

T. P. N° 6**PLANO COORDENADO****DISTANCIA – PUNTO MEDIO – GRÁFICAS DE ECUACIONES**

Páginas del Stewart 6ª Edición: 83-87 y 92-93

Problema 1) ¿Cuál de los puntos P(1;-2) o Q(8;9) está más cerca de A(5;3)?

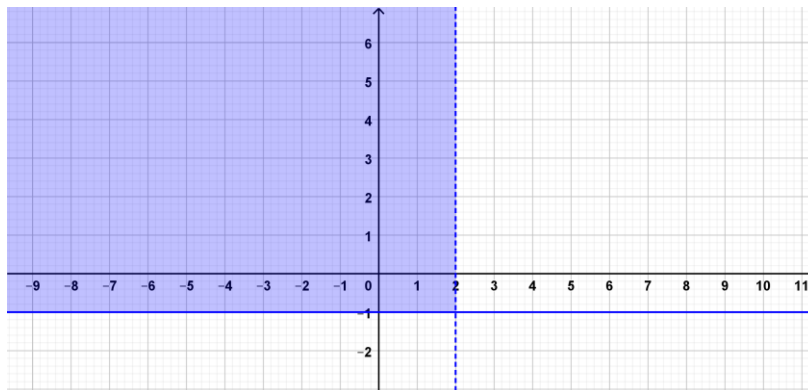
Problema 2) Trace las regiones dadas por cada conjunto

a) $\{(x; y) / x > \frac{3}{4} \wedge y \geq -2\}$

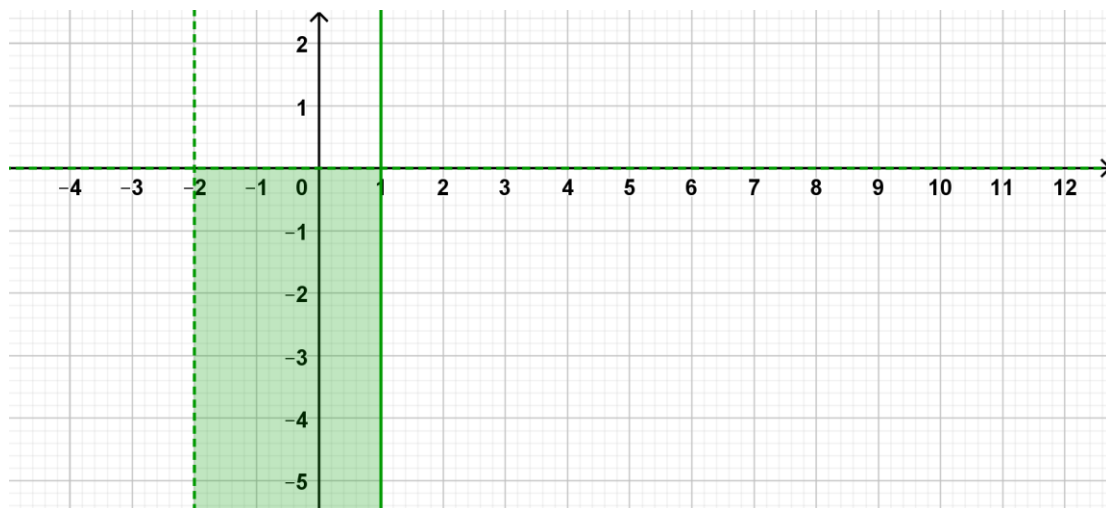
b) $\{(x; y) / y > \frac{1}{2} \vee y \leq -2\}$

Problema 3) Escriba el conjunto correspondiente a cada región del plano coordenado

a)



b)



CIRCUNFERENCIA

Páginas del Stewart 6ª Edición: 88, 89, 90 y 94

Problema 1) Complete el siguiente cuadro:

Ecuación General de la Circunferencia	Ecuación canónica de la Circunferencia	Centro	Radio
$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$	$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	$C(h; k)$	r
$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$			
$4x^2 + 4y^2 - 4x - 8y - 11 = 0$			
		$(-3; -2)$	$\sqrt{5}$
	$(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 2,25$		
	$x^2 + (y - 5)^2 = 1$		

Problema 2) Escriba la ecuación de la circunferencia que contiene al punto $P(1; -2)$ y tiene su centro en $C(2; 0)$. Construya el gráfico.

