

COMPLEMENTO T.P. 7

Problema 1. a) Hallar la ecuación de la recta L_1 que pasa por los puntos $R(-3; 0)$ y $S(4; 14)$.

b) Determinar, si es posible, la ecuación de la recta L_2 que es perpendicular a la recta L_1 y pasa por el punto $M(-6; 4)$.

c) Decidir si el punto $P(-2; 2)$ pertenece a la recta L_1 . ¿Y a la recta L_2 ? Justifique.

d) Graficar ambas rectas en un sistema de ejes coordenados.

Problema 2. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.

a) La recta $L_1: 2y - 4x = 12$ es perpendicular a la recta $L_2: -3 + \frac{1}{2}y - x = 0$.

b) La recta $L_3: y + 9 = 2x$ es paralela a L_1 y pasa por el punto $(4, 1)$.

c) El área del triángulo que tiene por lados los ejes coordenados y a la recta L_1 es 9.

Problema 3. Dados los puntos $A(0; 6)$ y $B(6,3)$, se pide:

a) Hallar la ecuación de la recta L_1 que contiene a ambos puntos.

b) Sabiendo que el punto $C(4, y)$ pertenece a la recta L_1 , hallar la ordenada de dicho punto.

c) Escribir la ecuación de una recta L_2 paralela a L_1 y que pasa por el punto $D(4,8)$.

Problema 4. Dadas las rectas $L_1: y + 2x - 8 = 0$; $L_2: y - \frac{1}{2}x - 3 = 0$, se pide:

a) Graficar ambas rectas en un mismo plano coordenado.

b) Si las rectas se intersecan en el punto $T(2; 4)$ calcular el área del triángulo que queda determinado por ambas rectas y el eje de ordenadas.

c) Si las rectas se intersecan en el punto $T(2; 4)$ calcular el área del triángulo que queda determinado por ambas rectas y el eje de abscisas.

Problema 5. a) Si la recta $L_1: y = mx + 5$ y pasa por el punto $N(-\frac{2}{5}; 4)$ entonces la pendiente de dicha recta será:

a) $m = -5$ b) $m = -\frac{2}{5}$ c) $m = \frac{5}{2}$

- b) Graficar L_1 en un sistema de ejes coordenados.
c) Calcular el área del triángulo que tiene por lados los ejes coordenados y a la recta L_1 .

Problema 6. a) Hallar la ecuación de la recta L_1 que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a la recta L_2 determinada por los puntos $S\left(1; \frac{5}{4}\right)$ y $P(-4, 5)$.

b) ¿Es cierto que $L_3: y = \frac{4}{3}x - 2$ es paralela a L_1 ? Justificar.

Respuestas:

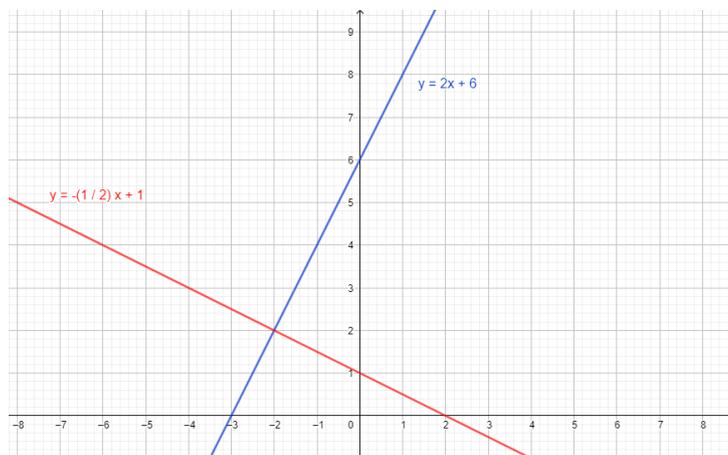
Problema 1:

a) $L_1: y = 2x + 6$

b) $L_2: y = -\frac{1}{2}x + 1$

c) El punto $P(-2; 2)$ pertenece a ambas rectas.

d)



Problema 2:

- a) Falsa, las rectas son coincidentes.
b) Falsa, la recta L_3 es paralela a L_1 , pero no pasa por el punto $(4, 1)$.
c) Verdadera.

