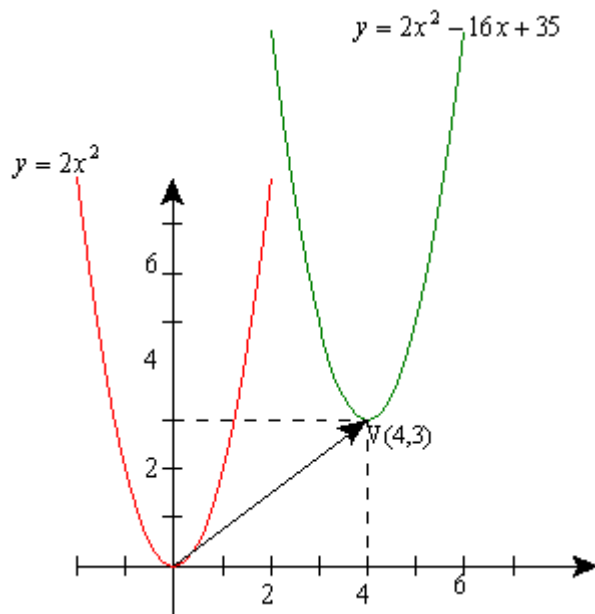
$$h(x) = \sqrt{\frac{4x-1}{2x-3}} \quad j(x) = \frac{\sqrt{4x-1}}{\sqrt{2x-3}}$$

- a) Halle el dominio natural en ambos casos
b) ¿Es $h(x) = j(x)$? **Justifique su respuesta.**

*Páginas del Stewart 6ª Edición: 179-190***Problema 4)** Dada la función cuadrática $f(x) = x^2$, se pide:

- a) Grafíquela en el plano coordenado.
b) Si $f(x)$ sufre un desplazamiento horizontal de 2 unidades hacia la derecha y vertical de 9 unidades hacia abajo, ¿Cuál será la nueva función obtenida?. Realice su gráfica.
c) Escriba la ecuación de la función hallada.

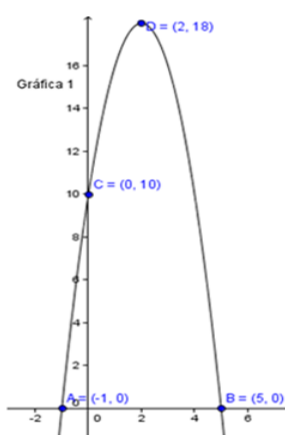
Problema 5) La forma de una función cuadrática depende única y exclusivamente del coeficiente **a** de x^2 , es decir, cualquier función del tipo $y = ax^2 + bx + c$, tiene la misma forma que la función $y = ax^2$. A partir del análisis del gráfico dado, se pide:



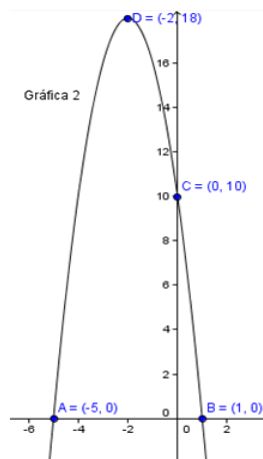
- Identifique los desplazamientos sufridos por la función $y = 2x^2$.
- Escriba la función que resulta teniendo en cuenta dichos desplazamientos.
- Verifique si la función obtenida es equivalente a $y = 2x^2 - 16x + 35$.
- ¿Cuál sería la transformación que sufriría la representación gráfica de la función, si se multiplica por (-1) al coeficiente del término cuadrático?

Problema 6)Cuál de las siguientes gráficas representa la función

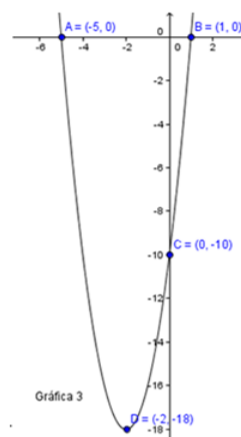
$$f(x) = -2(x + 2)^2 + 18.$$



a) Gráfica 1



b) Gráfica 2



c) Gráfica 3

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS T.P.10

Problema 1) Determine el Dominio natural de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x^2-1}{\sqrt[3]{x}}$

b) $g(x) = \frac{x-5}{4+x}$

c) $h(x) = \frac{6.x-12}{\sqrt{2.x+10}}$

d) $t(x) = \sqrt{\frac{2.x-12}{x+5}}$

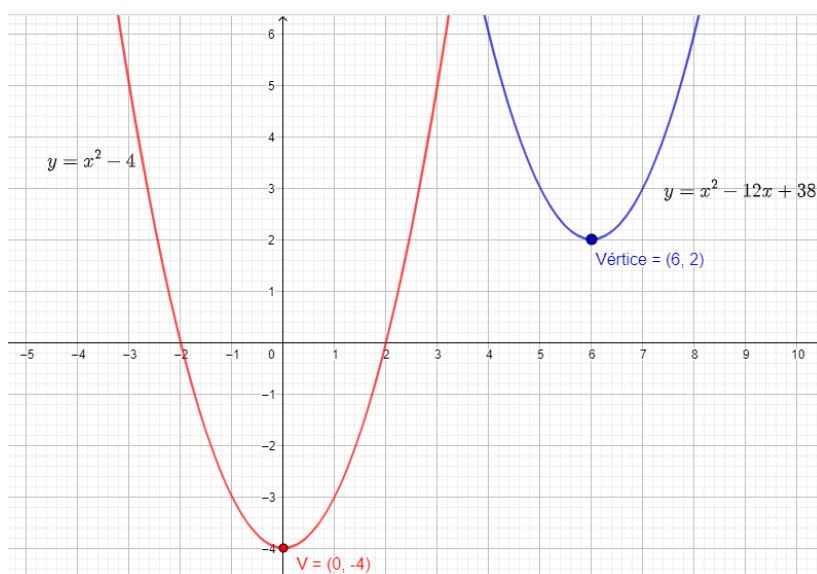
e) $l(x) = \frac{4}{x^2-10.x}$

Problema 2) Dada la función cuadrática $f(x) = x^2 - 3$, se pide:

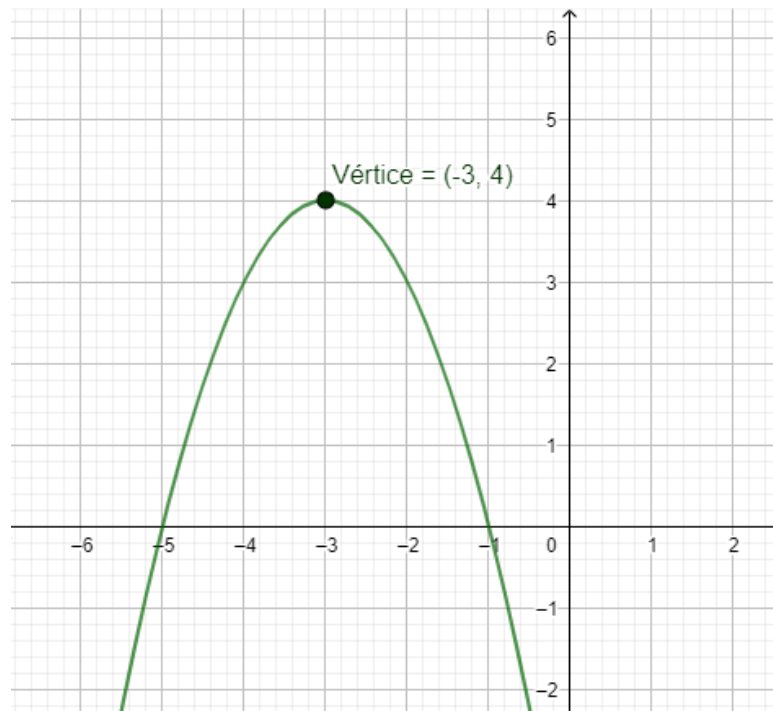
- Grafíquela en el plano coordenado.
- Si $f(x)$ sufre un desplazamiento horizontal de 3 unidades hacia la derecha y vertical de 8 unidades hacia arriba, ¿Cuál será la nueva función obtenida? Escriba su ecuación y realice su gráfica.

Problema 3) A partir del análisis del gráfico dado, se pide:

- Identifique los desplazamientos sufridos por la función $y = f(x) = x^2 - 4$ hasta la obtención de la parábola azul con vértice (6, 2)
- Verifique si la función obtenida es equivalente a: $y = f(x) = x^2 - 12x + 38$.



Problema 4) La función $y = f(x) = x^2$ sufrió varios desplazamientos hasta la obtención de la parábola que se muestra a continuación:



Indicar cuál o cuáles de las siguientes ecuaciones representa la parábola graficada:

- a) $g(x) = -x^2 - 6x + 5$
- b) $g(x) = -x^2 + 6x - 5$
- c) $g(x) = -x^2 - 6x - 5$
- d) $g(x) = -(x + 3)^2 - 4$
- e) $g(x) = (x - 3)^2 + 4$
- f) $g(x) = -(x + 3)^2 + 4$
- g) $g(x) = -(x - 3)^2 - 4$

¿Qué tipos de transformaciones sufrió la función $y = f(x) = x^2$?

T. P. N° 10 RESPUESTAS

FUNCIONES 1° PARTE

Problema 1)

b) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 2x - 3}$; $D = [0, 3) \cup (3, +\infty)$

c) b) $g(x) = \frac{\sqrt{4+x}}{4+x}$; $D = (-4, +\infty)$

d) c) $h(x) = \frac{x}{\sqrt{3x+9}}$; $D = (-3, +\infty)$

Problema 2)

a) $f(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{3x-2}}$; $D = (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup (\frac{2}{3}, +\infty)$

$g(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{3x-2}}$; $D = (\frac{2}{3}, +\infty)$

b) $f(x) \neq g(x)$. Para que dos funciones sean iguales deben tener el mismo Dominio, la misma Imagen y la misma representación gráfica.

Problema 3)

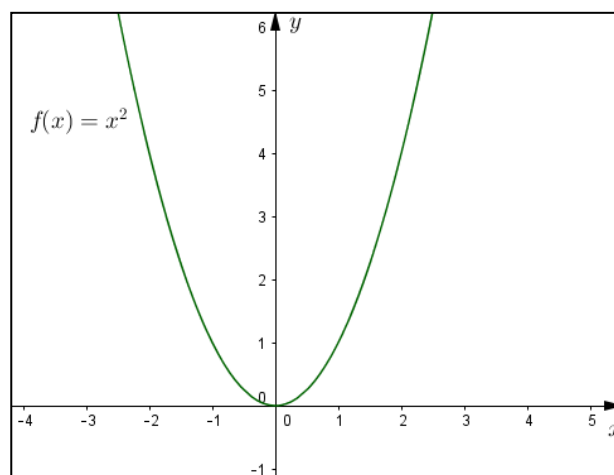
a) $h(x) = \sqrt{\frac{4x-1}{2x-3}}$; $D = (-\infty, \frac{1}{4}] \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$

$j(x) = \frac{\sqrt{4x-1}}{\sqrt{2x-3}}$; $D = (\frac{3}{2}, +\infty)$

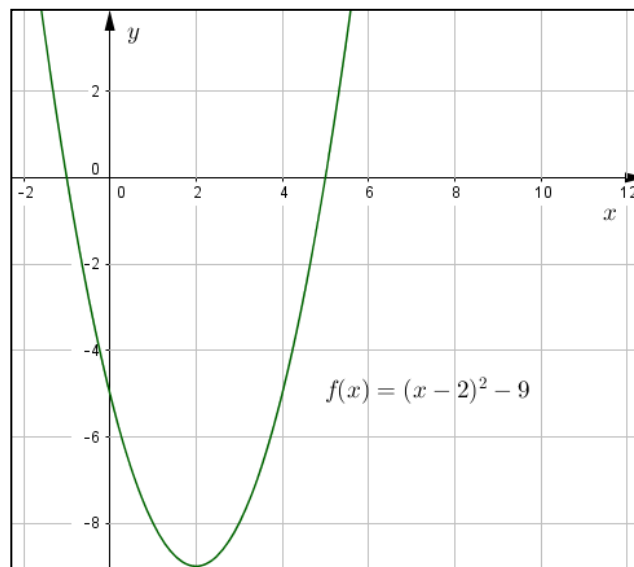
b) $h(x) \neq j(x)$. Para que dos funciones sean iguales deben tener el mismo Dominio, la misma Imagen y la misma representación gráfica.

Problema 4)

a) $f(x) = x^2$

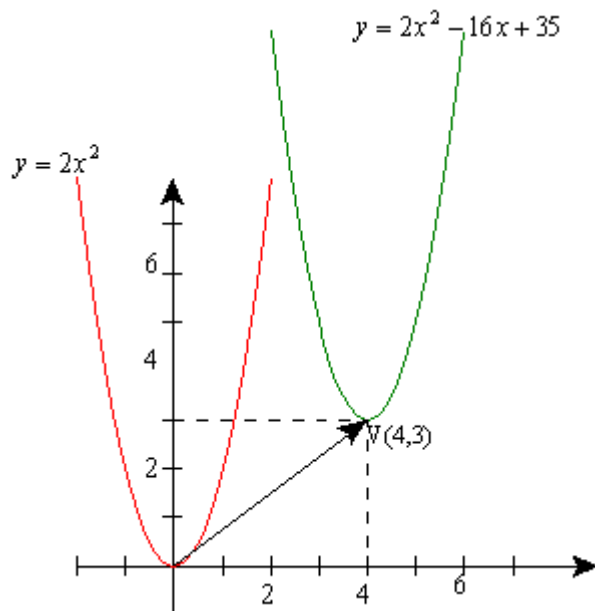


b)



c) $f(x) = (x - 2)^2 - 9$

Problema 5)



a) La función sufrió un desplazamiento horizontal de 4 unidades hacia la derecha y vertical de 3 unidades hacia arriba.

b) $f(x) = 2(x - 4)^2 + 3$

- c) Desarrollando el cuadrado del binomio y agrupando llegamos a que ambas funciones son equivalentes. Lo mismo podemos demostrar completando cuadrados en la función polinómica.
- d) El coeficiente a debería estar multiplicado por (-1) para que las funciones sufran una reflexión respecto al eje horizontal.

