

T. P. N° 11

FUNCIONES 2º PARTE: FUNCIÓN CUADRÁTICA-SISTEMAS MIXTOS (RECTA-PARÁBOLA)

LECTURA PRECALCULO. TEORÍA PÁG. 180-184 (EJEMPLOS 1, 2, 4, 5 Y 6), PÁG. 224-229/ PRACTICA

SUGERIDA: PÁG. 229 - 230

Problema 1

En las siguientes funciones cuadráticas identificar coeficiente principal, vértice y raíces (si es que las tiene), luego graficarla en el sistema de coordenadas.

a) $f(x) = x^2 - 2x$

c) $f(x) = 2x^2 + 4x$

e) $f(x) = -x^2 + 6x - 8$

g) $f(x) = -3x^2 + 12$

i) $f(x) = -x^2 - 8x - 14$

k) $f(x) = \left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{7}{2}\right)$

b) $f(x) = -x^2 + 2$

d) $f(x) = x^2 - 4x + 8$

f) $f(x) = (x - 5)^2$

h) $f(x) = -2(x - 2)^2 + 3$

j) $f(x) = 2(x + 4)(x - 2)$

l) $f(x) = -x^2 - 5$

Problema 2

La función $f(x) = x^2$ se desplaza 4 unidades a la derecha y dos unidades hacia abajo, indicar cuál o cuáles de las siguientes fórmulas representa la función luego de realizar los desplazamientos:

I) $f(x) = (x - 4)^2 - 2$

III) $f(x) = x^2 - 8x + 14$

II) $f(x) = (x + 4)^2 - 2$

IV) $f(x) = (x - 2)^2 + 4$

Problema 3

Completar la siguiente tabla expresando la función cuadrática en las otras dos formas.

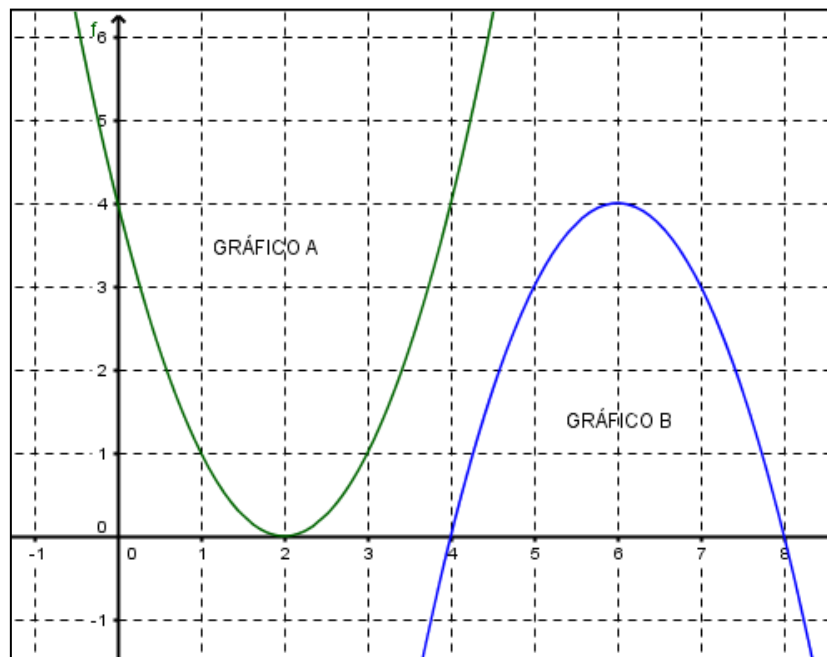
Forma polinómica	Forma estándar	Forma factorizada
$f(x) = -2x^2 + 12x - 10$		
	$f(x) = (x + 4)^2 - 4$	
		$f(x) = (x + 3)(x + 7)$
$f(x) = x^2 + 6x$		
		$f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{7}{2}\right)$
$f(x) = 2x^2 + 16x + 32$		

Problema 4

Dados los siguientes gráficos, hallar la ecuación correspondiente a cada parábola.

GRÁFICO A: $f(x) = \dots\dots\dots$

GRÁFICO B: $f(x) = \dots\dots\dots$



Problema 5

Dada la función $f(x) = a \cdot (x - 1) \cdot (x - 3)$, se pide:

- Halle el valor de a , sabiendo que el punto $P(4, 6)$ pertenece a $f(x)$.
- Hallar las coordenadas del vértice y las raíces de $f(x)$.
- Halle la intersección de la función con el eje de ordenadas.
- Grafíquela en un sistema de ejes coordenados.
- Expresa la función en su forma estándar.

Problema 6

Dada la función $f(x) = a \cdot (x - 2)^2 - 2$, se pide:

- Hallar el valor de a , sabiendo que el punto $P(-1, 16)$ pertenece a $f(x)$.
- Hallar el dominio natural de $f(x)$.
- Hallar la intersección de la función con el eje de ordenadas.
- Grafíquela en un sistema de ejes coordenados.
- Expresa la función en forma factorizada.

Problema 7

Considerando la función cuadrática: $f(x) = -2 \cdot (x - 4) \cdot (x + 2)$

Se pide:

- Halle las raíces de la función.
- Halle el vértice de la función y utilícelo para escribir la función en forma estándar.
- Graficar la función.

Problema 8

Sabiendo que la función cuadrática $f(x)$ tiene como raíces a $x_1 = -7$ y $x_2 = -1$ y que pasa por el punto $P(1, -16)$, se pide:

- Escriba la ecuación que representa la función $f(x)$.
- Halle las coordenadas del vértice de la función hallada y la intersección de la misma con el eje de ordenadas.
- Grafíquela en un sistema de ejes coordenados.
- Halle la ecuación de la recta paralela al eje de ordenadas que pasa por el vértice de la función.