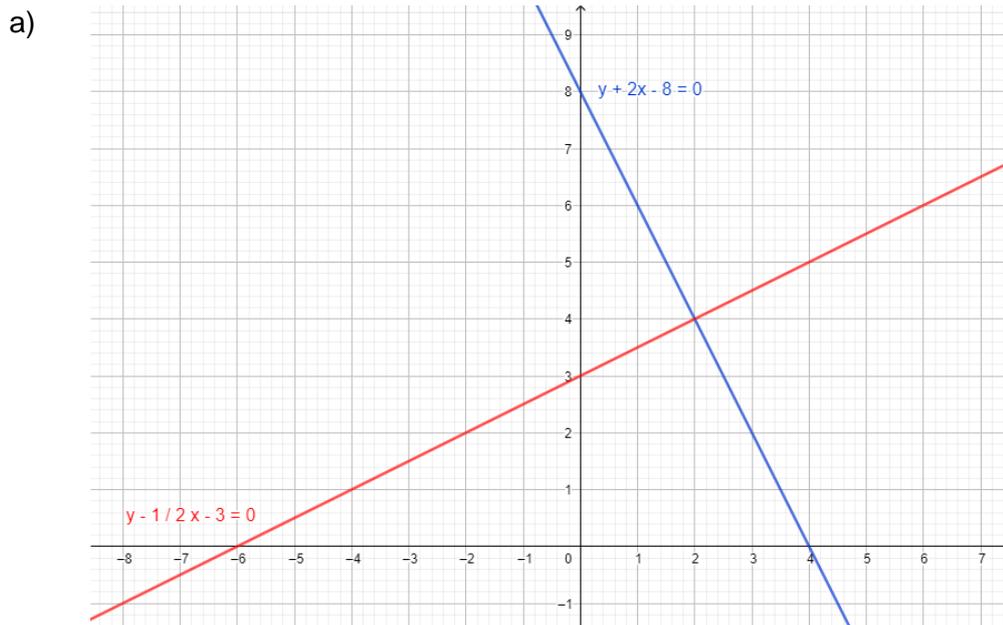
Problema 3:

a) La ecuación de la recta L_1 que contiene a ambos puntos es $y = -\frac{1}{2}x + 6$.

b) La ordenada del punto C es 4, es decir $C(4, 4)$.

c) La ecuación de una recta L_2 paralela a L_1 y que pasa por el punto $D(4,8)$ es $y = -\frac{1}{2}x + 10$.

Problema 4:

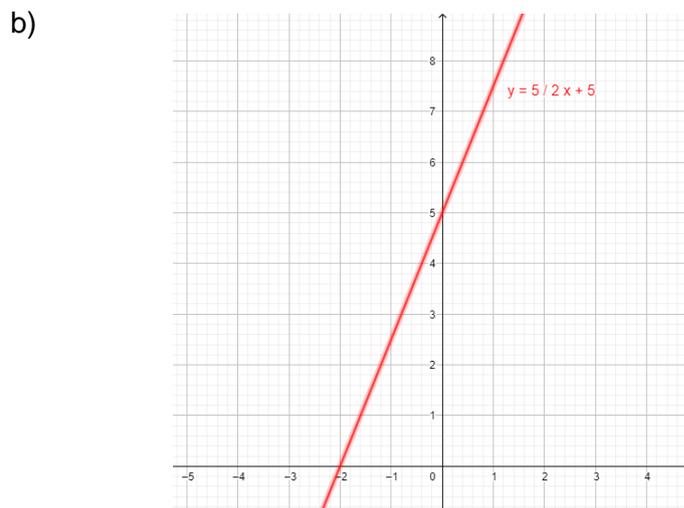


b) El área del triángulo que queda determinado por ambas rectas y el eje de ordenadas es 5.

c) El área del triángulo que queda determinado por ambas rectas y el eje de abscisas es 20.

Problema 5.

a) Opción c) $m = \frac{5}{2}$



c) El área del triángulo que tiene por lados los ejes coordenados y a la recta L_1 es 5.

Problema 6.

a) $L_1: y = \frac{4}{3}x$

b) Es cierto que L_3 es paralela a L_1 , pues tienen la misma pendiente.