Problema 6)Cuál de las siguientes gráficas representa la función

$f(x) = -2(x + 2)^2 + 18$ corresponde a la opción b) Gráfica 2.

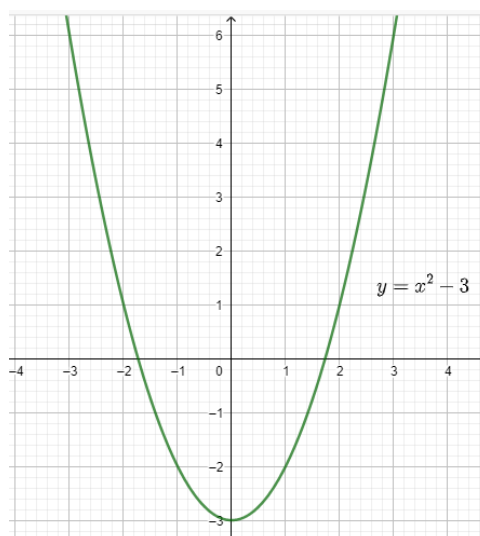
Respuestas Complementarios

Problema 1)

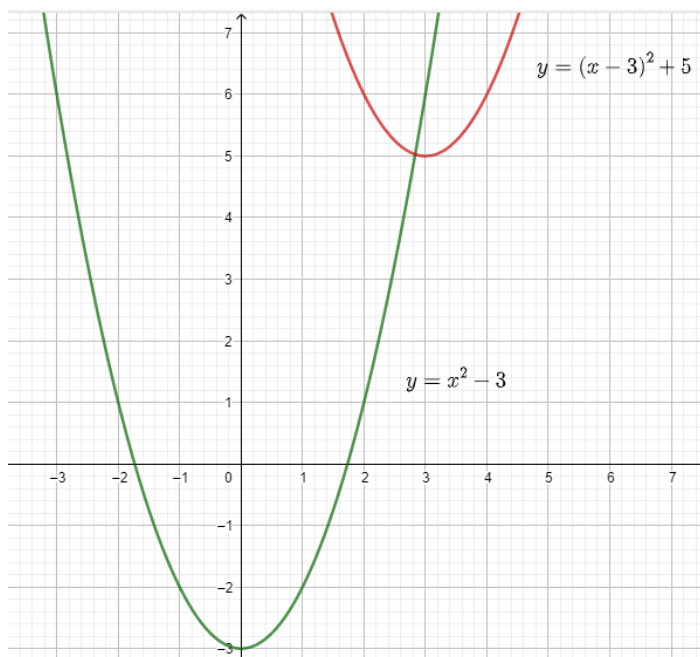
- a) Dom de $f(x)$: $\mathbb{R} - \{0\}$
- b) Dom de $g(x)$: $\mathbb{R} - \{4\}$
- c) Dom de $h(x)$: $x > -5$ ó $(-5, \infty)$
- d) Dom de $t(x)$: $(-\infty, -5) \cup [6, \infty)$
- e) Dom de $l(x)$: $\mathbb{R} - \{0; 10\}$ ó $(-\infty, 0) \cup (0, 10) \cup (10, \infty)$

Problema 2)

a)



b)

**Problema 3)**

a) Se desplazó 6 unidades hacia la derecha y 6 unidades hacia arriba

b) A partir de la función: $y = f(x) = x^2 - 4$

Restamos 6 a la variable independiente (desplazamiento vertical) y obtenemos: $y = f(x) = (x - 6)^2 - 4$

Luego sumamos 6 a la función que corresponden al desplazamiento vertical y obtenemos: $y = f(x) = (x - 6)^2 - 4 + 6$

Obtenemos: $y = f(x) = (x - 6)^2 + 2$

Desarrollando: $y = f(x) = x^2 - 12x + 36 + 2$

Verifica la ecuación dada: $y = f(x) = x^2 - 12x + 38$

Problema 4)

Las opciones correctas son las c) y la f)

Se desplazó tres unidades hacia la izquierda, 4 unidades hacia arriba y una reflexión.

T. P. N° 11

FUNCIONES 2º PARTE: FUNCIÓN CUADRÁTICA-SISTEMAS MIXTOS (RECTA-PARÁBOLA)

LECTURA PRECALCULO. TEORÍA PÁG. 180-184 (EJEMPLOS 1, 2, 4, 5 Y 6), PÁG. 224-229/ PRACTICA

SUGERIDA: PÁG. 229 - 230

Problema 1

En las siguientes funciones cuadráticas identificar coeficiente principal, vértice y raíces (si es que las tiene), luego graficarla en el sistema de coordenadas.

a) $f(x) = x^2 - 2x$

c) $f(x) = 2x^2 + 4x$

e) $f(x) = -x^2 + 6x - 8$

g) $f(x) = -3x^2 + 12$

i) $f(x) = -x^2 - 8x - 14$

k) $f(x) = \left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{7}{2}\right)$

b) $f(x) = -x^2 + 2$

d) $f(x) = x^2 - 4x + 8$

f) $f(x) = (x - 5)^2$

h) $f(x) = -2(x - 2)^2 + 3$

j) $f(x) = 2(x + 4)(x - 2)$

l) $f(x) = -x^2 - 5$

Problema 2

La función $f(x) = x^2$ se desplaza 4 unidades a la derecha y dos unidades hacia abajo, indicar cuál o cuáles de las siguientes fórmulas representa la función luego de realizar los desplazamientos:

I) $f(x) = (x - 4)^2 - 2$

III) $f(x) = x^2 - 8x + 14$

II) $f(x) = (x + 4)^2 - 2$

IV) $f(x) = (x - 2)^2 + 4$

Problema 3

Completar la siguiente tabla expresando la función cuadrática en las otras dos formas.

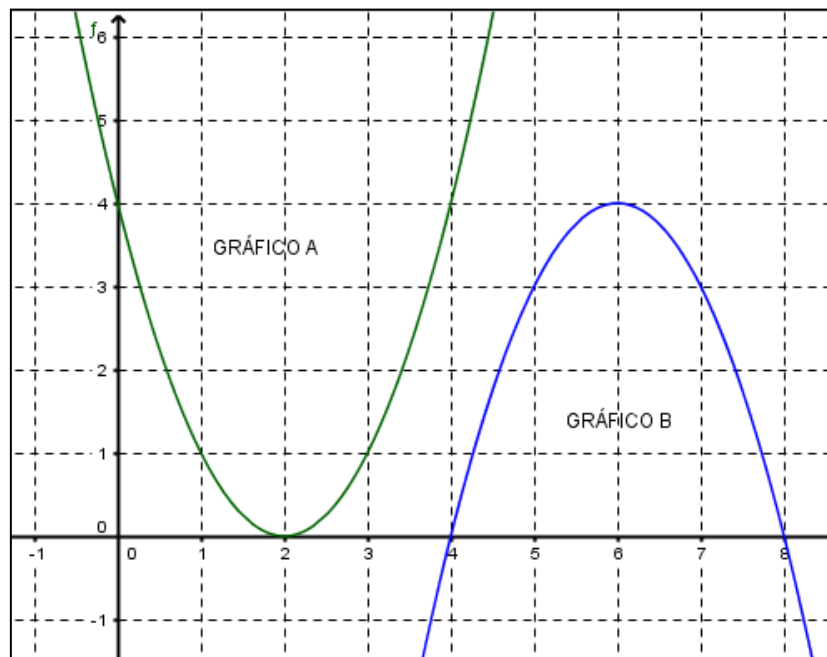
Forma polinómica	Forma estándar	Forma factorizada
$f(x) = -2x^2 + 12x - 10$		
	$f(x) = (x + 4)^2 - 4$	
		$f(x) = (x + 3)(x + 7)$
$f(x) = x^2 + 6x$		
		$f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{7}{2}\right)$
$f(x) = 2x^2 + 16x + 32$		

Problema 4

Dados los siguientes gráficos, hallar la ecuación correspondiente a cada parábola.

GRÁFICO A: $f(x) = \dots\dots\dots$

GRÁFICO B: $f(x) = \dots\dots\dots$



Problema 5

Dada la función $f(x) = a \cdot (x - 1) \cdot (x - 3)$, se pide:

- Halle el valor de a , sabiendo que el punto $P(4, 6)$ pertenece a $f(x)$.
- Hallar las coordenadas del vértice y las raíces de $f(x)$.
- Halle la intersección de la función con el eje de ordenadas.
- Grafíquela en un sistema de ejes coordenados.
- Expresa la función en su forma estándar.

Problema 6

Dada la función $f(x) = a \cdot (x - 2)^2 - 2$, se pide:

- Hallar el valor de a , sabiendo que el punto $P(-1, 16)$ pertenece a $f(x)$.
- Hallar el dominio natural de $f(x)$.
- Hallar la intersección de la función con el eje de ordenadas.
- Grafíquela en un sistema de ejes coordenados.
- Expresa la función en forma factorizada.

Problema 7

Considerando la función cuadrática: $f(x) = -2 \cdot (x - 4) \cdot (x + 2)$

Se pide:

- Halle las raíces de la función.
- Halle el vértice de la función y utilícelo para escribir la función en forma estándar.
- Graficar la función.

Problema 8

Sabiendo que la función cuadrática $f(x)$ tiene como raíces a $x_1 = -7$ y $x_2 = -1$ y que pasa por el punto $P(1, -16)$, se pide:

- Escriba la ecuación que representa la función $f(x)$.
- Halle las coordenadas del vértice de la función hallada y la intersección de la misma con el eje de ordenadas.
- Grafíquela en un sistema de ejes coordenados.
- Halle la ecuación de la recta paralela al eje de ordenadas que pasa por el vértice de la función.

Problema 9

Considerando la función cuadrática: $f(x) = a \cdot (x + 4) \cdot (x - 2)$, se pide:

- Halle el valor de a , sabiendo que $f(0) = 4$.
- Halle las coordenadas del vértice de $f(x)$ y exprese la función en su forma estándar.
- Utilizando la información y sin usar tabla de valores graficar la función en un sistema de ejes coordenados.

Problema 10

Sabiendo que la función $f(x)$ verifica que: $f(2) = 0$ y $f(-6) = 0$ y que el punto $P(0, 6)$ pertenece a la gráfica de la función, se pide:

- Halle la fórmula para $f(x)$. Exprésela en su forma factorizada.
- Halle las coordenadas del vértice de $f(x)$.
- Grafique la función en un sistema de ejes coordenados.

Problema 11

Considerando la función cuadrática $f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x + 3)(x - t)$, se pide:

- Halle el valor de t para que el vértice de $f(x)$ tenga abscisa en $x_v = 1$
- Halle la ordenada del vértice y exprese la función en su forma estándar.
- Utilizando la información grafique.

Problema 12

Determinar la función cuya gráfica sea una parábola con vértice $(1, -2)$ y que pasa por el punto $(4, 16)$.

Problema 13

Obtenga la función cuya gráfica sea una parábola que intersecta al eje "y" en 22 y cuyo vértice es $(3, 4)$.

Problema 14

Hallar la solución de los siguientes sistemas recta-parábola y graficar.

- $$\begin{cases} y = -2x^2 + 12x - 10 \\ y = 2x - 2 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} y = 2x^2 + 16x + 24 \\ y = -2x - 12 \end{cases}$$

c) $\begin{cases} y = -(x+1) \cdot (x+7) \\ y - 2 \cdot x = 9 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = (x+3)^2 \\ y - x - 5 = 0 \end{cases}$

COMPLEMENTO T.P.11 Y 12

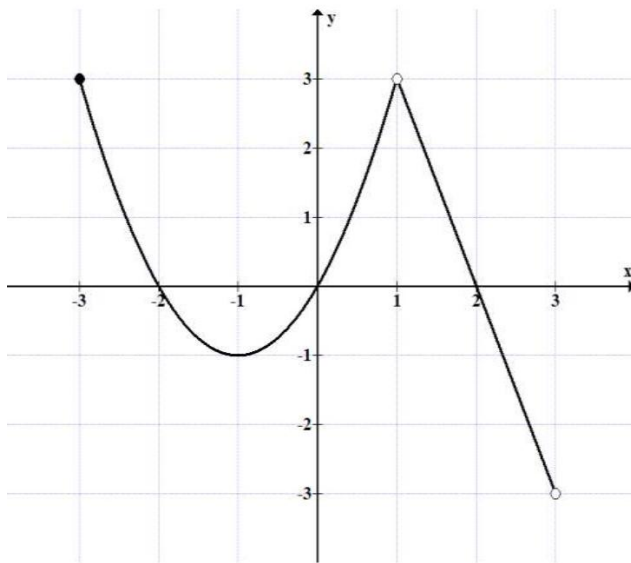
Problema 1

¿Verdadero o Falso? Si encuentra algún resultado falso, muestre la resolución correcta

Expresión de la función	Sabemos que	¿Es verdadero o falso?	V	F
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$V(-4, 5)$	Raíces: $x_1 = -1$; $x_2 = -6$		
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$V(1, 3)$ Las raíces son: $x_1 = -1$; $x_2 = 3$	$a > 0$		
$f(x) = a(x - h)^2 + k$	No tiene raíces reales	$\frac{-k}{a} < 0$		
$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	$f(x) = a(x - 3)(x + 5)$	Ecuación del eje de simetría: $x = 1$		
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$a > 0$; $V(0, 3)$	$c > 0$; $D < 0$		