Problema 9

Considerando la función cuadrática: $f(x) = a \cdot (x + 4) \cdot (x - 2)$, se pide:

- Halle el valor de a , sabiendo que $f(0) = 4$.
- Halle las coordenadas del vértice de $f(x)$ y exprese la función en su forma estándar.
- Utilizando la información y sin usar tabla de valores graficar la función en un sistema de ejes coordenados.

Problema 10

Sabiendo que la función $f(x)$ verifica que: $f(2) = 0$ y $f(-6) = 0$ y que el punto $P(0, 6)$ pertenece a la gráfica de la función, se pide:

- Halle la fórmula para $f(x)$. Exprésela en su forma factorizada.
- Halle las coordenadas del vértice de $f(x)$.
- Grafique la función en un sistema de ejes coordenados.

Problema 11

Considerando la función cuadrática $f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x + 3)(x - t)$, se pide:

- Halle el valor de t para que el vértice de $f(x)$ tenga abscisa en $x_v = 1$
- Halle la ordenada del vértice y exprese la función en su forma estándar.
- Utilizando la información grafique.

Problema 12

Determinar la función cuya gráfica sea una parábola con vértice $(1, -2)$ y que pasa por el punto $(4, 16)$.

Problema 13

Obtenga la función cuya gráfica sea una parábola que intersecta al eje "y" en 22 y cuyo vértice es $(3, 4)$.

Problema 14

Hallar la solución de los siguientes sistemas recta-parábola y graficar.

- $$\begin{cases} y = -2x^2 + 12x - 10 \\ y = 2x - 2 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} y = 2x^2 + 16x + 24 \\ y = -2x - 12 \end{cases}$$

c) $\begin{cases} y = -(x+1) \cdot (x+7) \\ y - 2 \cdot x = 9 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = (x+3)^2 \\ y - x - 5 = 0 \end{cases}$

COMPLEMENTO T.P.11 Y 12

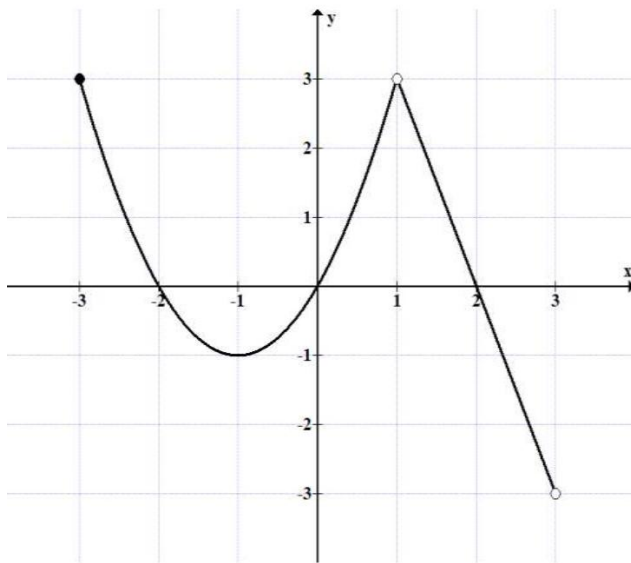
Problema 1

¿Verdadero o Falso? Si encuentra algún resultado falso, muestre la resolución correcta

Expresión de la función	Sabemos que	¿Es verdadero o falso?	V	F
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$V(-4, 5)$	Raíces: $x_1 = -1$; $x_2 = -6$		
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$V(1, 3)$ Las raíces son: $x_1 = -1$; $x_2 = 3$	$a > 0$		
$f(x) = a(x-h)^2 + k$	No tiene raíces reales	$\frac{-k}{a} < 0$		
$f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$	$f(x) = a(x-3)(x+5)$	Ecuación del eje de simetría: $x = 1$		
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$a > 0$; $V(0, 3)$	$c > 0$; $D < 0$		

Problema 2

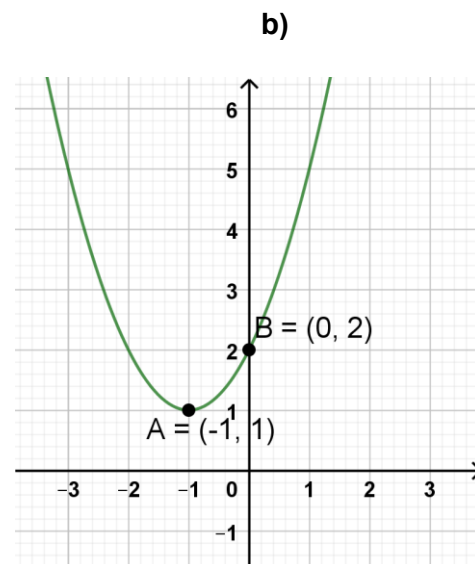
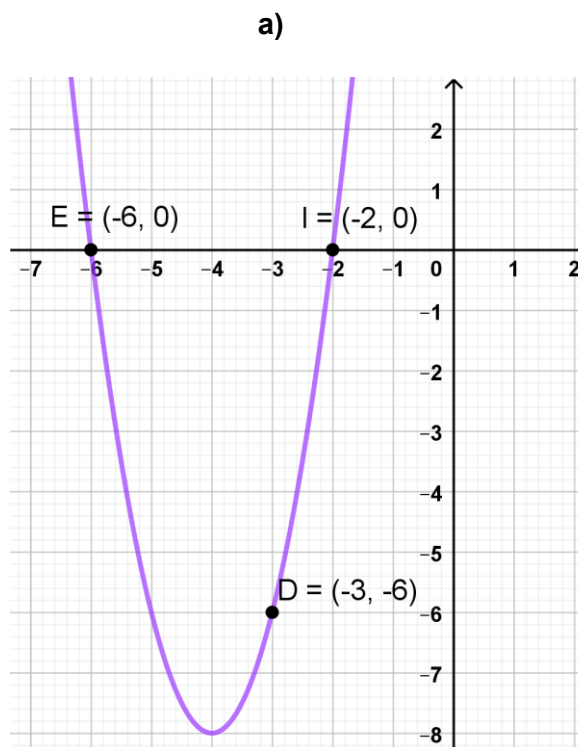
La gráfica adjunta corresponde a una función f , de variable independiente x :