COMPLEMENTO T.P.8**Problema 1**

Encuentre analíticamente el conjunto solución de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + 2 = 2y \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ -2y = 6x + 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - y = 3 \\ 4y - 2x = -12 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 5y + 6x = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = 14 - 3x \\ 2x + 3y = 14 \end{cases}$

h) $\begin{cases} x - 4y = 5 \\ -15 + 3x = 12y \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = \frac{11}{2} - \frac{5}{2}x \\ 2x - 3y = 12 \end{cases}$

i) $\begin{cases} \frac{x}{y} = -2 \\ 4x + y = x + 5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ y - 3x = -10 \end{cases}$

j) $\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y - 1 = 2 \end{cases}$

Problema 2

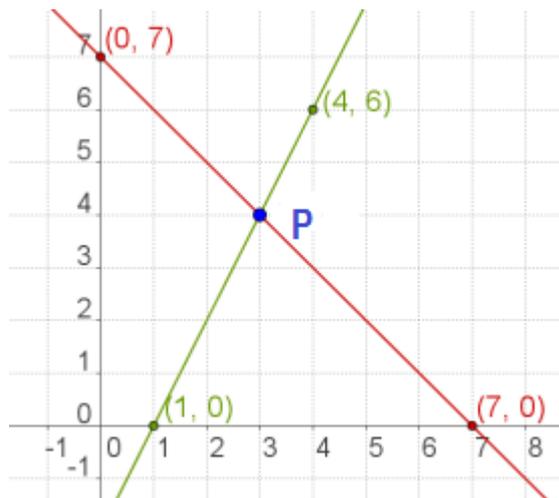
Dado el siguiente gráfico, se pide:

a) Halle la ecuación de la recta representada en color verde.

b) Halle la ecuación de la recta representada en color rojo.

c) Escriba el sistema de ecuaciones lineales halladas en los puntos a) y b)

d) Resuelva mediante un método analítico, el sistema de ecuaciones expresado en el punto c). Indique las coordenadas del punto P y verifique.



Problema 3

Indique si es verdadero o falso. Justifique la respuesta dada.

- a) El conjunto solución del sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 4y + 3x = 25 \end{cases}$ es el punto (3, 4)
- b) El conjunto solución del sistema $\begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$ es el punto (1,2)
- c) El conjunto solución del sistema $\begin{cases} 5x = 4 - 3y \\ 2x - 1 = y \end{cases}$ es el punto (-1,3)

Problema 4

Escriba un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cuya solución sea:

- a) Sol. = (3, -4)
- b) Sol. = $(3, \frac{1}{2})$

Respuestas

- 1 a) Sol. = (0, 1) b) Sol. = (0, -3) c) Sol. = (4, 2) d) Sol. = (3, -2) e) Sol = (3, -1)
- f) Sol = { } g) Sol. = $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ h) Infinitas Soluciones i) Sol. = (2, -1) j) Sol = (1, -2)
- 2 a) $y = 7 - x$ b) $y = 2x - 2$ c) $\begin{cases} y = 7 - x \\ y = 2x - 2 \end{cases}$ d) P= (3, 4)
- 3 a) V b) F c) F

COMPLEMENTO T.P.10

Problema 1) Determine el Dominio natural de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x^2-1}{\sqrt[3]{x}}$