Problema 2

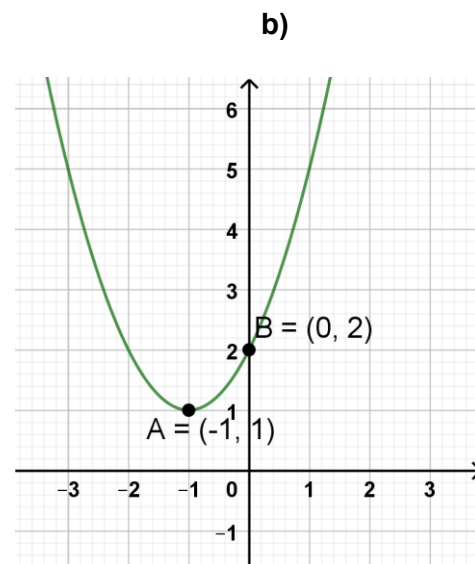
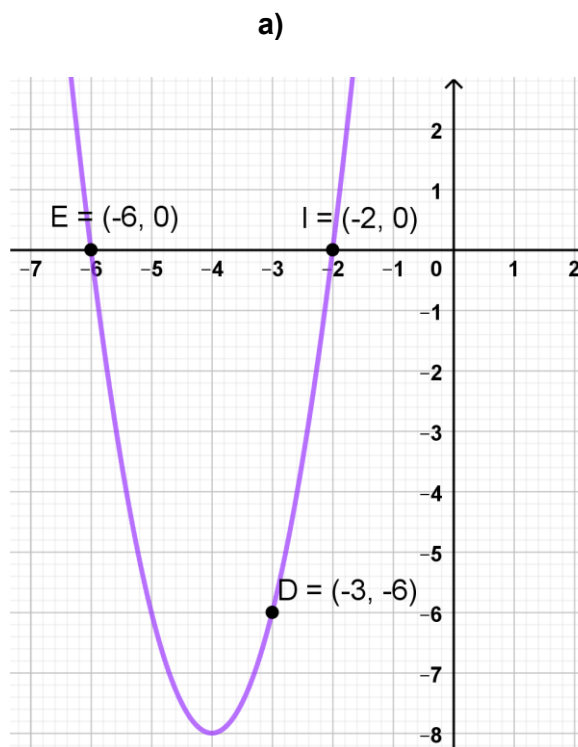
La gráfica adjunta corresponde a una función f , de variable independiente x :



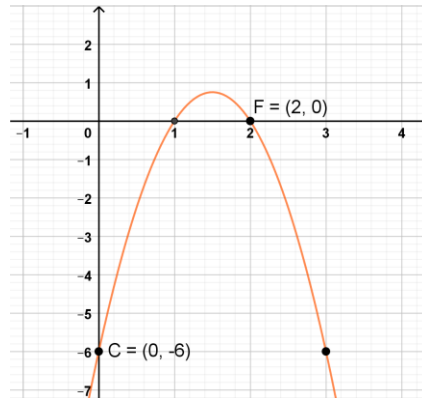
- Indique Dominio y Rango de la función $f(x)$
- Escriba la expresión analítica de la función $f(x)$, sabiendo que su gráfica está formada por un arco de parábola y un segmento de recta

Problema 3

Las parábolas que se muestran a continuación corresponden a 3 funciones cuadráticas:



c)



De ser posible, escriba la expresión analítica de cada función, en las tres formas estudiadas (polinómica, factorizada y estándar).

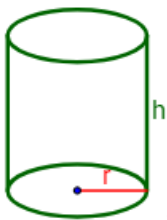
Problema 4

La gráfica de la función cuadrática $g(x) = -x^2 + bx - 4$ y la recta L , se cortan en los puntos $A(3, 2)$ y $B(5, -4)$

- Halle la ecuación de la recta y la expresión de la función cuadrática.
- Grafique la recta y la parábola en un mismo sistema.

Problema 5

Para fabricar un depósito cilíndrico de cereales se necesitan materiales distintos para las bases y el lateral. El precio por metro cuadrado del material de las bases es de \$2, y el del lateral es de \$15.



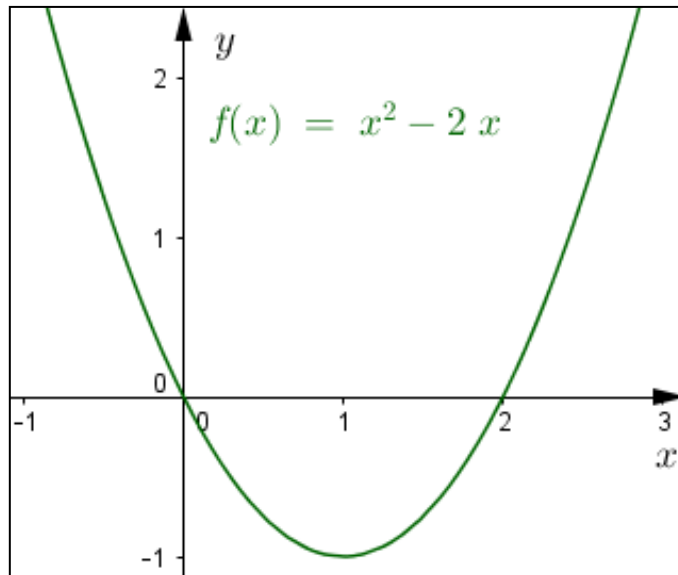
Si se sabe que la altura del depósito debe ser de 10 metros, calcule aproximadamente, entre qué valores deberá oscilar la medida del radio (en metros), para que el costo del depósito no supere los \$25.000.

(Expresar los resultados con dos decimales. Los costos están expresados en miles de pesos)

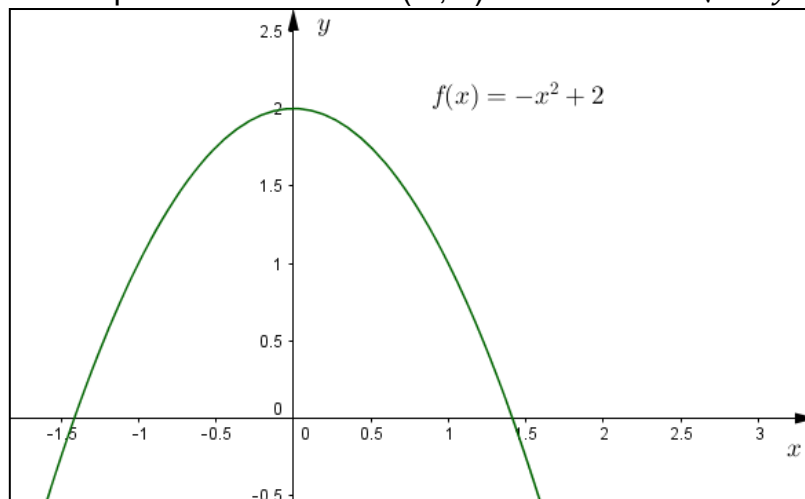
T. P. N° 11 -RESPUESTAS

Problema 1

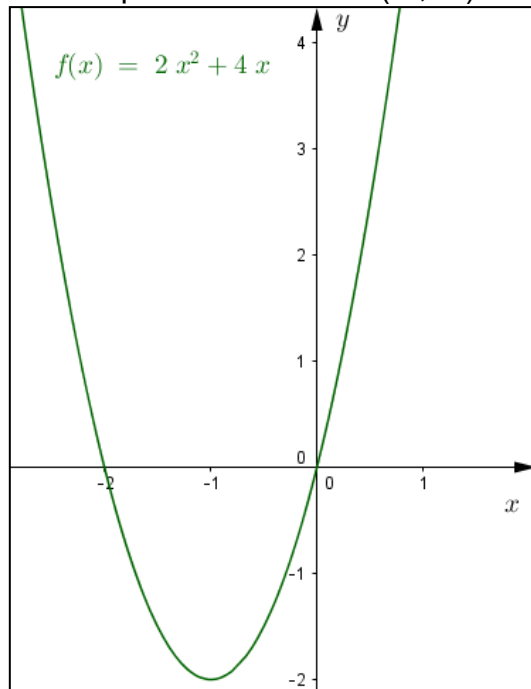
a) Coef. Principal = 1 Vértice (1 , -1) Raíces: $x = 0$ y $x = 2$



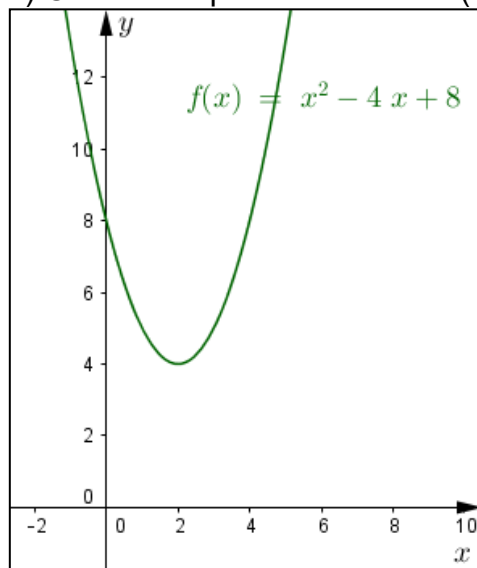
b) Coef. Principal = -1 Vértice (0 , 2) Raíces: $x = \sqrt{2}$ y $x = -\sqrt{2}$



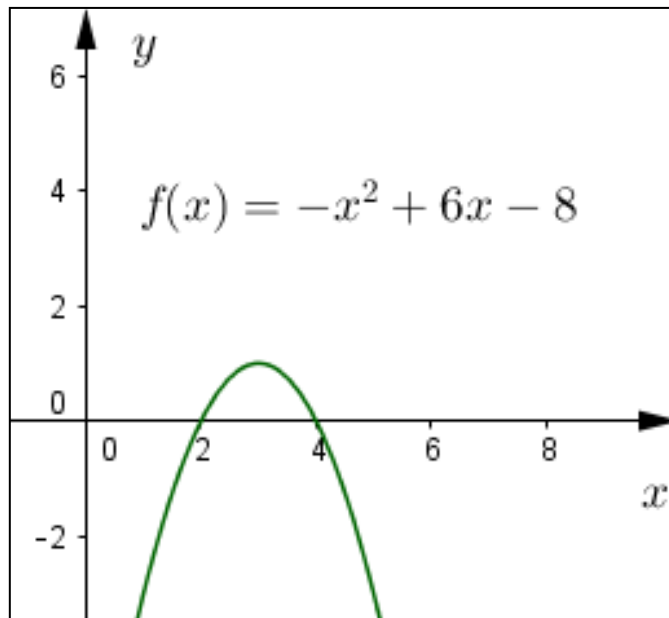
c) Coef. Principal = 2 Vértice $(-1, -2)$ Raíces: $x = -2$ y $x = 0$



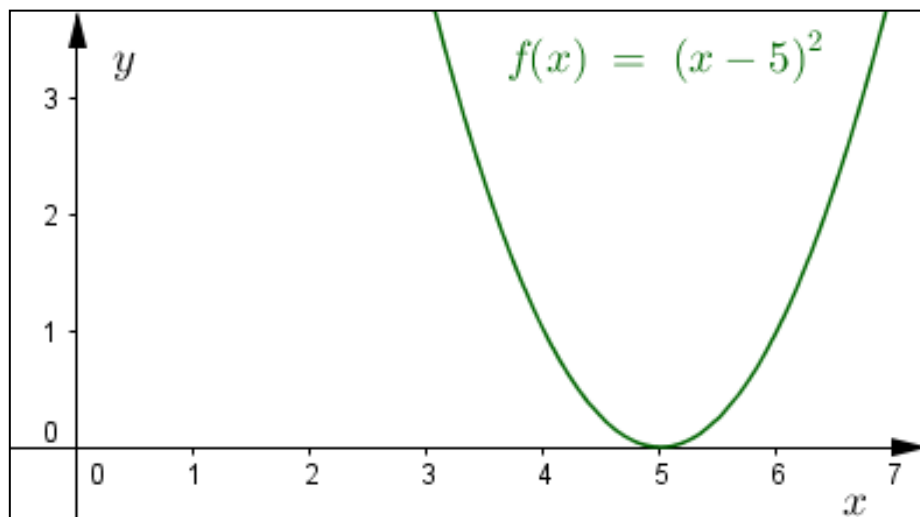
d) Coef. Principal = 1 Vértice $(2, 4)$ Raíces: No Posee



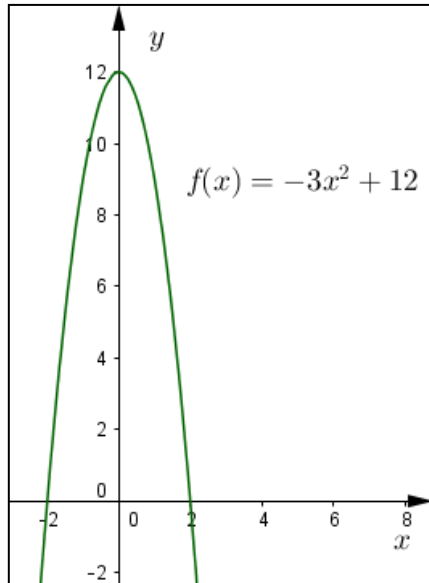
e) Coef. Principal = -1 Vértice (3 , 1) Raíces: $x = 2$ y $x = 4$