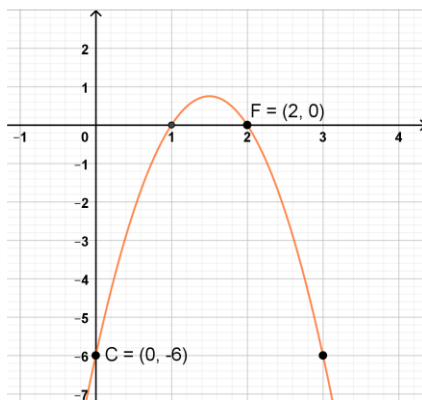
- Indique Dominio y Rango de la función $f(x)$
- Escriba la expresión analítica de la función $f(x)$, sabiendo que su gráfica está formada por un arco de parábola y un segmento de recta

Problema 3

Las parábolas que se muestran a continuación corresponden a 3 funciones cuadráticas:



c)



De ser posible, escriba la expresión analítica de cada función, en las tres formas estudiadas (polinómica, factorizada y estándar).

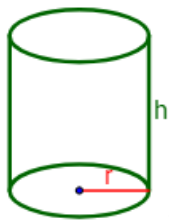
Problema 4

La gráfica de la función cuadrática $g(x) = -x^2 + bx - 4$ y la recta L , se cortan en los puntos $A(3, 2)$ y $B(5, -4)$

- Halle la ecuación de la recta y la expresión de la función cuadrática.
- Grafique la recta y la parábola en un mismo sistema.

Problema 5

Para fabricar un depósito cilíndrico de cereales se necesitan materiales distintos para las bases y el lateral. El precio por metro cuadrado del material de las bases es de \$2, y el del lateral es de \$15.



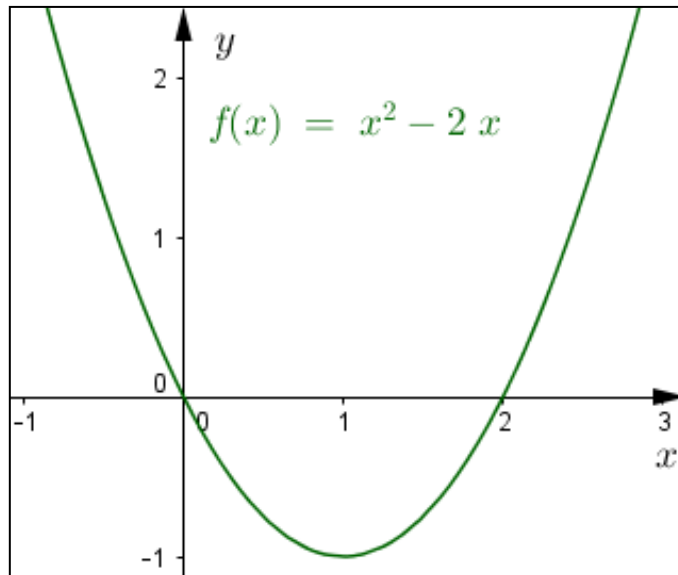
Si se sabe que la altura del depósito debe ser de 10 metros, calcule aproximadamente, entre qué valores deberá oscilar la medida del radio (en metros), para que el costo del depósito no supere los \$25.000.

(Expresar los resultados con dos decimales. Los costos están expresados en miles de pesos)