b) $g(x) = \frac{x-5}{4+x}$

c) $h(x) = \frac{6.x-12}{\sqrt{2.x+10}}$

d) $t(x) = \sqrt{\frac{2.x-12}{x+5}}$

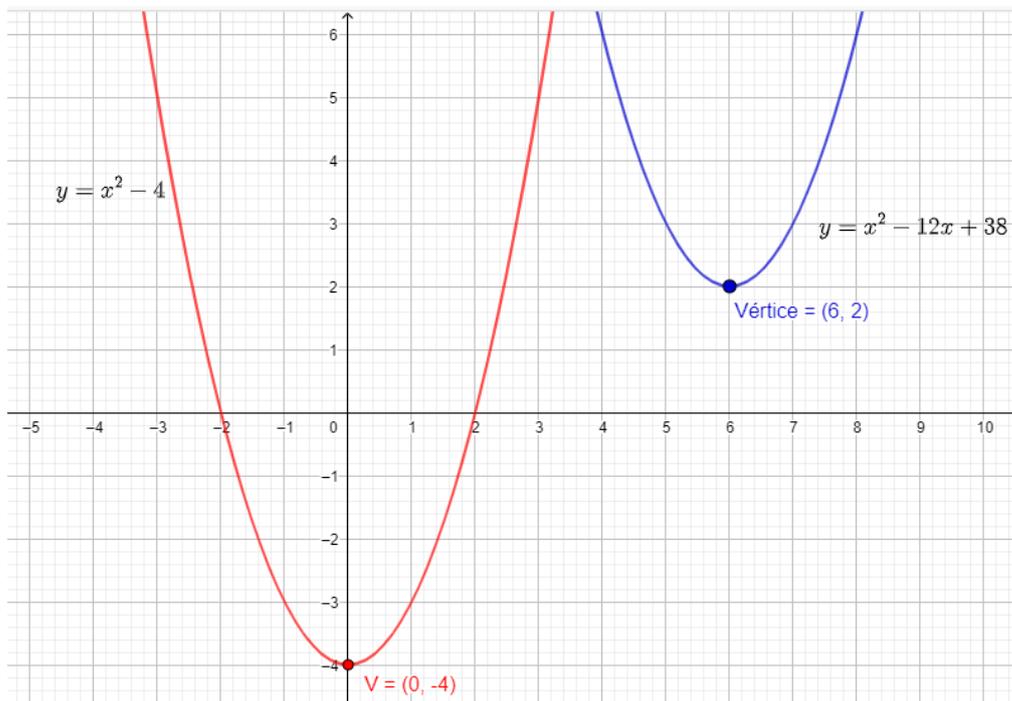
e) $l(x) = \frac{4}{x^2-10.x}$

Problema 2) Dada la función cuadrática $f(x) = x^2 - 3$, se pide:

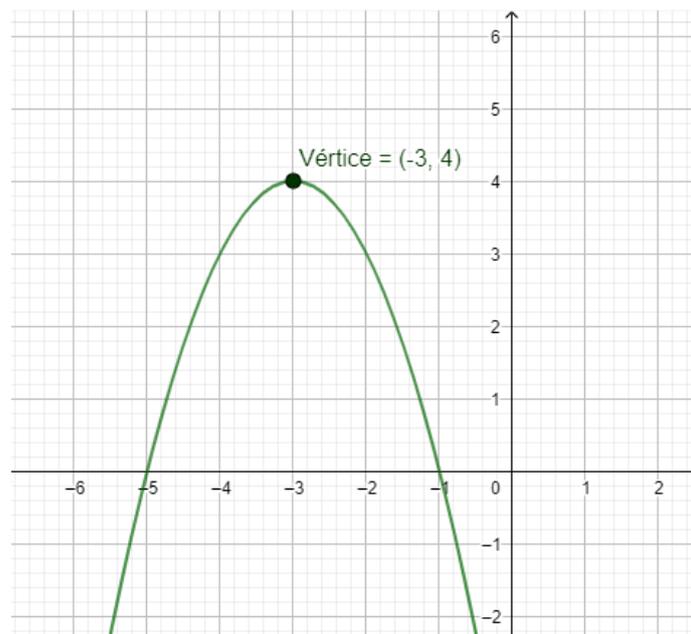
- Grafíquela en el plano coordenado.
- Si $f(x)$ sufre un desplazamiento horizontal de 3 unidades hacia la derecha y vertical de 8 unidades hacia arriba, ¿Cuál será la nueva función obtenida?
Escriba su ecuación y realice su gráfica.

Problema 3) A partir del análisis del gráfico dado, se pide:

- Identifique los desplazamientos sufridos por la función $y = f(x) = x^2 - 4$ hasta la obtención de la parábola azul con vértice (6 , 2)
- Verifique si la función obtenida es equivalente a: $y = f(x) = x^2 - 12x + 38$.



Problema 4) La función $y = f(x) = x^2$ sufrió varios desplazamientos hasta la obtención de la parábola que se muestra a continuación:



Indicar cuál o cuáles de las siguientes ecuaciones representa la parábola graficada:

a) $g(x) = -x^2 - 6x + 5$

b) $g(x) = -x^2 + 6x - 5$

c) $g(x) = -x^2 - 6x - 5$

d) $g(x) = -(x + 3)^2 - 4$

e) $g(x) = (x - 3)^2 + 4$

f) $g(x) = -(x + 3)^2 + 4$

g) $g(x) = -(x - 3)^2 - 4$

¿Qué tipos de transformaciones sufrió la función $y = f(x) = x^2$?