Problema 3) Los extremos de un diámetro de la circunferencia C son los puntos $A(-5; 3)$ y $B(3; 1)$. Determine el centro y el radio de C y escriba su ecuación. Represente la circunferencia C en el plano coordenado.

Problema 4) Determine cuál de las siguientes opciones es la correcta.

Justifique:

La igualdad dada por: $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 50$ representa:

- Una circunferencia de radio $\sqrt{50}$ que pasa por el punto $P(5,3)$
- Una circunferencia con centro en $(-2,4)$ y radio 50.
- Una circunferencia con centro en $(2, -4)$ y radio $5\sqrt{2}$.

Problema 5) a) Halle la ecuación de la circunferencia que contiene al punto $P(-3; 4)$ y es concéntrica con la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 6$.

- Grafique ambas circunferencias en un mismo sistema de coordenadas.

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS T.P. 6**Problema 1**

Representar todos los puntos del plano real cuya distancia al punto (2,2) sea igual a 1.

Problema 2

Probar que los puntos: $A(1; 7)$, $B(4; 6)$ y $C(1; -3)$ pertenecen a una misma circunferencia de centro $O(1; 2)$.

Problema 3

Determinar la condición para que los puntos $A(0; \alpha)$ y $B(1; 2)$ disten una unidad.

Problema 4

Identificar si el punto $A(2; 4)$ pertenece a la región del plano $x^2 - 9 > 0$. Justificar gráficamente.

Problema 5

¿La siguiente ecuación: $x^2 + 2x + y^2 = 2$, es la ecuación de una circunferencia? En caso afirmativo, ¿cuál es su centro y radio?

Problema 6

Determinar el centro $(\alpha; -2)$ de una circunferencia, sabiendo que el punto $(2; 1)$ pertenece a la misma y su radio es $\sqrt{10}$.

Problema 7

Los vértices de un rectángulo se encuentran en los puntos $A(8; 10)$, $B(-6; 10)$, $C(-6; -6)$ y $D(8; -6)$. ¿Cuál es su perímetro y su área?

T. P. N° 6 -- Respuestas

PLANO COORDENADO

DISTANCIA – PUNTO MEDIO – GRÁFICAS DE ECUACIONES

Páginas del Stewart 6ª Edición: 83-90 y 92-94

Problema 1

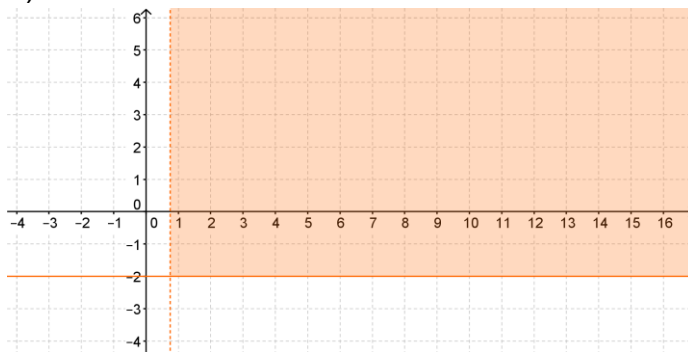
$$d(A,P) = \sqrt{41}$$

$$d(A,Q) = \sqrt{45}$$

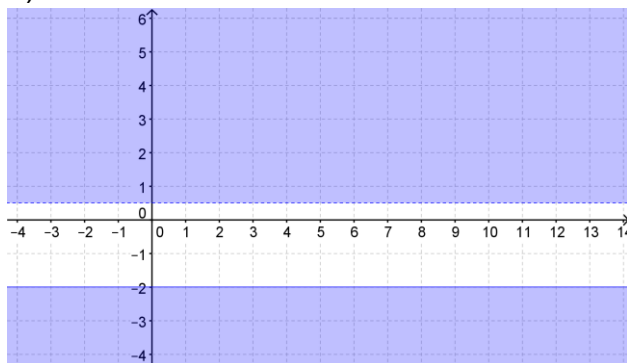
P está más cerca de A

Problema 2

a)



b)