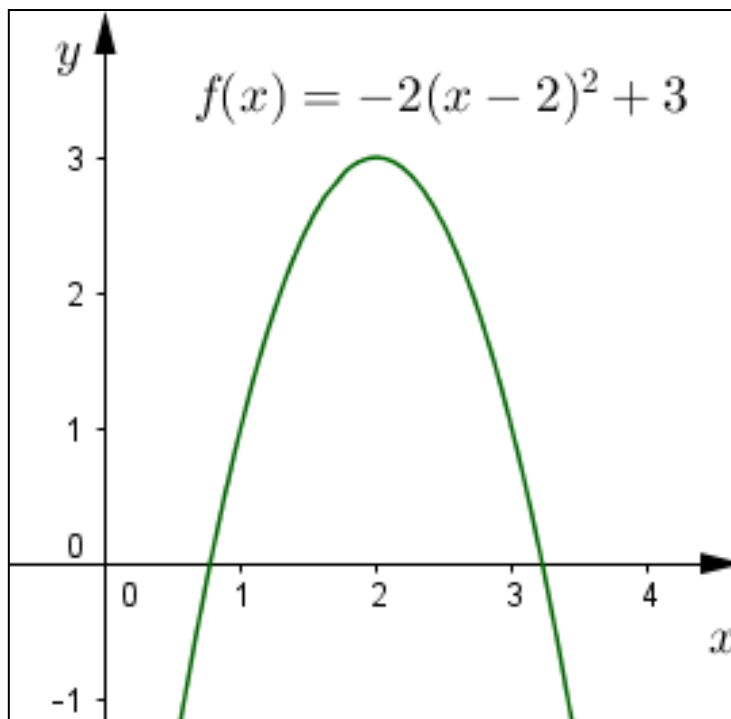
f) Coef. Principal = 1 Vértice (5 , 0) Raíces: $x = 5$



g) Coef. Principal = -3 Vértice (0 , 12) Raíces: $x = -2$ y $x = 2$

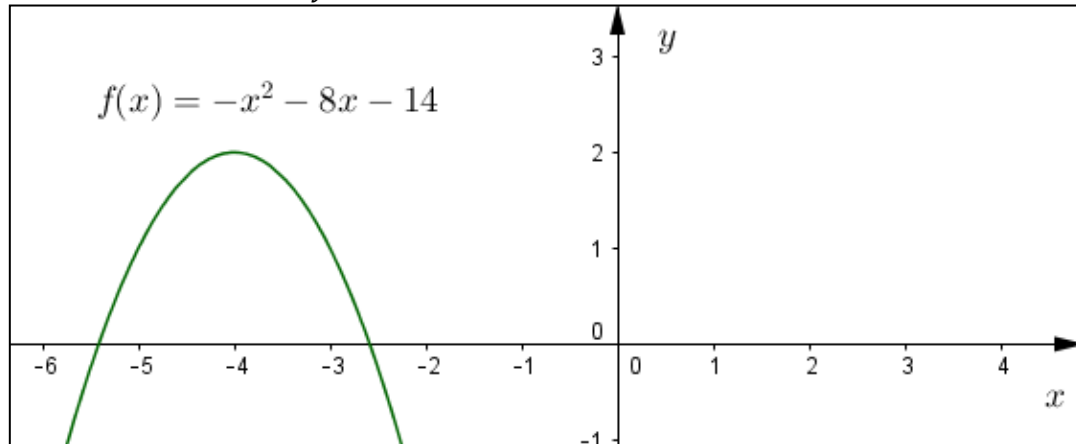


h) Coef. Principal = -2 Vértice (2 , 3) Raíces: $x \cong 0.78$ y $x \cong 3.22$

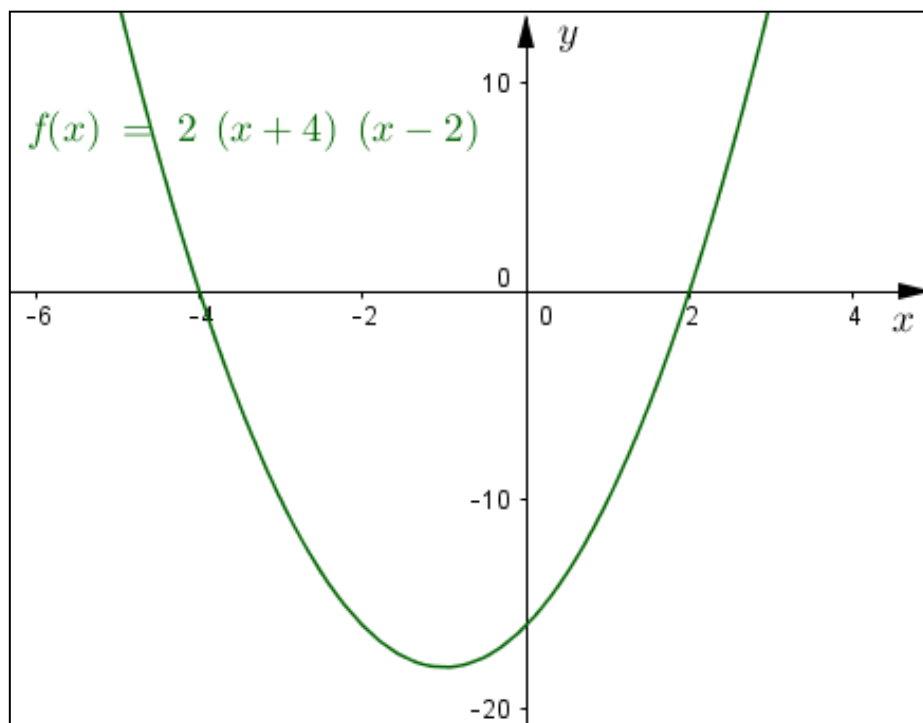


i) Coef. Principal = -1 Vértice (-4 , 2)

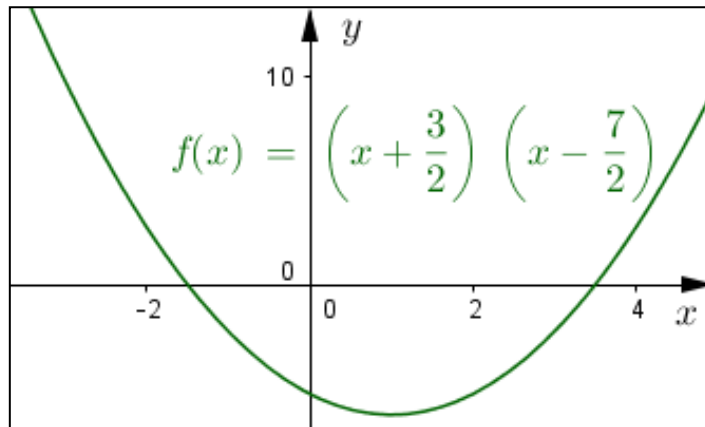
Raíces: $x \cong -4 - \sqrt{2}$ y $x \cong -4 + \sqrt{2}$



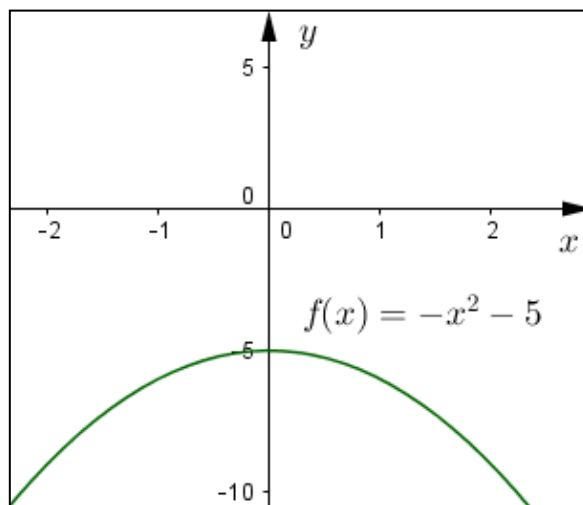
j) Coef. Principal = 2 Vértice (-1 , -18) Raíces: $x = -4$ y $x = 2$



k) Coef. Principal = 1 Vértice $(1, -6.25)$ Raíces: $x = -\frac{3}{2}$ y $x = \frac{7}{2}$



l) Coef. Principal = - 1 Vértice $(0, -5)$ Raíces: No Posee



Problema 2

Respuestas correctas:

I) $f(x) = (x - 4)^2 - 2$

III) $f(x) = x^2 - 8x + 14$

Problema 3

Forma polinómica	Forma estándar	Forma factorizada
$f(x) = -2x^2 + 12x - 10$	$f(x) = -2(x - 3)^2 + 8$	$f(x) = -2(x - 1)(x - 5)$
$f(x) = x^2 + 8x + 12$	$f(x) = (x + 4)^2 - 4$	$f(x) = (x + 6)(x + 2)$
$f(x) = x^2 + 10x + 21$	$f(x) = (x + 5)^2 - 4$	$f(x) = (x + 3)(x + 7)$
$f(x) = x^2 + 6x$	$f(x) = (x + 3)^2 - 9$	$f(x) = x(x + 6)$
$f(x) = x^2 - 3x - \frac{7}{4}$	$f(x) = (x - \frac{3}{2})^2 - 4$	$f(x) = (x + \frac{1}{2})(x - \frac{7}{2})$
$f(x) = 2x^2 + 16x + 32$	$f(x) = 2(x + 4)^2$	$f(x) = 2(x + 4)^2$

Problema 4

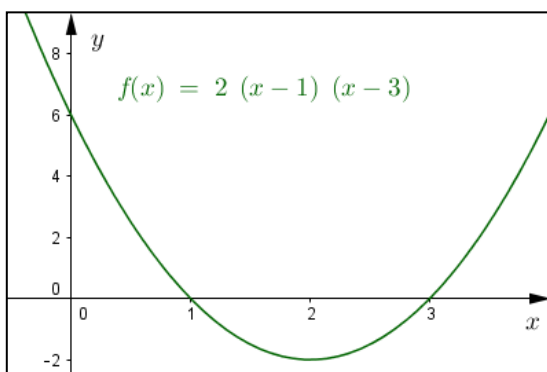
Dados los siguientes gráficos, hallar la ecuación correspondiente a cada parábola.

GRÁFICO A: $f(x) = (x - 2)^2$

GRÁFICO B: $f(x) = -(x - 6)^2 + 4$

Problema 5

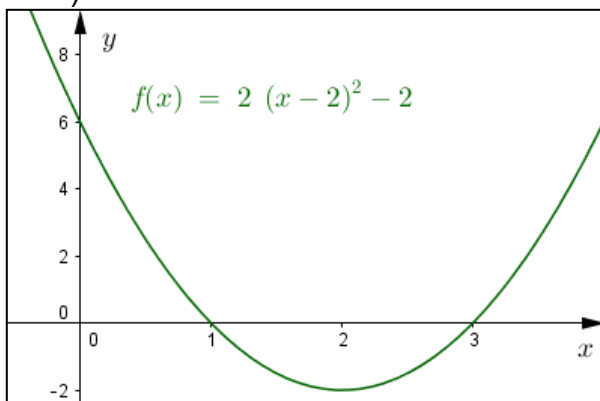
- $a = 2$
- Vértice = (2, -2) Raíces: $x = 1$ y $x = 3$
- Intersección con el eje y, (0,6)
-



e) $f(x) = 2(x - 2)^2 - 2$

Problema 6

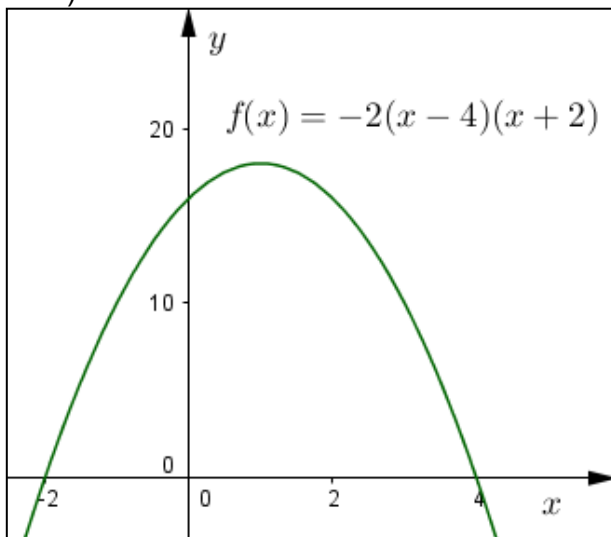
- a) $a = 2$
- b) Dom: $\mathbb{R}$
- c) Intersección con el eje de ordenadas, (0,6)
- d)



e) $f(x) = 2(x-1)(x-3)$

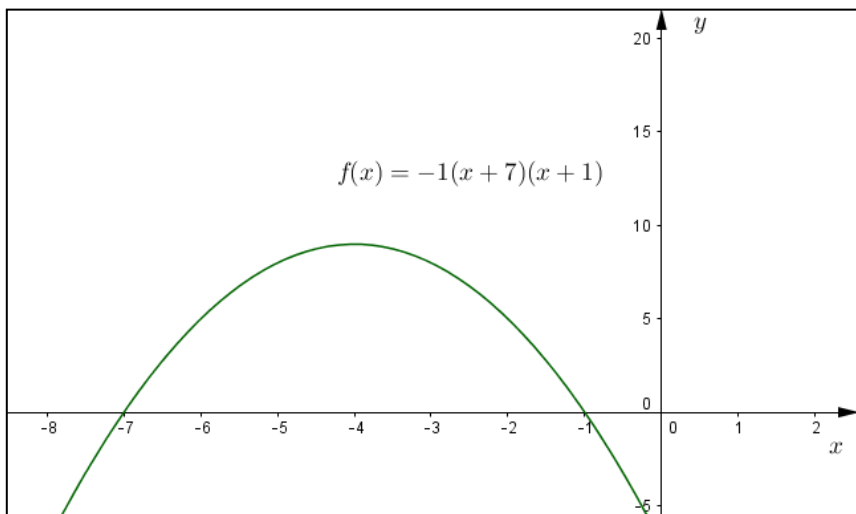
Problema 7

- a) $x = 4$ y $x = -2$
- b) Vértice: (1, 18) Forma estándar $f(x) = -2(x-1)^2 + 18$
- c)