Respuestas:

Problema 1)

a) Dom de $f(x)$: $\mathbb{R} - \{0\}$

b) Dom de $g(x)$: $\mathbb{R} - \{4\}$

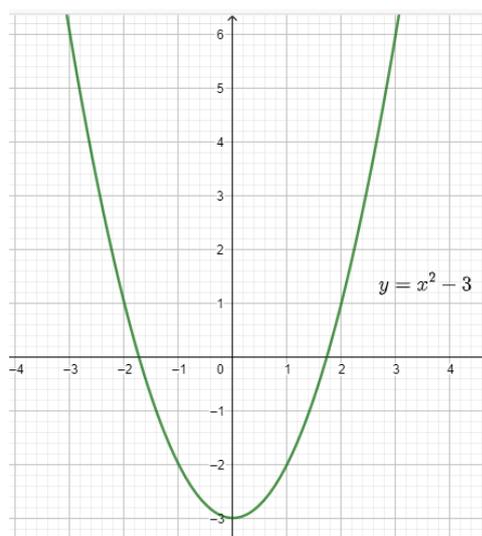
c) Dom de $h(x)$: $x > -5$ ó $(-5, \infty)$

d) Dom de $t(x)$: $(-\infty, -5) \cup [6, \infty)$

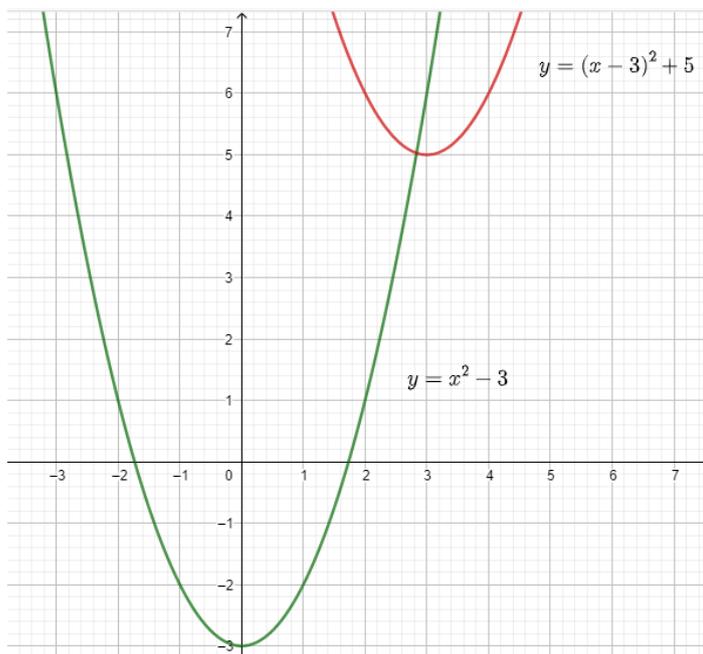
e) Dom de $l(x)$: $\mathbb{R} - \{0; 10\}$ ó $(-\infty, 0) \cup (0, 10) \cup (10, \infty)$

Problema 2)

a)



b)



Problema 3)

a) Se desplazó 6 unidades hacia la derecha y 6 unidades hacia arriba

b) A partir de la función: $y = f(x) = x^2 - 4$

Restamos 6 a la variable independiente (desplazamiento vertical) y obtenemos:
 $y = f(x) = (x - 6)^2 - 4$

Luego sumamos 6 a la función que corresponden al desplazamiento vertical y obtenemos: $y = f(x) = (x - 6)^2 - 4 + 6$

Obtenemos: $y = f(x) = (x - 6)^2 + 2$

Desarrollando: $y = f(x) = x^2 - 12x + 36 + 2$

Verifica la ecuación dada: $y = f(x) = x^2 - 12x + 38$

Problema 4)

Las opciones correctas son las c) y la f)

Se desplazó tres unidades hacia la izquierda, 4 unidades hacia arriba y una reflexión.