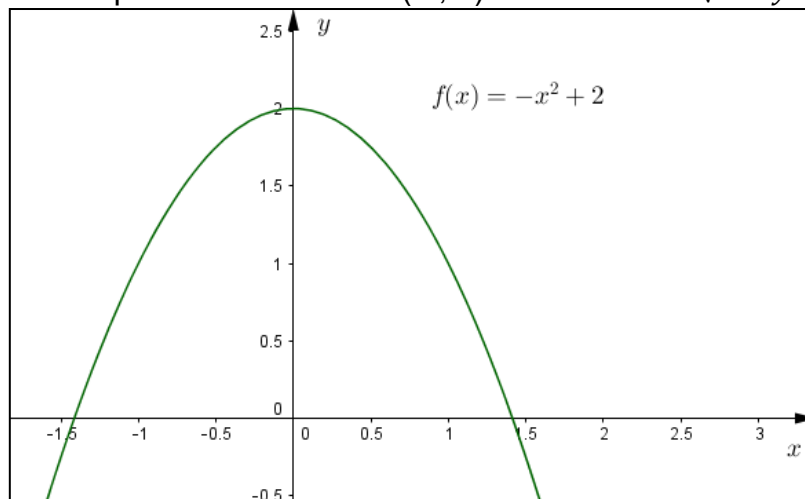
T. P. N° 11 -RESPUESTAS

Problema 1

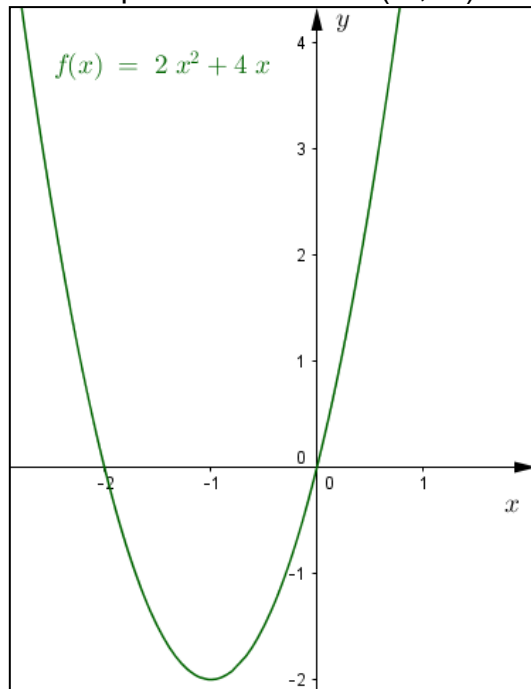
a) Coef. Principal = 1 Vértice (1 , -1) Raíces: $x = 0$ y $x = 2$



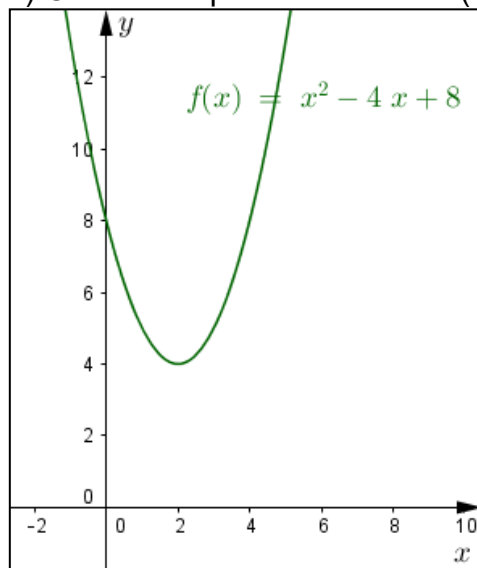
b) Coef. Principal = -1 Vértice (0 , 2) Raíces: $x = \sqrt{2}$ y $x = -\sqrt{2}$



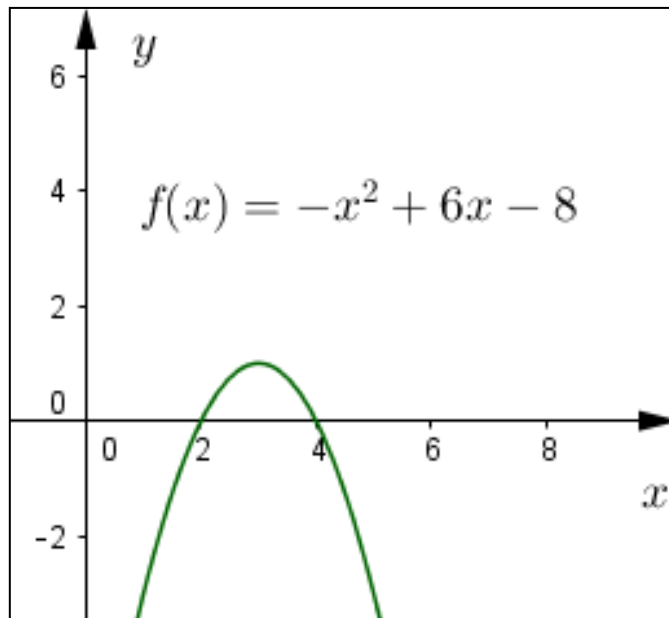
c) Coef. Principal = 2 Vértice (-1, -2) Raíces: $x = -2$ y $x = 0$



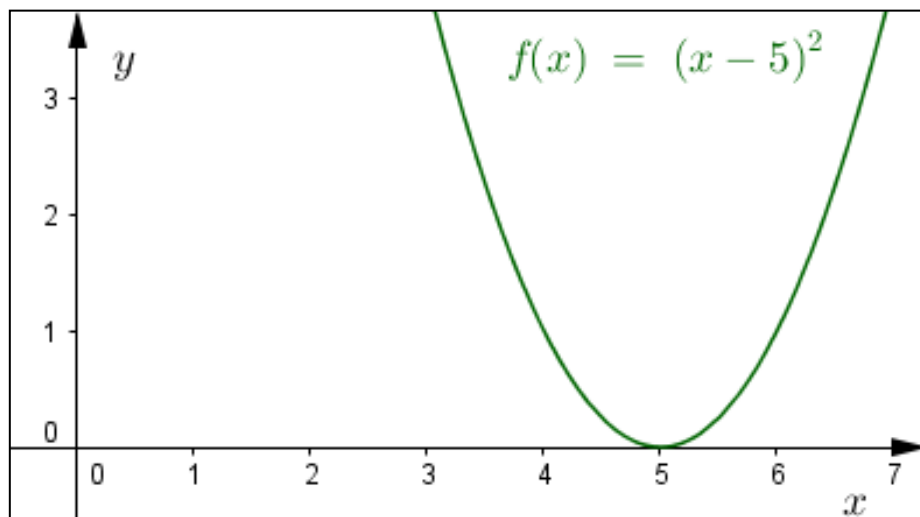
d) Coef. Principal = 1 Vértice (2, 4) Raíces: No Posee