Problema 8

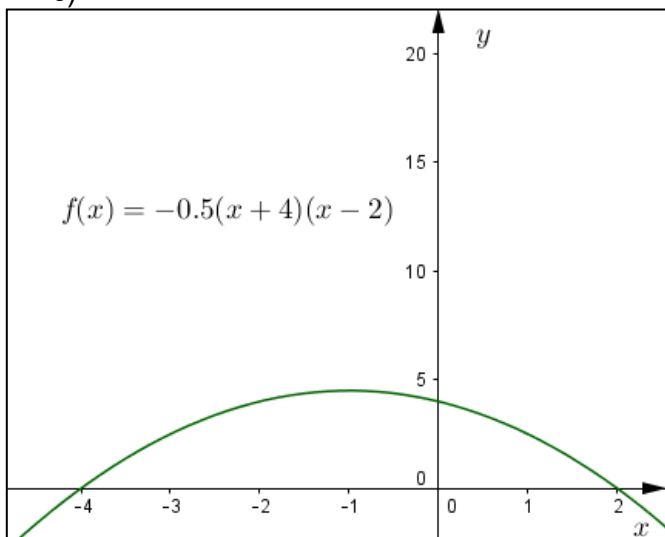
- a) $f(x) = -1 \cdot (x + 7) \cdot (x + 1)$
 b) Vértice $(-4, 9)$ Intersección con el eje de ordenadas : $(0, -7)$
 c)



- d) $x = -4$

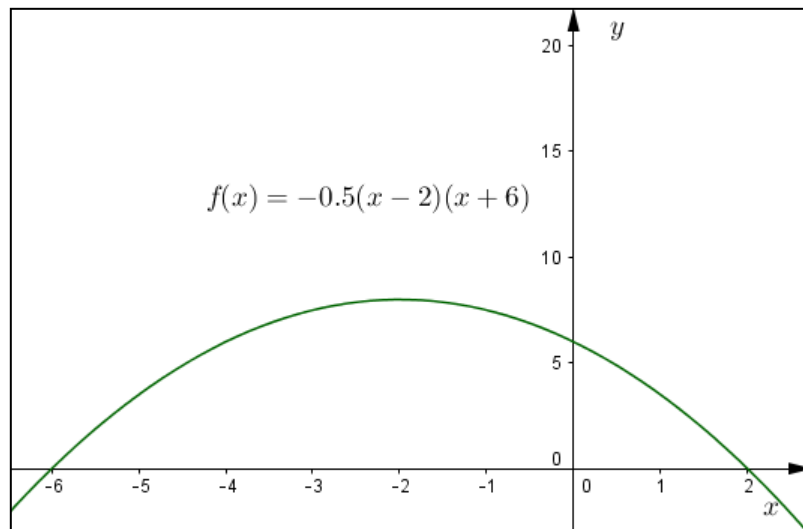
Problema 9

- a) $a = -\frac{1}{2}$
 b) Vértice: $(-1, \frac{9}{2})$ Forma estándar: $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot (x + 1)^2 + \frac{9}{2}$
 c)



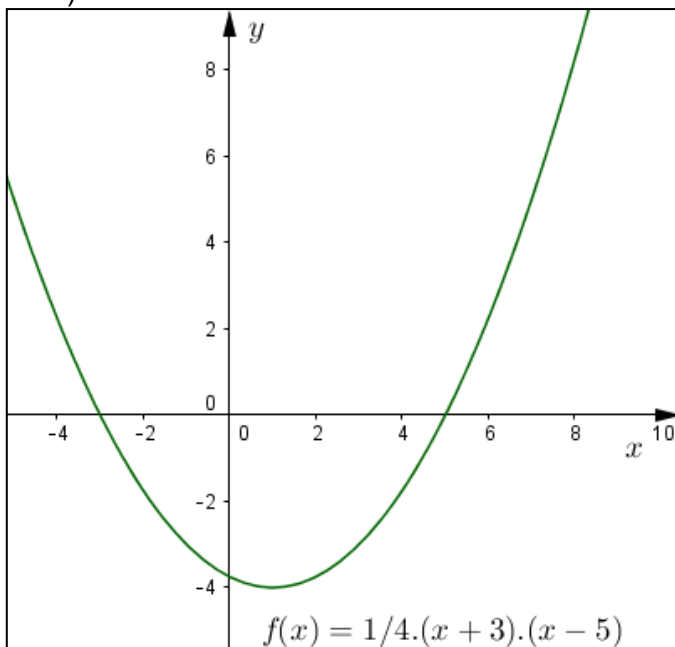
Problema 10

- a) $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot (x - 2) \cdot (x + 6)$
 b) Vértice: $(-2, 8)$
 c)



Problema 11

- a) $t = 5$
 b) $y_v = -4$ Forma estándar: $f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x - 1)^2 - 4$
 c)



Problema 12

$$f(x) = 2 \cdot (x - 1)^2 - 2$$

Problema 13

$$f(x) = 2 \cdot (x - 3)^2 + 4$$

Problema 14

- a) Solución: *Puntos* $(1, 0)$ y $(4, 6)$
- b) Solución: *Puntos* $(-6, 0)$ y $(-3, -6)$
- c) Solución: *Puntos* $(-8, -7)$ y $(-2, 5)$
- d) Solución: *Puntos* $(-4, 1)$ y $(-1, 4)$

Respuestas Complementarios

- 1) Falso
Falso
Verdadero
Falso
Verdadero

2) a) Dominio (f) : $[-3, 1) \cup (1, 3)$

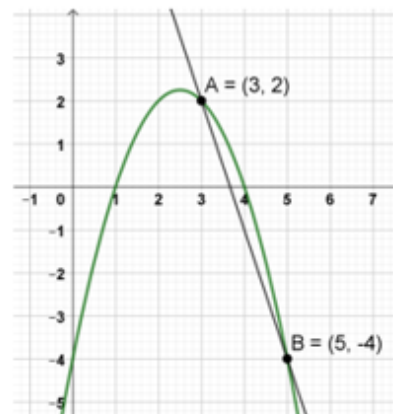
b)

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 - 1 & \text{si } 3 \leq x < 1 \\ -3x + 6 & \text{si } 1 < x < 3 \end{cases}$$

3) a) $f(x) = 2(x+4)^2 - 8$
 $f(x) = 2x^2 + 16x + 24$
 $f(x) = 2(x+6)(x+2)$

b) $f(x) = (x+1)^2 + 1$
 $f(x) = x^2 + 2x + 2$

4) $y = -3x + 11$
 $f(x) = -x^2 + 5x - 4$



5) $0 < \text{radio} \leq 20,77$

T. P. N° 12

Aplicaciones de las Funciones Cuadráticas

Páginas del Stewart 6ª Edición: 213 a 218. Práctica sugerida pag. 218 a 222.

Problema 1) Lea atentamente la GUÍA PARA MODELAR CON FUNCIONES de la pág. 215.
A continuación, después de analizar el ejemplo 2 de la misma pág. responda en relación al mismo:
¿Para qué rango de anchos el área será menor a 496 pies cuadrados?

Problema 2) Se desea crear un borde alrededor de una alfombra que mide 4m de largo por 5m de ancho. Se dispone para ello de 8 m^2 de seda (el borde debe tener el mismo ancho en los 4 lados y se colocará hacia el interior de la alfombra). ¿Cuál deberá ser el ancho del borde para utilizar la totalidad de la seda?

Problema 3) Juan desea asfaltar la entrada de su cochera. Determine las dimensiones de la entrada sabiendo que la misma es rectangular, su superficie es de 319 metros cuadrados y el largo es 18 metros mayor que su ancho.

Problema 4) Un mural de 6 metros por 8 metros, se desea reducir la misma cantidad de cada lado, de modo de obtener otro de menor tamaño, cuya superficie sea la mitad de la superficie del original. ¿En cuánto se deberá reducir cada lado?

Problema 5) De todos los rectángulos de 90 cm de perímetro ¿cuáles son las dimensiones de aquél que tiene la mayor área? ¿Cuál es la medida de dicha área?

Problema 6) Un granjero decide criar patos y compra una cierta cantidad entre machos y hembras. Se empiezan a reproducir y la población crece en función del tiempo y este crecimiento está dado por la fórmula $p(t) = -2t^2 + 20t + 22$, en donde p es el número de patos y t los años transcurridos

- ¿Cuántos patos compró?
- ¿Cuándo se da la mayor población de patos y cuántos patos son?
- ¿Cuándo hay 18 patos?
- ¿En algún momento se extinguen? Si es así, ¿Cuándo?

Problema 7) El rendimiento de nafta (en km por litro) de un automóvil está relacionado con la velocidad v (en km/h) por la función $r(v) = -\frac{1}{30}v^2 + 6v$

- ¿Cuál debe ser la velocidad para que el rendimiento sea máximo?
- ¿Cuál es el rendimiento máximo?
- Si el rendimiento durante el viaje fue máximo, ¿se respetó el límite de velocidad de 110 km/h?
- ¿Para qué valores de v el rendimiento aumenta?

Problema 8) En la figura el área total es de $451,25 \text{ m}^2$. Halla el perímetro de cada uno de los cuadrados, sabiendo que el lado del cuadrado menor mide la mitad que el lado del cuadrado mayor.



Problema 9) Dados dos números A y B, si se conoce que la diferencia entre ambos es 60, determine para que valores de ambos números el producto $P = A \cdot B$ es el menor posible.

Problema 10)

- a) Encuentre la expresión del área de un trapecio en función de su altura sabiendo que una de sus bases es 3 y la otra base es igual a la diferencia entre 7 y el doble de la longitud de la altura.
- b) Indique el dominio de la función y realice un gráfico
- c) Encuentre las dimensiones del trapecio de área máxima.

T. P. N° 12 -- RESPUESTAS**Problema 1)**

$$0 < x < 8 \vee 62 < x < 70$$

Problema 2)

$$x = 0,5m$$

Problema 3)

$$x = 11 ; l = 29$$

Problema 4)

Cada lado debería reducirse en 2 m, nos queda entonces un mural con las siguientes dimensiones:

$$\text{ancho} = 4m; \text{ largo} = 6m$$

Problema 5)

$$\text{cuadrado de } 22,5\text{cm de lado. Sup.} = 506,25\text{cm}^2$$

Problema 6)

- a) Compró 22 patos
- b) La mayor población se da cuando $t = 5$, valor para el cual $p = 72$
- c) $t = 10,19$.
- d) Para $t = 11$, se extinguen los patos

Problema 7)

- a) $v = 90 \text{ km/h}$
- b) $r = 270 \text{ km/l}$
- c) Si se respetó el límite de velocidad.
- d) El rendimiento aumenta para valores de $0 < v < 90$

Problema 8)

$$\text{Perímetro cuadrado mayor} = 76m \quad \text{Perímetro cuadrado menor} = 38m$$

Problema 9)

$$A = 30 ; B = -30$$

Problema 10)

- a) La función área viene dada por $A(h) = -h^2 + 5h$
- b) Dominio de $A(h) = (0 ; 3,5)$
- c) Las dimensiones del trapecio de área máxima son $b_1 = 3$ $b_2 = 2$ $h = 2,5$ y
 $A_{\text{máx}} = 6,25u^2$

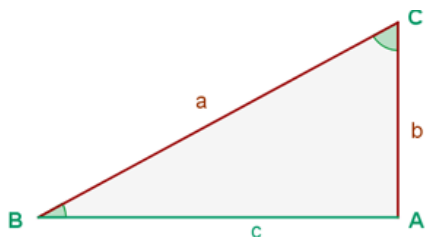
T. P. N° 13

TRIÁNGULOS

Páginas del Stewart 6ª Edición: 443-461 y 469- 488

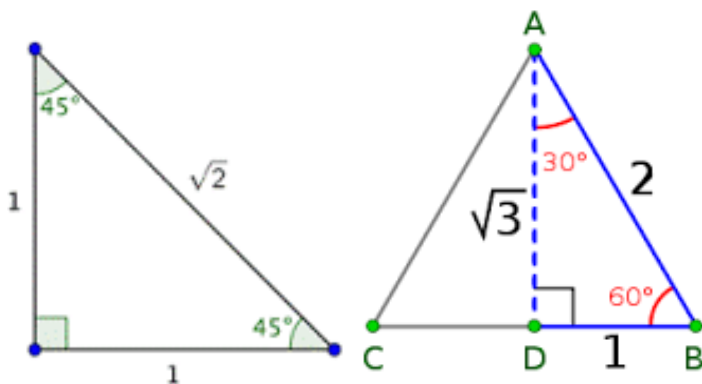
Problema 1) Considere el triángulo rectángulo de la imagen, en relación a él complete el cuadro siguiente:

Razones Trigonométricas		Ang. interiores Teor. de Pitágoras	Ley de los senos y Ley de los cosenos
$\text{sen } B =$	$\text{sen } C =$	$A + B + C =$	$\frac{\text{sen } B}{b} = \frac{\text{sen } C}{c}$
$\cos B =$	$\cos C =$	$a^2 =$	$b^2 =$
$\tan B =$	$\tan C =$	$a =$	$c^2 =$



Problema 2)

Utilice los datos que aportan los triángulos para completar la tabla adjunta:



α en grados	$\operatorname{sen} \alpha$	$\operatorname{cos} \alpha$	$\tan \alpha$
30°			
45°			
60°			

Problema 3) En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 15 cm y uno de los catetos mide 12 cm. Calcule la longitud del otro cateto y la medida de sus ángulos.

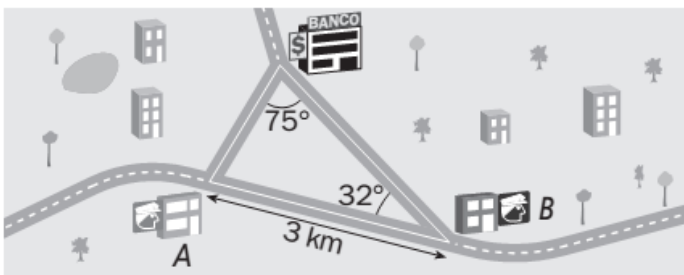
Problema 4) Resuelva la aplicación 33 de la página 474 para una distancia AB de 75 millas.

Problema 5) Resuelva el problema 39 de la página 474.