COMPLEMENTO T.P.11

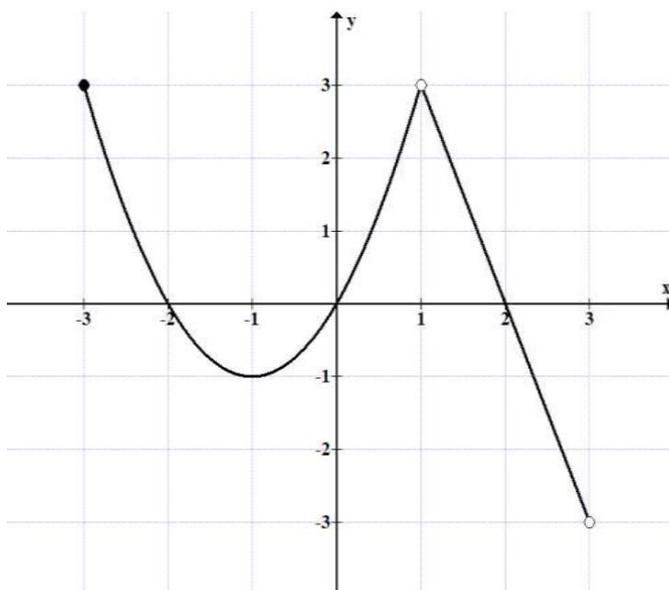
Problema 1

¿Verdadero o Falso? Si encuentra algún resultado falso, muestre la resolución correcta

Expresión de la función	Sabemos que	¿Es verdadero o falso?	V	F
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$V(-4, 5)$	Raíces: $x_1 = -1; x_2 = -6$		
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$V(1, 3)$ Las raíces son: $x_1 = -1; x_2 = 3$	$a > 0$		
$f(x) = a(x - h)^2 + k$	No tiene raíces reales	$\frac{-k}{a} < 0$		
$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	$f(x) = a(x - 3)(x + 5)$	Ecuación del eje de simetría: $x = 1$		
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$a > 0; V(0, 3)$	$c > 0; D < 0$		

Problema 2

La gráfica adjunta corresponde a una función f , de variable independiente x :

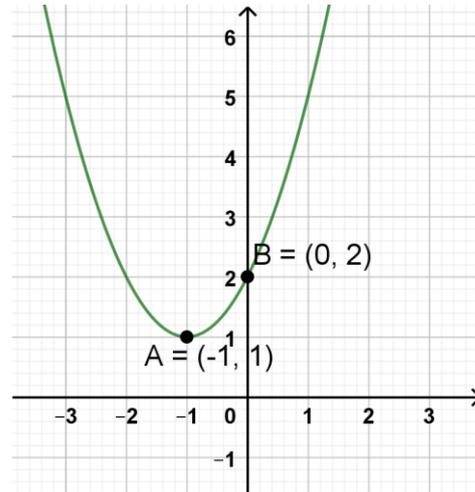
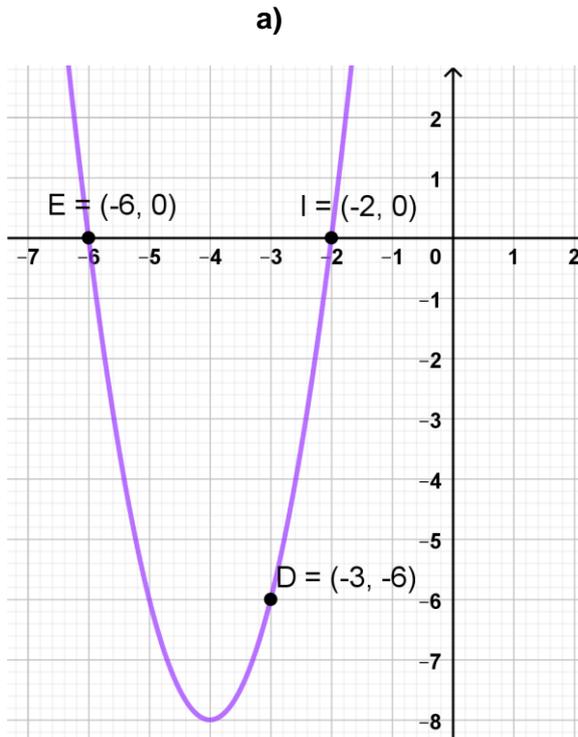


a) Indique Dominio y Rango de la función $f(x)$

- b) Escriba la expresión analítica de la función $f(x)$, sabiendo que su gráfica está formada por un arco de parábola y un segmento de recta