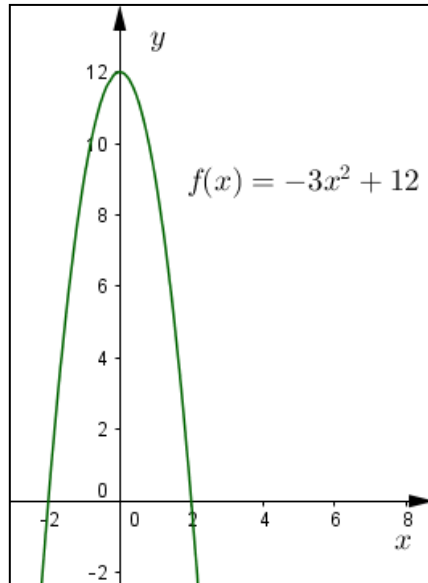
e) Coef. Principal = -1 Vértice (3 , 1) Raíces: $x = 2$ y $x = 4$



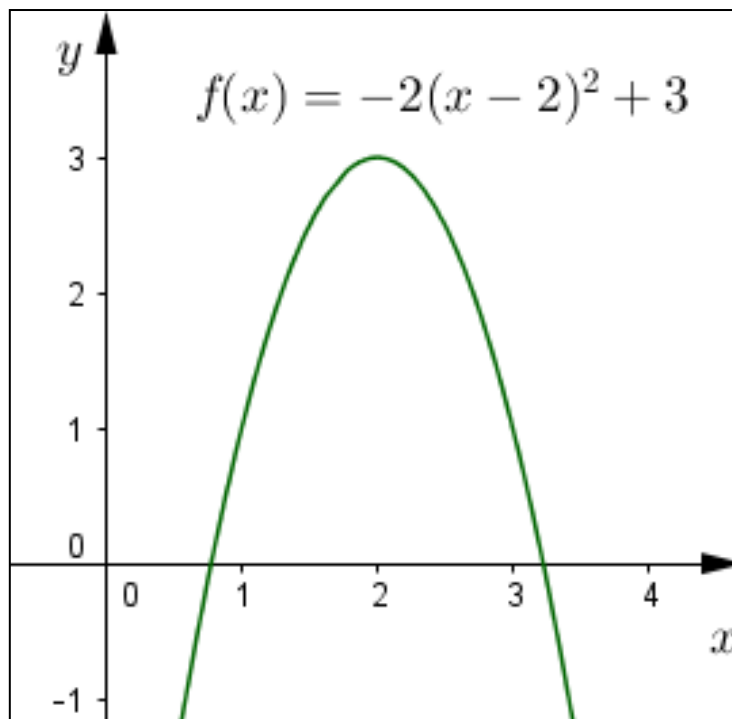
f) Coef. Principal = 1 Vértice (5 , 0) Raíces: $x = 5$