Problema 6) El ángulo de elevación de un barrilete cuando se han soltado 40 m de hilo es 40°. Determine la altura del barrilete.

Problema 7) Desde la cima de un faro de 8 m de alto se divisa una lancha con un ángulo de depresión de 8°. Calcule la distancia entre la lancha y el pie del faro.

Problema 8) Cuando en la sucursal bancaria de la figura suena una alarma, la señal se recibe en las dos comisarías más cercanas. Los policías de la comisaría **A** acuden al banco a una velocidad de 90 km/h, y los de la comisaría **B** lo hacen a 100 km/h. Al sonar la alarma, los policías que llegarán primero ¿a qué comisaría pertenecen?

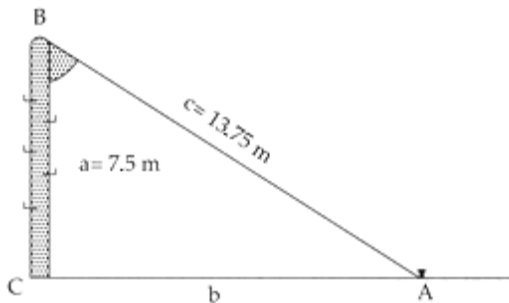


Problema 9) Observe el ejemplo 1 de la página 476 y calcule sus ángulos restantes.

Problema 10) Un mástil se quiebra. La parte superior se inclina formando con la parte inferior un ángulo de 65° . El extremo superior toca el piso a una distancia de 2,5 metros del pie del mástil. Se pide:

- Graficar la situación.
- Calcular la altura del mástil que permanece vertical.
- Calcular cuál era la altura inicial del mástil.

Problema 11) Obtenga la medida del ángulo que forma un poste de 7,5 m de alto con un cable tirante que va, desde la punta del primero hasta el piso, y que tiene un largo de 13,75 m



Problema 12) Desde un punto A, un observador ve dos torres ubicadas en los puntos B y C. La amplitud del ángulo que forman las 2 visuales es de 75° . Sabiendo que la distancia entre el observador y cada una de las torres es de 60 metros, se pide:

- Graficar la situación.
- Calcular la distancia que separa a ambas torres.
- Calcular la distancia que separa al observador de la recta que une ambas torres.

Problema 13) Un topógrafo determina que el ángulo de elevación desde un punto fijo A hasta la parte superior de una torre de transmisión es de 69° . Cuando él se aleja 200 metros de la torre, el ángulo de elevación es de solo 45° . Se pide:

- Graficar la situación.
- Calcular la altura de la torre de transmisión.

Problema 14) Un controlador necesita ubicar la posición de dos helicópteros. Determina que la distancia desde la estación de control hasta uno de los helicópteros es de 150 km, desde la misma estación de control hasta el otro helicóptero es de 100 km, y que el ángulo entre ambos helicópteros y la estación de control es de 50° . Se pide:

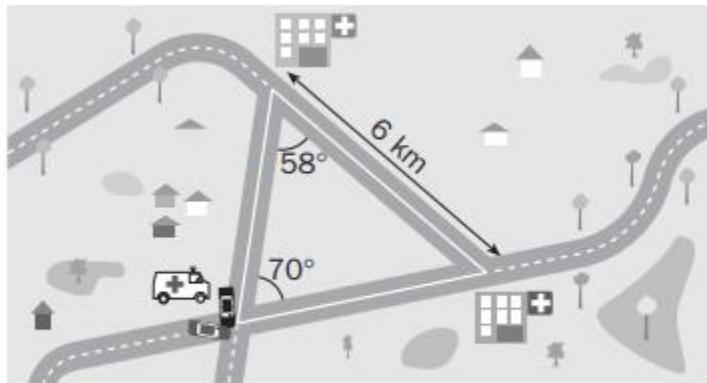
- Graficar la situación.
- Calcular la distancia que separa a ambos helicópteros.
- Calcularla medida de los dos ángulos restantes, cada uno de los cuales tiene como vértice el punto correspondiente a la posición de uno de los helicópteros.

Problema 15) Resuelva la aplicación 39 de la página 481.

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS T.P.13

Problema 1

Una ambulancia está socorriendo a los heridos de un accidente de tráfico. Observa el mapa y señala cuál de los dos hospitales se encuentra más cerca del lugar del accidente.



Problema 2

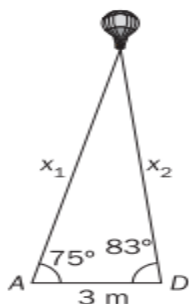
Una parcela triangular está delimitada por tres árboles como se muestra en la figura. Sus dueños han decidido vallarla. Si la alambrada se vende en rollos de 50 metros, ¿cuántos rollos necesitan comprar? ¿Cuántos metros les sobrarán?



Problema 3

Un globo sobrevuela una ciudad. Alberto lo observa con un ángulo de elevación de 75° , y David, con un ángulo de elevación de 83° . Alberto y David se encuentran a 3 metros el uno del otro.

- Calcula a qué distancia se encuentra el globo de cada uno de ellos.
- ¿A qué altura vuela el globo?

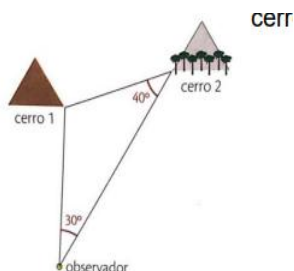


Problema 4

Una persona ubicada en una plaza observa dos casas, una de ella a 150m y la otra a 120m, formando un ángulo de 100° , aproximadamente. ¿A qué distancia se encuentran ambas casas?

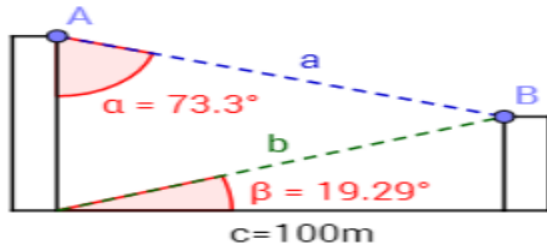
Problema 5

Para determinar la distancia entre dos cerros, se tienen los datos que muestra el dibujo y se sabe que la distancia del observador al cerro 1 es 1km. ¿Cuál es la distancia entre los cerros?



Problema 6

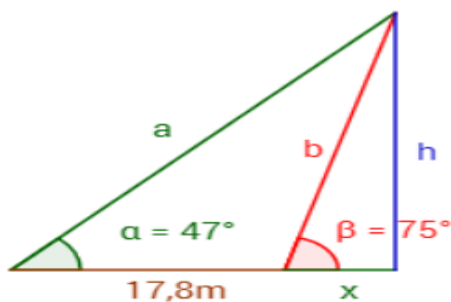
Miguel desea calcular la altura de dos edificios que están situados a 100 metros el uno del otro. Como tiene acceso al edificio más alto, observa que desde la azotea de dicho edificio se avista la azotea del otro bajo un ángulo de $\alpha = 73,3^\circ$. Desde la base del mismo edificio, se ve la azotea del otro edificio bajo un ángulo de $\beta = 19,29^\circ$. Como muestra la siguiente figura:



- ¿Puede Miguel calcular la altura de los edificios con los tres datos con los que cuenta?
- En caso afirmativo, ¿cuál es la altura de cada uno?

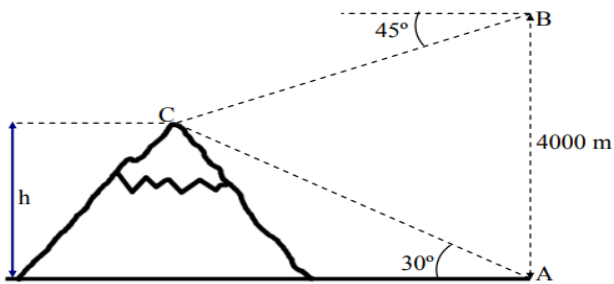
Problema 7

Desde una determinada distancia, una bandera situada en la parte superior de un torreón se observa con un ángulo de 47° . Si nos acercamos 17,8 metros al torreón, la bandera se observa con un ángulo de 75° . Calcular la altura a la que se encuentra la vadera.



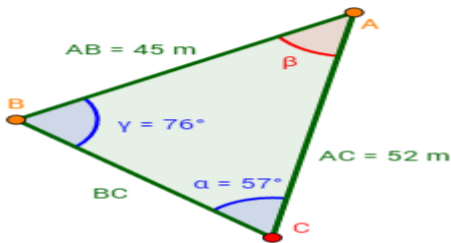
Problema 8

Teniendo en cuenta la siguiente representación, halle la altura de la montaña:



Problema 9

Cesar y Franco deciden competir en carreras alrededor de un parque. El parque tiene forma de triángulo con vértices A , B y C , ángulos $\alpha = 57^\circ$ y $\gamma = 76^\circ$ y lados $AC = 52$ m y $AB = 45$ m, como se muestra a continuación:

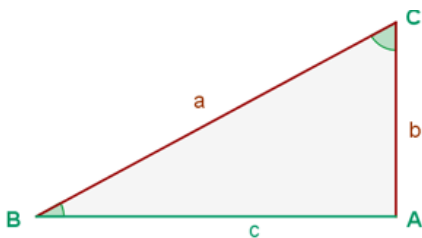


Cesar parte del vértice A y Franco parte del vértice B . La meta para ambos es el vértice C , pero cada uno debe pasar por el vértice del cual partió el otro antes de dirigirse hacia C . Si los dos corren a la misma velocidad y salen al mismo tiempo, ¿cuál de los dos amigos ganará la competición?

T. P. N° 13 -- RESPUESTAS

Problema 1) Considere el triángulo rectángulo de la imagen, en relación a él complete el cuadro siguiente:

Razones Trigonométricas		Ang. interiores Teor. de Pitágoras	Ley de los senos y cosenos
$\text{sen } B = \frac{b}{a}$	$\text{sen } C = \frac{c}{a}$	$A+B+C=180^\circ$	$\frac{\text{sen } B}{b} = \frac{\text{sen } C}{c}$
$\text{cos } B = \frac{c}{a}$	$\text{cos } C = \frac{b}{a}$	$a^2 = c^2 + b^2$	$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$
$\text{tag } B = \frac{b}{c}$	$\text{tag } C = \frac{c}{b}$	$a = \sqrt{c^2 + b^2}$	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$



Problema 2)

α en grados	$\text{sen } \alpha$	$\text{cos } \alpha$	$\text{tag } \alpha$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Problema 3)

Cateto: 9 cm - Ángulos: $53,13^\circ$ y $36,87^\circ$

Problema 4)

- El satélite se encuentra a 1527 millas de la estación A.
- La altura del satélite sobre la tierra es de 1524 millas

Problema 5)

Altura del árbol: 174,6 pies

Problema 6)

Altura del barrilete: 25,711m

Problema 7)

Distancia entre la lancha y el pie del faro: 56,92m.

Problema 8)

Llegarán primero los policías de la comisaría **A**

Problema 9)

$$\alpha = 30^\circ \beta = 67,6^\circ$$

Problema 10)

b) Altura del mástil que permanece vertical= 1,165m

c) Altura inicial del mástil =3,92m

Problema 11)

$$\alpha = 56,94^\circ$$

Problema 12)

b) Distancia que separa a ambas torres = 73 m

c) Distancia que separa al observador de la recta que une ambas torres= 47,60m

Problema 13).

b) Altura de la torre de transmisión = 324,60m

Problema 14)

b) La distancia que separa a ambos helicópteros es = 114,962km

c) Los dos ángulos restantes son de $41,78^\circ$ y $88,22^\circ$

Problema 15)

Distancia BA = 2,30 millas

Respuestas Complementarios

Problema 1

$d_1=5,415$ km; $d_2= 5,032$ km. Esta más cerca del accidente el hospital cuya distancia es d_2 .

Problema 2

Los dueños deben comprar aproximadamente 8 rollos de valla y sobrarán 34,89 metros.

Problema 3

a) La distancia de Alberto al globo es de 7,949 m y la del globo a la de David es de 7,736 m.

b) La altura del globo es de 7,678 m.

Problema 4

La distancia entre ambas casas es de aproximadamente 207,72 m.

Problema 5

La distancia entre los cercos es de aproximadamente 0,77km.

Problema 6

a) Si, es posible calcular la altura de los edificios.

b) Edificio chico: 34,96m; Edificio alto: 64,92m.

Problema 7

La bandera se encuentra aproximadamente a 26,78 m de altura.

Problema 8

La altura de la montaña es de 1464m.

Problema 9

La competición la ganará Cesar ya que la distancia que recorrerá es de 84,21 m y la de Franco es de 97 m.