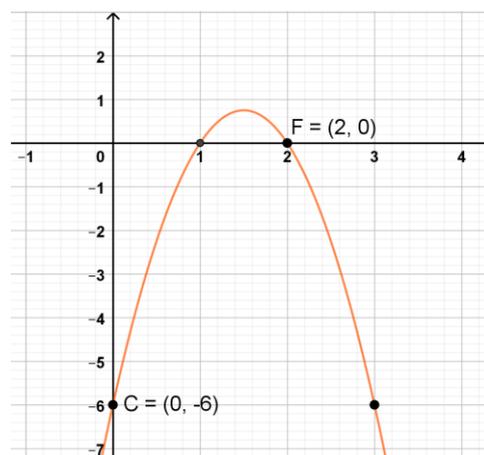
Problema 3

Las parábolas que se muestran a continuación corresponden a 3 funciones cuadráticas:



b)

c)



De ser posible, escriba la expresión analítica de cada función, en las tres formas estudiadas (polinómica, factorizada y estándar).

Problema 4

La gráfica de la función cuadrática $g(x) = -x^2 + bx - 4$ y la recta L , se cortan en los puntos $A(3, 2)$ y $B(5, -4)$

- Halle la ecuación de la recta y la expresión de la función cuadrática.
- Grafique la recta y la parábola en un mismo sistema.

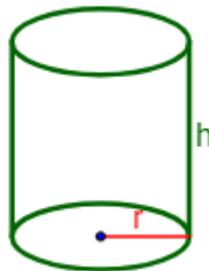
Problema 5

Para fabricar un depósito cilíndrico de cereales se necesitan materiales distintos para las bases y el lateral. El precio por metro cuadrado del material de las bases es de \$2, y el del lateral es de \$15.

Si se sabe que la altura del depósito debe ser de 10 metros, calcule aproximadamente, entre qué valores deberá oscilar la medida del radio (en metros), para que el costo del depósito no supere los \$25.000.

Aclaración: Los costos están expresados en miles de pesos.

Expresé los resultados con dos decimales.



RESPUESTAS:

- Falso
 - Falso
 - Verdadero
 - Falso
 - Verdadero

2) a) Dominio (f): $[-3, 1) \cup (1, 3)$

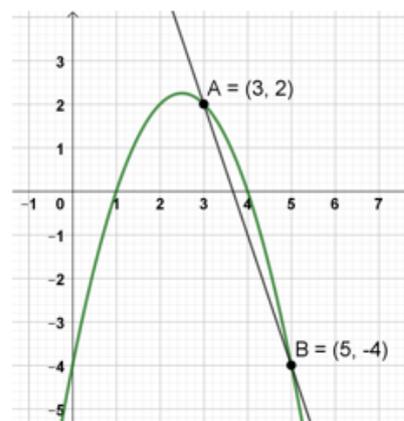
b)

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 - 1 & \text{si } 3 \leq x < 1 \\ -3x + 6 & \text{si } 1 < x < 3 \end{cases}$$