g) Coef. Principal = -3 Vértice (0 , 12) Raíces: $x = -2$ y $x = 2$

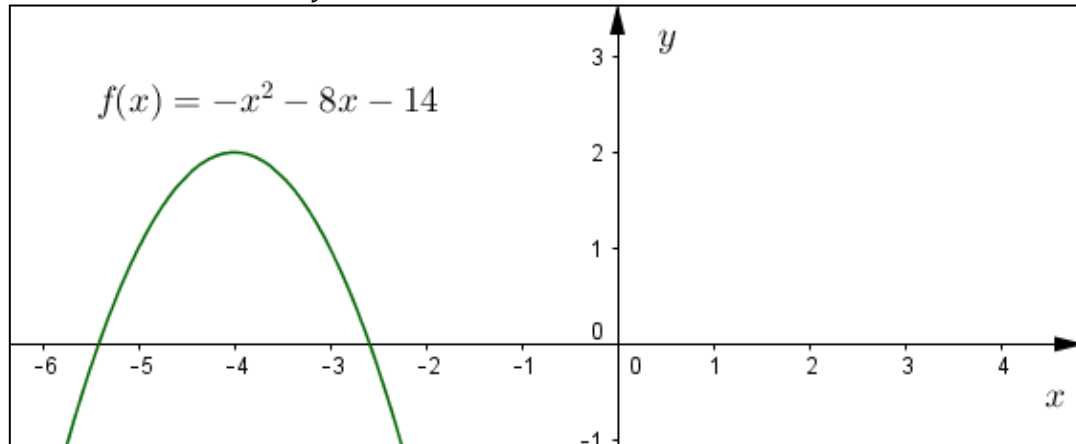


h) Coef. Principal = -2 Vértice (2 , 3) Raíces: $x \cong 0.78$ y $x \cong 3.22$

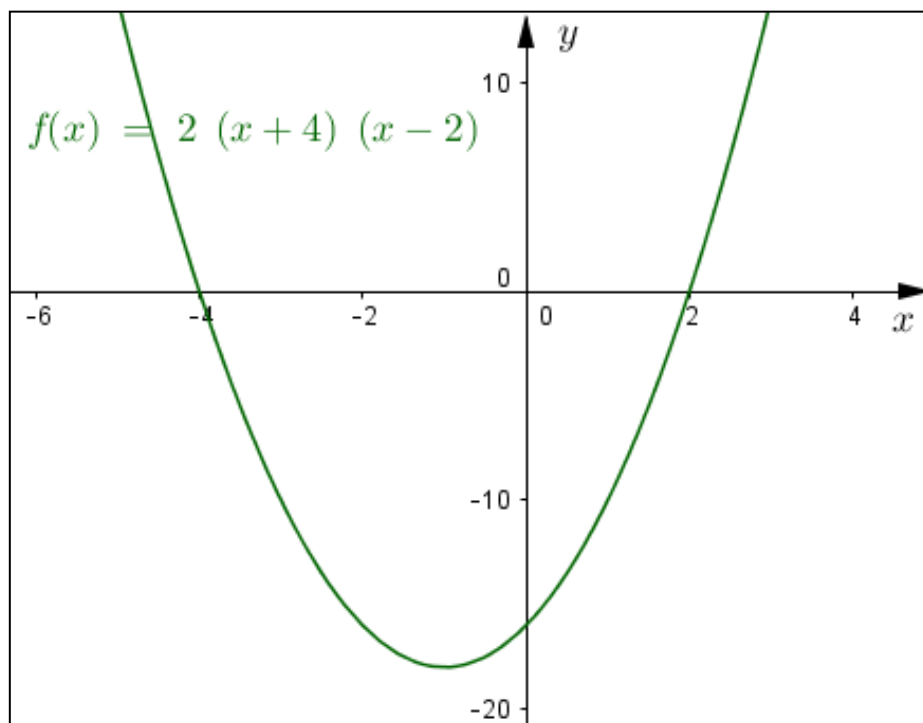


i) Coef. Principal = -1 Vértice (-4 , 2)

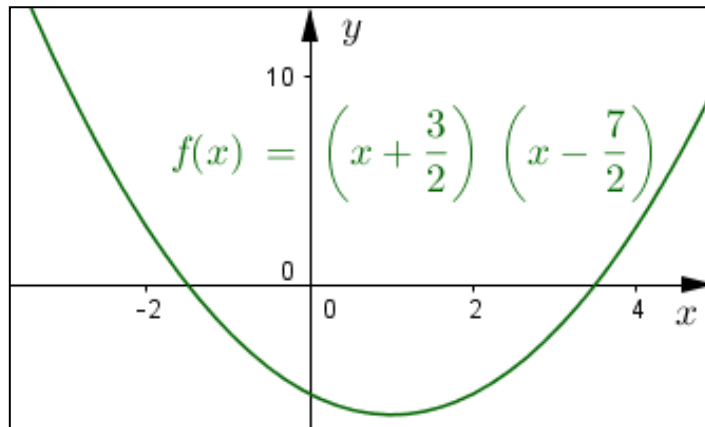
Raíces: $x \cong -4 - \sqrt{2}$ y $x \cong -4 + \sqrt{2}$



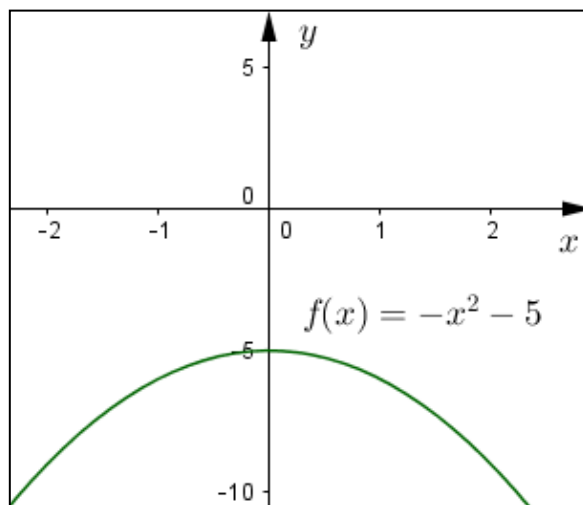
j) Coef. Principal = 2 Vértice (-1 , -18) Raíces: $x = -4$ y $x = 2$



k) Coef. Principal = 1 Vértice $(1, -6.25)$ Raíces: $x = -\frac{3}{2}$ y $x = \frac{7}{2}$



l) Coef. Principal = - 1 Vértice $(0, -5)$ Raíces: No Posee



Problema 2

Respuestas correctas:

I) $f(x) = (x - 4)^2 - 2$

III) $f(x) = x^2 - 8x + 14$

Problema 3

Forma polinómica	Forma estándar	Forma factorizada
$f(x) = -2x^2 + 12x - 10$	$f(x) = -2(x - 3)^2 + 8$	$f(x) = -2(x - 1)(x - 5)$
$f(x) = x^2 + 8x + 12$	$f(x) = (x + 4)^2 - 4$	$f(x) = (x + 6)(x + 2)$
$f(x) = x^2 + 10x + 21$	$f(x) = (x + 5)^2 - 4$	$f(x) = (x + 3)(x + 7)$
$f(x) = x^2 + 6x$	$f(x) = (x + 3)^2 - 9$	$f(x) = x(x + 6)$
$f(x) = x^2 - 3x - \frac{7}{4}$	$f(x) = (x - \frac{3}{2})^2 - 4$	$f(x) = (x + \frac{1}{2})(x - \frac{7}{2})$
$f(x) = 2x^2 + 16x + 32$	$f(x) = 2(x + 4)^2$	$f(x) = 2(x + 4)^2$

Problema 4

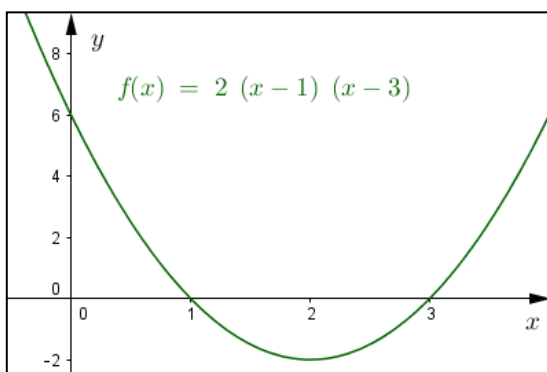
Dados los siguientes gráficos, hallar la ecuación correspondiente a cada parábola.