T. P. N° 14**FUNCIONES TRIGONOMETRICAS**

Páginas del Stewart 6ª Edición ; 377 – 398

Problema 1

Determine amplitud, período y desplazamiento de fase de la función:

- a) $f(x) = 2 \operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$
- b) $f(x) = \operatorname{sen}(3x - \pi)$
- c) $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$
- d) $f(x) = -2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

Problema 2

Partiendo de la función $\operatorname{sen} x$ o de la función $\cos x$ trace, en el plano coordenado, al menos un ciclo de cada una de las siguientes funciones e indique, en cada caso, amplitud y período

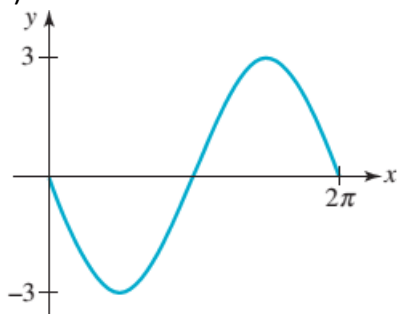
- a) $f(x) = \frac{1}{2} + \cos x$
- b) $f(x) = -1 + \cos x$
- c) $f(x) = 2 - \operatorname{sen} x$
- d) $f(x) = 3 + 3 \operatorname{sen} x$
- e) $f(x) = -2 + 4 \cos x$
- f) $f(x) = 1 - 2 \operatorname{sen} x$

Problema 3

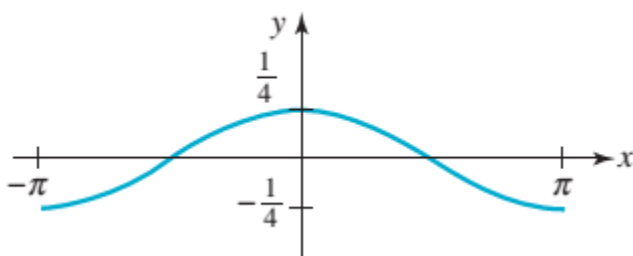
En cada figura se muestra un ciclo de una senoide o de una cosenoide. De acuerdo con la figura, determine A y D y

deduzca una expresión de la forma $f(x) = A \operatorname{sen} x + D$, o bien $f(x) = A \cos x + D$

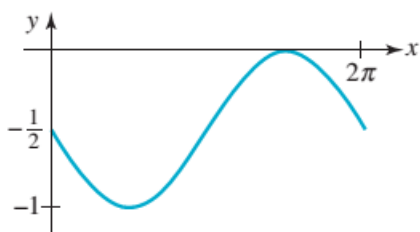
a)



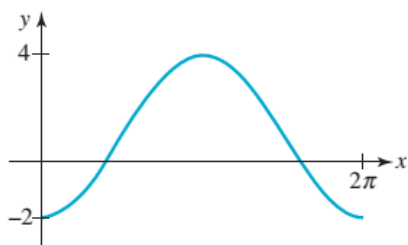
c)



b)



d)



d)

Problema 4

a) Transforme el gráfico de la función $f(x) = \sin x$ según se indica, y escriba la expresión correspondiente:

- i) Desplace verticalmente 3 unidades hacia abajo
- ii) Desplace horizontalmente 2 unidades a la derecha

iii) Desplace horizontalmente $\frac{\pi}{3}$ unidades a la izquierda y 2 unidades verticalmente hacia arriba

b) Escriba amplitud, período y desfase de cada una de las funciones del ítem anterior.

c)

Problema 5

Determine las intersecciones con el eje de abscisas de la gráfica de la función, en el intervalo $[0; 2\pi]$ y trace la gráfica en ese intervalo

a) $f(x) = -1 + \sin x$

b) $f(x) = 1 - 2 \cos x$

Problema 6

a) Escriba la expresión correspondiente en cada casilla

$f(x)$	$2f(x)$	$f(4x)$	$f(x + 2\pi)$	$2f(4x + 2\pi)$
$\sin x$				
$g(x)$	$-g(x)$	$g(2x)$	$g(x) + 1$	$-g(2x) + 1$
$\cos x$				

b) Una vez que haya completado la tabla del inciso **a** represente, en un mismo sistema:

i) las gráficas correspondientes a las funciones de la segunda fila de la tabla

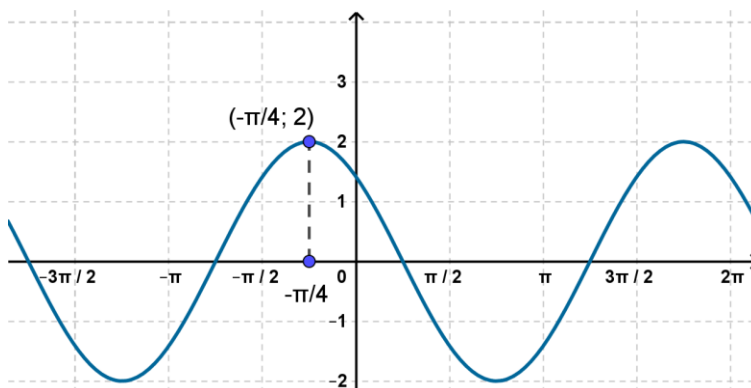
ii) las gráficas correspondientes a las funciones de la cuarta fila de la tabla

Problema 7

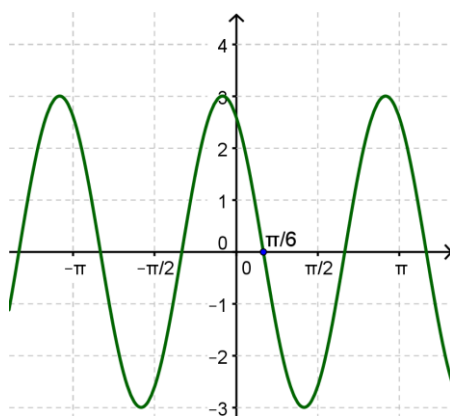
El cuadro de la página 391 del libro de Stewart muestra las expresiones correspondientes a las curvas desplazadas de las funciones seno y coseno, y las definiciones, en símbolos, y referidas a las fórmulas, de la amplitud, el período y desfase.

Lea atentamente el cuadro y los ejemplos 4 y 5 subsiguientes, para resolver luego los ejercicios 43, 44, 45 y 46 que aparecen en la página 396 del libro y además, utilizando el mismo enunciado, resuelva los propuestos a continuación:

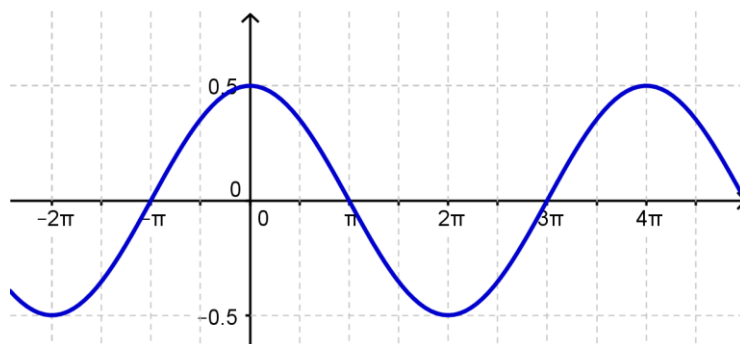
a)



b)



c)



T. P. N° 14 -- Respuestas

Problema 1

	Amplitud	Período	Desplazamiento de fase
a	2	2π	$\frac{\pi}{6}$ (a la izquierda)
b	1	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$ (a la derecha)
c	1	π	$\frac{\pi}{4}$ (a la derecha)
d	$ -2 = 2$	2π	$\frac{\pi}{4}$ (a la izquierda)

Problema 2

Puede utilizar el programa GeoGebra para comprobar si ha construido correctamente los gráficos

Problema 3

- a) $f(x) = -3\sin x$
- b) $f(x) = -\frac{1}{2}\sin x - \frac{1}{2}$
- c) $f(x) = \frac{1}{4}\cos x$
- d) $f(x) = -3\cos x + 1$

Problema 4

	Amplitud	Período	Desfase
$f(x) = \sin x - 3$	1	2π	0
$f(x) = \sin(x - 2)$	1	2π	2 (a la derecha)
$f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 2$	1	2π	$\frac{\pi}{3}$ (a la izquierda)

Puede utilizar el programa GeoGebra para comprobar si ha construido correctamente los gráficos

Problema 5

- a) Intersección con el eje de abscisas en $x = \frac{\pi}{2}$
- b) Intersección con el eje de abscisas en $x_1 = \frac{2\pi}{3}$ $x_2 = \frac{5\pi}{3}$

Puede utilizar el programa GeoGebra para comprobar si ha construido correctamente los gráficos

Problema 6

a)

$f(x)$	$2f(x)$	$f(4x)$	$f(x + 2\pi)$	$2f(4x + 2\pi)$
$\text{sen } x$	$2\text{sen } x$	$\text{sen}(4x)$	$\text{sen}(x + 2\pi)$	$2\text{sen}(4x + 2\pi)$
$g(x)$	$-g(x)$	$g(2x)$	$g(x) + 1$	$-g(2x) + 1$
$\cos x$	$-\cos x$	$\cos(2x)$	$\cos x + 1$	$-\cos(2x) + 1$

b) Puede utilizar el programa GeoGebra para comprobar si ha construido correctamente los gráficos

Problema 7

Problemas	Amplitud	Período	Desfase	Función
43	4	2π	0	$f(x) = 4\text{sen } x$
44	2	π	0	$f(x) = 2\cos(2x)$
45	$\frac{3}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	0	$f(x) = \frac{3}{2}\cos(3x)$
46	3	$\frac{\pi}{2}$	0	$f(x) = 3\text{sen}\left(\frac{1}{2}x\right)$
a	2	2π	$\frac{\pi}{4}$ (a la izquierda)	$f(x) = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
b	$ -3 = 3$	π	$\frac{\pi}{6}$ (a la derecha)	$f(x) = -3\text{sen } 2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$
c	$\frac{1}{2}$	4π	0	$f(x) = \frac{1}{2}\cos\left(\frac{1}{2}x\right)$

RESERVORIO DE EXÁMENES

Nombres y Apellidos: _____ DNI: _____
Comisión: _____

Problema 1

a) Extraer las barras de valor absoluto y resuelva la ecuación para $x \in (0; 5)$

$$|15 - 3x| - 6|x - 5| = x - 12$$

b) Expresar en lenguaje simbólico y resolver el siguiente enunciado. Expresar la solución en forma de intervalo y representarlo gráficamente:

“x es el número cuya distancia en la recta numérica es mayor o igual de 4 unidades al número -5”.

Problema 2

a) Dada la siguiente expresión, eliminar las potencias negativas y simplificarla completamente, teniendo en cuenta que x e y son números reales distintos de cero:

$$\left(\frac{x^{1/2} \cdot \sqrt[3]{y^{-2}}}{\sqrt[3]{x}} \right)^{-2} \cdot \frac{y^{1/3}}{x^{-1/6}}$$

b) Racionalizar la siguiente expresión: $\frac{\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$

Problema 3

Resolver la ecuación, identificando para qué valor o valores de la variable x, la expresión no tiene sentido:

$$\frac{3}{(3x+4)^2} - \frac{1}{9x^2-16} : \frac{x}{3x+4} - \frac{1}{4x} \cdot \left(\frac{3x}{4} + 1 \right)^{-1} = 0$$

Problema 4

a) Graficar la circunferencia, expresándola en forma canónica $C: x^2 + y^2 - 6y + 12x + 41 = 0$

b) Hallar la ecuación de circunferencia de centro (0;2) que pasa por el punto (4;5). Calcular analíticamente la intersección con el eje y, indicando las coordenadas de dichos puntos.

Problema 5.

Considere la siguiente ecuación cuadrática en la variable x: $4x^2 - 2mx + 36 = 0$

a) Si $x=2$ es solución de la ecuación dada, hallar el valor de m y la otra solución de la ecuación.

b) Averiguar el intervalo que puede tomar el parámetro m, si se sabe que la ecuación no tiene soluciones reales.

c) Resolver la siguiente desigualdad, indicando el intervalo solución: $\frac{x+5}{2x-3} \leq 1$

Aplicar correctamente las propiedades de las distintas operaciones en el campo real.			
Aplicar la definición de módulo.			
Factorizar expresiones algebraicas enteras.			
Operar con expresiones algebraicas racionales.			
Resolver ecuaciones e inecuaciones representando correctamente el conjunto solución.			
Graficar correctamente circunferencias dadas en cualquiera de sus formas.			

Nombres y Apellidos: _____

DNI: _____ Comisión: _____

Problema 1.

a) Elimine las barras de valor absoluto y simplifique las siguientes expresiones, utilizando las propiedades correspondientes, teniendo en cuenta que $x \in (-3; 5)$

$$-\frac{1}{2}x - 3|x - 6| - 6x - 1 + |2x + 8|$$

b) Exprese en lenguaje simbólico y resuelva el siguiente enunciado:

“ x es un número cuyo doble que se encuentra a una distancia 25 del número 5”.

Problema 2

a) Lleve a cabo las operaciones indicadas, simplifique la expresión y elimine cualquier exponente negativo. Suponga que

todas las letras indican números positivos. $(x \cdot y)^{-3} \cdot \frac{\sqrt[3]{x^{-1} \cdot y^2}}{x^0 \cdot y^{-4}}$

b) Racionalizar la siguiente expresión: $\left(3^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 4 \cdot 6^{\frac{1}{2}}$

Problema 3.

Considere la siguiente expresión: $A(x) = \left(\frac{x+1}{-2x^2+4x+6}\right) \cdot \left(\frac{x^2-16}{x^2+x-12}\right)^{-1}$

a) Factorice e identifique para qué valor o valores de la variable x , la expresión no tiene sentido.

a) Simplifique $A(x)$, obteniendo de este modo una expresión equivalente a la dada.

b) Determine si existe algún valor de la variable x para el cual $A(x) = 1$

Problema 4.

a) Dada la siguiente ecuación de circunferencia $C: x^2 + y^2 + 6y - 4x + 9 = 0$ exprésela en forma canónica y gráfiquela.

b) Indique si los puntos $(4;-3)$ y $(2;-3)$ pertenecen a la circunferencia. Justifique la respuesta.

Problema 5.

Considere la siguiente ecuación cuadrática en la variable x : $3x^2 + bx + 75 = 0$

a) Si $x=15$ es solución de la ecuación dada, halle el valor de b y la otra solución de la ecuación.

b) Averigüe el intervalo de valores que puede tomar el parámetro b , si se sabe que la ecuación tiene dos soluciones reales distintas.

c) Resuelva la siguiente desigualdad, indicando el intervalo solución:

$$\frac{3x-5}{x-3} > 2$$

Aplicar correctamente las propiedades de las distintas operaciones en el campo real.			
Aplicar la definición de módulo.			
Factorizar expresiones algebraicas enteras.			
Operar con expresiones algebraicas racionales.			
Resolver ecuaciones e inecuaciones representando correctamente el conjunto solución.			
Graficar correctamente circunferencias dadas en cualquiera de sus formas.			

Nombres y Apellidos: _____

DNI: _____ Comisión: _____

Problema 1.