Problema 3

d) $\{(x; y) / x < 2 \wedge y \geq -1\}$

e) $\{(x; y) / x > -2 \wedge x \leq 1 \wedge y < 0\}$

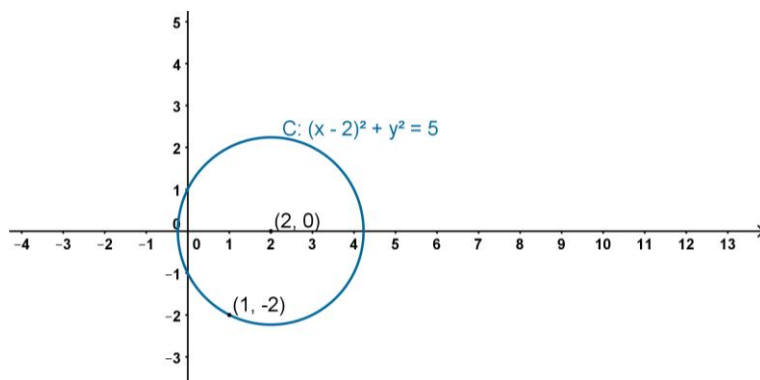
CIRCUNFERENCIA

Páginas del Stewart 6ª Edición: 88, 89, 90 y 94

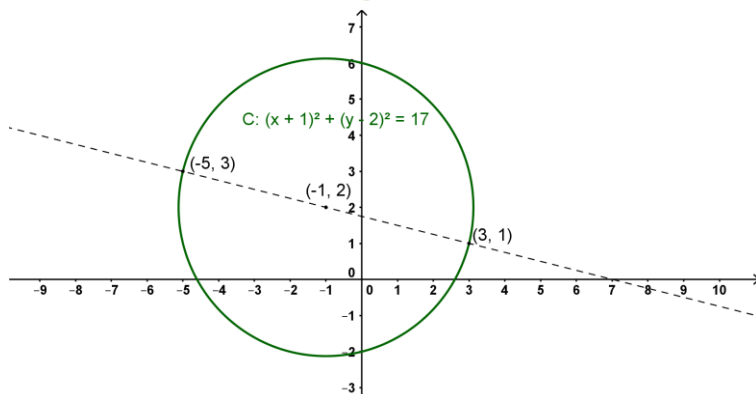
Problema 1

Ecuación General de la Circunferencia	Ecuación canónica de la Circunferencia	Centro	Radio
$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$	$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	$C(h; k)$	r
$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$	$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$	$(1; -2)$	3
$4x^2 + 4y^2 - 4x - 8y - 11 = 0$	$(x - \frac{1}{2})^2 + (y - 1)^2 = 4$	$(\frac{1}{2}; 1)$	2
$x^2 + y^2 + 6x + 4y + 8 = 0$	$(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 5$	$(-3; -2)$	$\sqrt{5}$
$x^2 + y^2 - 8x + 6y + 22,75 = 0$	$(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 2,25$	$(4; -3)$	$\sqrt{2,25}$
$x^2 + y^2 - 10y + 24 = 0$	$x^2 + (y - 5)^2 = 1$	$(0; 5)$	1

Problema 2 C: $(x - 2)^2 + y^2 = 5$



Problema 3 C: $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 17$



Problema 4

La opción correcta es:

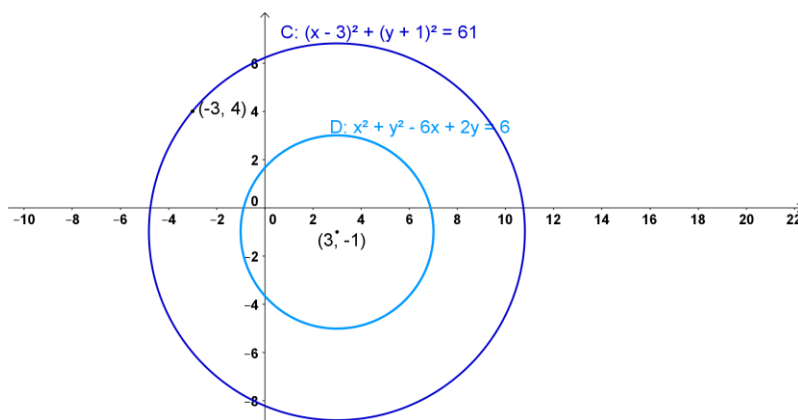
- a) Una circunferencia de radio $\sqrt{50}$ que pasa por el punto $P(5,3)$