GRÁFICO A: $f(x) = (x - 2)^2$

GRÁFICO B: $f(x) = -(x - 6)^2 + 4$

Problema 5

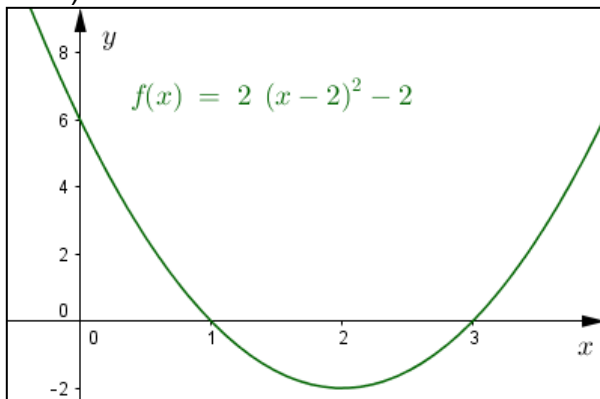
- $a = 2$
- Vértice = (2, -2) Raíces: $x = 1$ y $x = 3$
- Intersección con el eje y, (0,6)
-



e) $f(x) = 2(x - 2)^2 - 2$

Problema 6

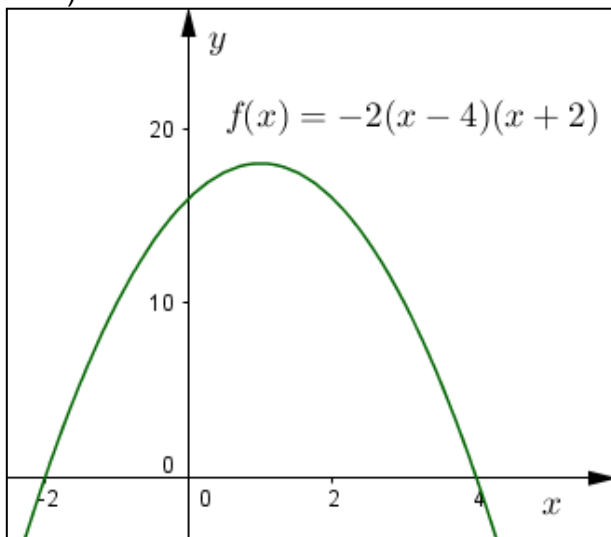
- a) $a = 2$
- b) Dom: $\mathbb{R}$
- c) Intersección con el eje de ordenadas, (0,6)
- d)



e) $f(x) = 2(x-1)(x-3)$

Problema 7

- a) $x = 4$ y $x = -2$
- b) Vértice: (1, 18) Forma estándar $f(x) = -2(x-1)^2 + 18$
- c)

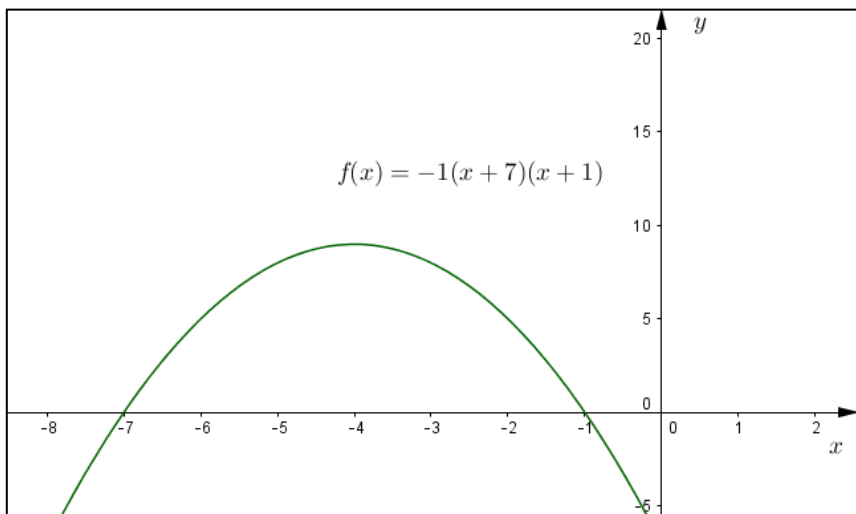


Problema 8

a) $f(x) = -1 \cdot (x + 7) \cdot (x + 1)$

b) Vértice $(-4, 9)$ Intersección con el eje de ordenadas : $(0, -7)$

c)