- a) Elimine las barras de valor absoluto y simplifique las siguientes expresiones, utilizando las propiedades correspondientes, teniendo en cuenta que $x \in (-2; 3)$

$$6x + \frac{3}{2} + |2x - 8| - 3 \left| x + \frac{5}{2} \right|$$

- b) Exprese en lenguaje simbólico y resuelva el siguiente enunciado:

“ x es un número cuyo doble que se encuentra a una distancia 10 del número -5”.

Problema 2

- a) Lleve a cabo las operaciones indicadas, simplifique la expresión y elimine cualquier exponente negativo. Suponga que todas las letras indican números positivos.

$$\frac{\sqrt{x^3 \cdot y^{-1}}}{x^{-1} \cdot y^0} \cdot (x \cdot y)^{-2}$$

- b) Racionalizar la siguiente expresión: $\left(2^{\frac{1}{2}} + 3^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 5 \cdot 6^{\frac{1}{2}}$

Problema 3.

Considere la siguiente expresión:

$$A(x) = \left(\frac{x^2 - 4}{2x}\right)^{-1} : \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$$

- a) Factorice e identifique para qué valor o valores de la variable x , la expresión no tiene sentido.
a) Simplifique $A(x)$, obteniendo de este modo una expresión equivalente a la dada.
b) Determine si existe algún valor de la variable x para el cual $A(x) = 2$

Problema 4.

- a) Dada la siguiente ecuación de circunferencia : $x^2 + y^2 + 6y - 8x = 0$ exprese en forma canónica y gráfiquela.
b) Indique si los puntos (1;1) y (4;-3) pertenecen a la circunferencia. Justifique la respuesta.

Problema 5.

Considere la siguiente ecuación cuadrática en la variable x : $-2x^2 + 6x + m = 0$

- a) Si $x = -1$ es solución de la ecuación dada, halle el valor de m y la otra solución de la ecuación.
b) Averigüe el intervalo de valores que puede tomar el parámetro m , si se sabe que la ecuación no tiene soluciones reales.

- c) Resuelva la siguiente desigualdad, indicando el intervalo solución:

$$\frac{2x + 4}{x + 3} > 1$$

Nombre y Apellido: _____

DNI _____ Comisión: _____

Docente: _____

Para aprobar el examen el alumno deberá:

Representar y hallar la ecuaciones de rectas.

Hallar correctamente el dominio de una determinada función.

Resolver sistemas de ecuaciones lineales y mixtos, representando correctamente el conjunto solución.

Graficar correctamente distintas funciones en el plano coordenado.

Resolver problemas de trigonometría distinguiendo los triángulos a partir de su representación y luego resolver de forma correcta.

Problema 1

- Halle analíticamente la ecuación de la recta **A** que pasa por el punto **(3;3)** cuya raíz es **$x = -6$**
- Calcule analíticamente la ecuación de la recta **B** que pasa por el punto **(-3;5)** y que es perpendicular a la recta **C: $-3x - y + 4 = 0$**
- Halle analíticamente la ecuación de la recta **D** que pasa por el punto **(-2;1)** y que es paralela a la recta **C**.
- Grafique las cuatro rectas en el mismo diagrama.

Problema 2

- Hallar analíticamente la intersección de la recta **R: $x - 2y - 4 = 0$** con la recta **Q: $x + 3y - 9 = 0$**
- Graficar ambas rectas en el mismo diagrama.

Problema 3

- Halle la expresión polinómica de la función cuadrática **$f(x)$** que pasa por el punto **(3;5)** y corta al eje **x** en dos puntos cuyas abscisas son **$x = -2$ y $x = 4$**
- Resuelva analítica y gráficamente el sistema
$$\begin{cases} y = -(x - 2)^2 + 9 \\ y + x = 9 \end{cases}$$

Problema 4

Obtenga el dominio natural de las siguientes funciones:

$$f(x) = x^2 - 4x$$

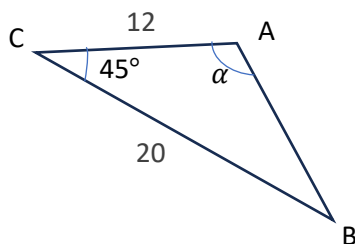
$$g(x) = \sqrt{x - 1}$$

$$h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$$

Problema 5

- Un poste de 20 metros de altura se sujeta con un cable que se extiende desde la parte superior del poste hasta el suelo. El cable forma un ángulo de 30° con el suelo. Represente la situación mediante una figura y calcule el precio que se deberá pagar por el cable, si cada metro cuesta \$2.300.

- Calcule el valor del ángulo $\hat{\alpha}$, en el triángulo **ABC**



Problema 1

Dados los puntos $A(-6; -3)$ y $B(0; -5)$ se pide:

- Halle analíticamente la ecuación de la recta L_1 que contiene a ambos puntos.
- Halle analíticamente la ecuación de la recta L_2 que pasa por el punto $(-1; 2)$ y que es perpendicular a L_1 .
- Halle analíticamente la ecuación de la recta L_2 que pasa por el punto $(-3; 2)$ y que es paralela a L_1 .
- Grafique las tres rectas en el mismo diagrama.

Problema 2

a) Represente el conjunto solución del siguiente sistema de desigualdades. Halle analíticamente e indique las coordenadas de los

vértices:

$$\begin{cases} 2y - 2x \geq 2 \\ x \geq 0 \\ 8 - 2y \geq 4x \end{cases}$$

b) Determine analíticamente si los puntos $(1; 0)$, $(2; 4)$ y $(1; 2)$ pertenecen o no al conjunto solución

Problema 3

a) Sabiendo que $f(0) = 8/3$, halle el valor del coeficiente a en la siguiente función cuadrática: $f(x) = a \cdot (x+2)(x-4)$.

b) Encuentre analítica y gráficamente la solución del sistema
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 3 \\ 2x - 2y = -4 \end{cases}$$

Problema 4

Obtenga el dominio natural de las siguientes funciones:

$$f(x) = 2x - 1$$

$$g(x) = \sqrt{x+2}$$

$$h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$$

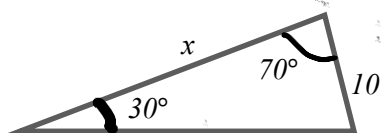
Problema 5

a) Resuelva y realice el gráfico que representa la siguiente situación:

El extremo de una escalera de 3,5m está apoyada en el borde superior de una pared vertical de 3 m de altura. Se desea averiguar que ángulo forma la base de la escalera con el suelo.

b) A partir de los datos de la figura, calcular el valor del lado x señalado en el siguiente triángulo.

Hallar el área del triángulo.



EL EXAMEN SE APRUEBA CON EL 60% BIEN RESUELTO

Problema 1

Se tiene la siguiente recta **R1**: $3y + x - 6 = 0$

En relación a ella se pide:

- Halle la ecuación de la circunferencia cuyo centro es la raíz de **R1** y radio **4**.
- Halle la ecuación de una recta **R2**, perpendicular a **R1**, que pasa por el punto **(2; -2)**.
- Halle analíticamente la intersección de **R1** y **R2**.
- Grafique en el mismo sistema de ejes coordenados la circunferencia, **R1** y **R2**.

Problema 2

Considere la siguiente expresión en la variable x :

$$A(x) = \frac{x+2}{4x+1} - \frac{x+3}{x^2+4-4x} \cdot \left(\frac{x+3}{x-2}\right)^{-1}$$

- Identifique para qué valor o valores de la variable x , la expresión $A(x)$ no tiene sentido y simplifíquela obteniendo de este modo una expresión equivalente a la dada.
- A partir de lo obtenido en b), calcule $A(x) = 0$

Problema 3

Considera la función cuadrática $f(x) = -(x-2)^2 + k$, se pide:

- Halle las ordenadas del vértice, sabiendo que el punto **(1;8)** pertenece a $f(x)$
- Halle analíticamente la intersección de la función anterior con la recta $y = -x + 5$
- Grafique en un mismo sistema de ejes coordenados la parábola y la recta.

Problema 4

- Utilizando las propiedades correspondientes, encontrar la expresión simplificada equivalente a:

$$\left(\frac{\sqrt{5} \cdot x^3}{\sqrt[3]{5}}\right)^{-2} \cdot \frac{x^{\frac{2}{3}}}{5^{-\frac{1}{4}}} \quad \text{con } x > 0$$

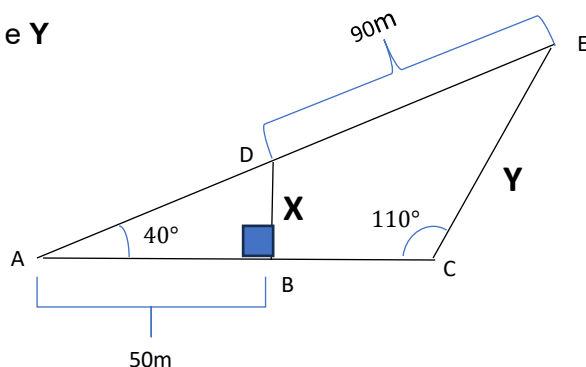
- Resuelva la siguiente ecuación, para $x > 4$

$$|x-4| + 2 \cdot |3-x| = 5$$

- Calcular el dominio natural de la función $f(x) = \sqrt{\frac{3x+1}{3-x}}$

Problema 5

Calcular **X** e **Y**



Para aprobar el examen se requiere el 60% del mismo bien hecho.

Problema 1)

- a) Elimine las barras de valor absoluto utilizando las propiedades correspondientes, para $1 \leq x < 6$ y resuelva luego la siguiente ecuación:

$$|x - 8| + |3x| - |1 - 4x| = 5$$

- b) Sabiendo que las variables x , y , representan números reales con: $x \neq 0$, $y \neq 0$, simplifique completamente la siguiente expresión:

$$\frac{\sqrt[3]{x^6 y^4} x^0 (\sqrt[5]{x^{10}})^{-1}}{(x^2 y)^3}$$

Problema 2) Considere la siguiente expresión:

$$A(x) = \left(\frac{3x+1}{x-2} - 2 \right) \cdot \left(\frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 4} \right)^{-1}$$

- a) Identifique para qué valor o valores de la variable x , la expresión $A(x)$ no tiene sentido.
- b) Simplifique $A(x)$ obteniendo de este modo una expresión equivalente a la dada.
- c) A partir de lo obtenido en b), resuelva la ecuación $A(x) = \frac{1}{3}$ e indique el conjunto solución.

Problema 3) Escriba la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el punto de intersección de las rectas:

$L_1: x + 3y + 3 = 0$ y $L_2: x + y + 1 = 0$, sabiendo que el punto $R(4, -4)$ pertenece a la circunferencia. Grafique ambas rectas y la circunferencia en el mismo diagrama.

Problema 4) Hallar el dominio natural de la siguiente función:

$$f(x) = \sqrt{(x+3) \cdot (x-2)}$$

Problema 5) Resolver analítica y gráficamente el siguiente sistema:

$$\begin{cases} y = -(x+1)^2 + 9 \\ 6x + 2y = 12 \end{cases}$$

Problema 6) Tres faros A, B y C están dispuestos en forma triangular en un archipiélago en diferentes islas. La distancia que separa el faro A del faro B es de 15 km, la distancia que separa el faro B del faro C es de 30 km y el ángulo que se forma en el faro B entre las visuales en línea recta de los otros faros es de 55° . Graficar la situación planteada y calcular la distancia que separa el faro C del faro A.

Nombres y Apellidos _____

DNI. _____

Problema 1) Dada la siguiente ecuación con $x \in \mathbb{R}$, se pide: $\frac{|-8x|}{4} + \left| \frac{-3x}{-2} \right| = \left| \frac{-3,5}{7} \right|$

- Simplifique aplicando propiedades de valor absoluto.
- Resuelva la ecuación simplificada obtenida en a).

Problema 2) Sabiendo que las variables x, y , representan números reales con: $x \neq 0, y \neq 0$, simplifique completamente la siguiente expresión:

$$\frac{\sqrt[3]{x^6 y^4 x^0} \left(\sqrt[5]{x^{10}} \right)^{-1}}{(x^2 y)^3}$$

Problema 3) Considere la siguiente expresión:

$$A(x) = \left(\frac{x^2 + 7x + 6}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1} \right) \div \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 6x + 5} \right)^{-1}$$

- Identifique para qué valor o valores de la variable x , la expresión $A(x)$ no tiene sentido.
- Simplifique $A(x)$ obteniendo de este modo una expresión equivalente a la dada.
- A partir de lo obtenido en b), resuelva la ecuación $A(x) = 2$

Problema 4) Dada la siguiente ecuación en la variable x : $x^2 + 2kx + k = 0$

Si k es una constante real, determine valores posibles de k para que la ecuación tenga solución única.

Problema 5) Escriba la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el punto de intersección de las rectas:

$L_1: x + 3y + 3 = 0$ y $L_2: x + y + 1 = 0$, sabiendo que el punto $R(4, -4)$ pertenece a la circunferencia. Grafique.

Problema 6) Considere las siguientes funciones:

$$f(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{3x-2}} \qquad g(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{3x-2}}$$

- Halle el dominio natural en ambos casos.
- ¿Es $f(x) = g(x)$? **Justifique su respuesta.**

Problema 7) Considerando la función cuadrática $f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x + 3)(x - t)$, se pide:

- Halle el valor de t para que el vértice de $f(x)$ tenga abscisa en $x_v = 1$
- Halle la ordenada del vértice y exprese la función en su forma estándar.
- Utilizando la información grafique.

Problema 8) Desde un punto A un observador ve dos torres ubicadas en los puntos B y C. La amplitud del ángulo que forman las 2 visuales es de 75° . Sabiendo que la distancia entre el observador y el punto B es de 75 metros y entre el observador y el punto C es de 60 metros, respectivamente, se pide:

- Grafica la situación.
- Calcula la distancia que separa a ambas torres.
- Calcula la distancia que separa al observador de la recta que une ambas torres.