Problema 5

- a) **C: $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 61$**

La circunferencia **D: $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 6$** tiene centro en $(3; -1)$ y

radio = 4



Respuestas Complementarios

- 1) Todos los puntos del plano real cuya distancia al punto $(2; 2)$ sea igual a 1, por definición de circunferencia, son todos los puntos de una circunferencia de radio 1 y centro $(2; 2)$. Por lo tanto serán todos los pares ordenados $(x; y)$ que satisfagan la ecuación de dicha circunferencia:

$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 1$, como por ejemplo el punto $(2; 3)$.

- 2) Para determinar que los puntos A; B y C pertenezcan a la circunferencia de centro $O(1; 2)$, todos ellos deben tener la misma distancia a dicho punto. Entonces:

$$\left. \begin{aligned} d(A, O) &= \sqrt{(1-1)^2 + (7-2)^2} = \sqrt{0+25} = 5 \\ d(B, O) &= \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{9+16} = 5 \\ d(C, O) &= \sqrt{(1-1)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{0+25} = 5 \end{aligned} \right\}$$

$\Rightarrow$ Todos tienen la misma distancia y pertenecen entonces a la circunferencia:

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$

3) La distancia entre estos dos puntos del plano es: $d(A, B) = \sqrt{(0-1)^2 + (\alpha-2)^2} = 1 \Rightarrow$
 $= \sqrt{1 + (\alpha-2)^2} = 1$ Elev.

Al cuadrado

$$= 1 + (\alpha-2)^2 = 1$$

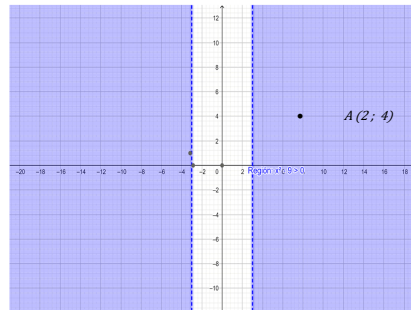
Resuelve la ecuación

$$= (\alpha-2)^2 = 0$$

$$\alpha - 2 = 0$$

$$\alpha = 2$$

4) Si el punto A(2 ; 4) pertenece a la región del plano $x^2 - 9 > 0$, tendrá que verificar que $x^2 > 9$, es decir que $x > 3$ o $x < -3$. En este caso vemos que el punto A(2 ; 4) NO pertenece a esta región, cosa que podemos verificar en el siguiente gráfico:



5) Sabes que tenemos que completar los cuadrados en $x^2 + 2x + y^2 = 2$.

En este caso hacemos: $x^2 + 2x + 1 + y^2 = 2 + 1$

Resolviendo y agrupando nos queda: $(x+1)^2 + (y-0)^2 = 3$, que es la ecuación de una circunferencia de centro (-1 ; 0) y radio $\sqrt{3}$.

6) Si reemplazamos en la ecuación de la circunferencia por su centro $(\alpha ; -2)$ y su radio $\sqrt{10}$, nos queda: $(x - \alpha)^2 + (y + 2)^2 = 10$. Como el punto (2 ; 1) pertenece a la circunferencia, debe verificar la misma. Entonces reemplazando en la ecuación anterior: $(2 - \alpha)^2 + (1 + 2)^2 = 10$. Resolvemos la ecuación y hallamos que α puede tomar dos valores, 1 y 3.

7) El perímetro de un rectángulo es: $2 \cdot (B + h)$ y su superficie es: $B \cdot h$, siendo B la base del rectángulo y h su altura. Hallando la distancia entre los puntos, nos queda que $B = 14$ y la $h = 16$. Por lo tanto, reemplazamos en las fórmulas anteriores y determinamos que el perímetro es 60 unidades y la superficie 224 u^2 .