d) $x = -4$

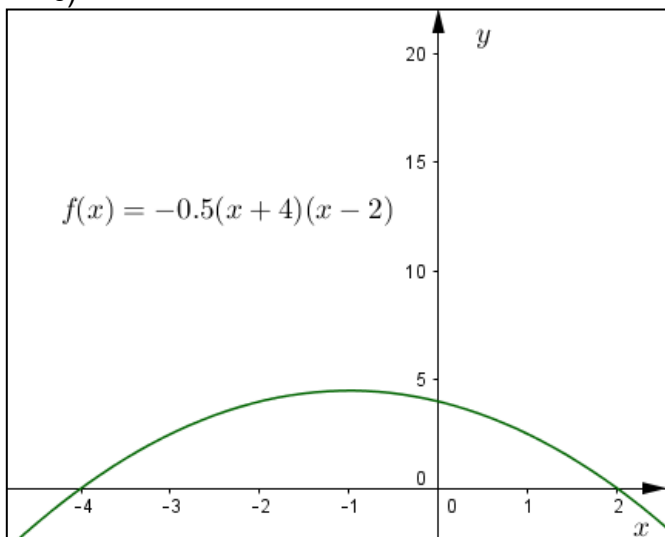
Problema 9

a) $a = -\frac{1}{2}$

b) Vértice: $(-1, \frac{9}{2})$

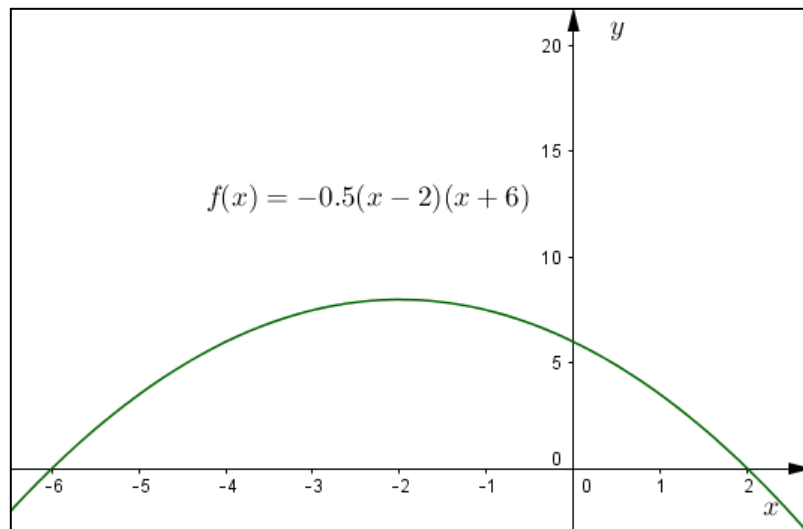
Forma estándar: $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot (x + 1)^2 + \frac{9}{2}$

c)



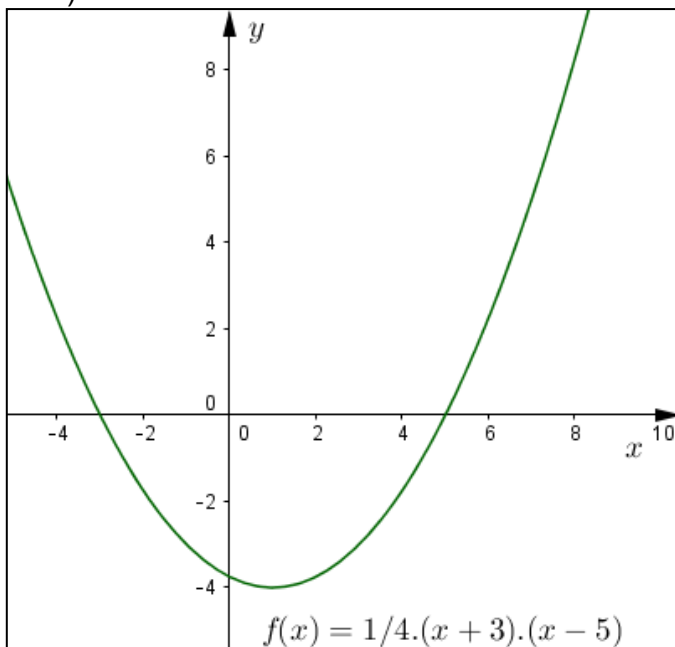
Problema 10

- a) $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot (x - 2) \cdot (x + 6)$
 b) Vértice: $(-2, 8)$
 c)



Problema 11

- a) $t = 5$
 b) $y_v = -4$ Forma estándar: $f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x - 1)^2 - 4$
 c)



Problema 12

$$f(x) = 2 \cdot (x - 1)^2 - 2$$

Problema 13

$$f(x) = 2 \cdot (x - 3)^2 + 4$$

Problema 14

- a) Solución: *Puntos* $(1, 0)$ y $(4, 6)$
- b) Solución: *Puntos* $(-6, 0)$ y $(-3, -6)$
- c) Solución: *Puntos* $(-8, -7)$ y $(-2, 5)$
- d) Solución: *Puntos* $(-4, 1)$ y $(-1, 4)$

Respuestas Complementarios

- 1) Falso
Falso
Verdadero
Falso
Verdadero

2) a) Dominio (f) : $[-3, 1) \cup (1, 3)$

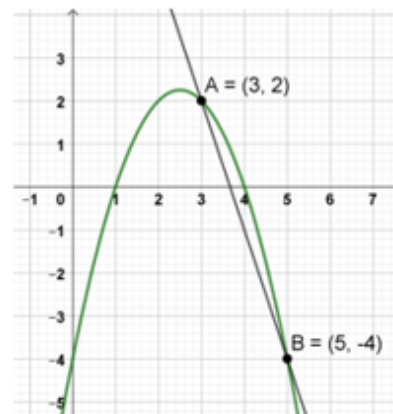
b)

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 - 1 & \text{si } 3 \leq x < 1 \\ -3x + 6 & \text{si } 1 < x < 3 \end{cases}$$

3) a) $f(x) = 2(x+4)^2 - 8$
 $f(x) = 2x^2 + 16x + 24$
 $f(x) = 2(x+6)(x+2)$

b) $f(x) = (x+1)^2 + 1$
 $f(x) = x^2 + 2x + 2$

4) $y = -3x + 11$
 $f(x) = -x^2 + 5x - 4$



5) $0 < \text{radio} \leq 20,77$