3) a) $f(x) = 2(x+4)^2 - 8$
 $f(x) = 2x^2 + 16x + 24$
 $f(x) = 2(x+6)(x+2)$

b) $f(x) = (x+1)^2 + 1$
 $f(x) = x^2 + 2x + 2$

4) $y = -3x + 11$
 $f(x) = -x^2 + 5x - 4$

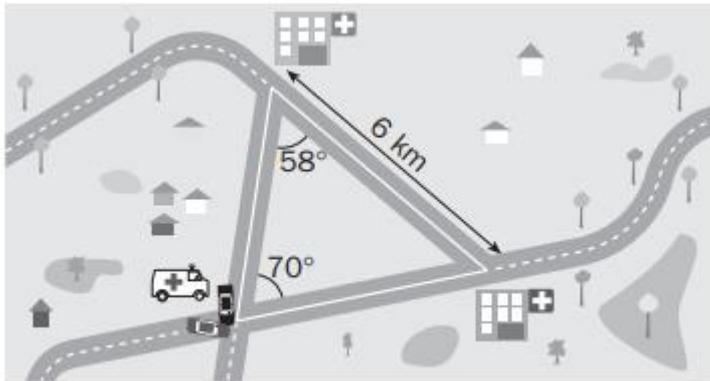


5) $0 < \text{radio} \leq 20,77$

COMPLEMENTO T.P.13

Problema 1

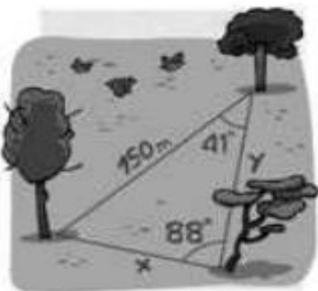
Una ambulancia está socorriendo a los heridos de un accidente de tráfico. Observa el mapa y señala cuál de los dos hospitales se encuentra más cerca del lugar del accidente.



Rpta: $d_1=5,415$ km; $d_2= 5,032$ km. Esta más cerca del accidente el hospital cuya distancia es d_2 .

Problema 2

Una parcela triangular está delimitada por tres arboles como se muestra en la figura. Sus dueños han decidido vallarla. Si la alambrada se vende en rollos de 50 metros, ¿cuántos rollos necesitan comprar? ¿Cuántos metros les sobrarán?



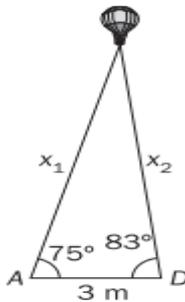
Rpta: Los dueños deben comprar aproximadamente 8 rollos de valla y sobrarán 34,89 metros.

Problema 3

Un globo sobrevuela una ciudad. Alberto lo observa con un ángulo de elevación de 75, y David, con un ángulo de elevación de 83. Alberto y David se encuentran a 3 metros el uno del otro.

a) Calcula a qué distancia se encuentra el globo de cada uno de ellos.

b) ¿A qué altura vuela el globo?



Rta: a) La distancia de Alberto al globo es de 7,949 m y la del globo a la de David es de 7,736 m. b) La altura del globo es de 7,678 m.

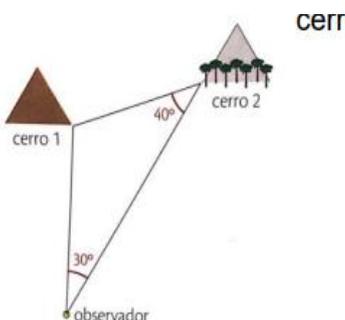
Problema 4

Una persona ubicada en una plaza observa dos casas, una de ella a 150m y la otra a 120m, formando un ángulo de 100° , aproximadamente. ¿A qué distancia se encuentran ambas casas?

Rpta: La distancia entre ambas casas es de aproximadamente 207,72 m.

Problema 5

Para determinar la distancia entre dos cerros, se tienen los datos que muestra el dibujo y se sabe que la distancia del observador al cerro 1 es 1km. ¿Cuál es la distancia entre los cerros?

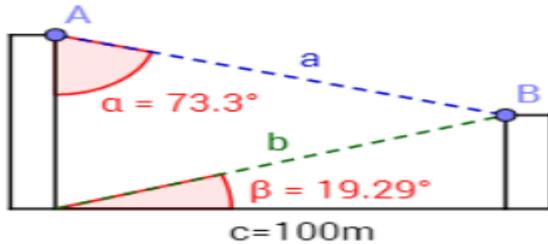


Rpta: La distancia entre los cerros es de aproximadamente 0,77km.

Problema 6

Miguel desea calcular la altura de dos edificios que están situados a 100 metros el uno del otro. Como tiene acceso al edificio más alto, observa que desde la azotea de dicho edificio se avista la azotea del otro bajo un ángulo

de $\alpha=73,3^\circ$. Desde la base del mismo edificio, se ve la azotea del otro edificio bajo un ángulo de $\beta=19,29$. Como muestra la siguiente figura:

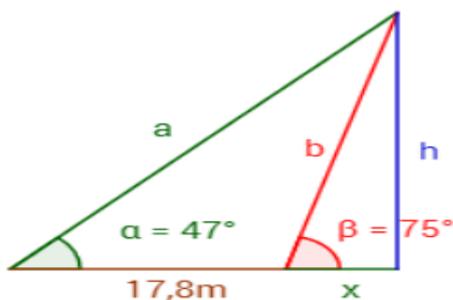


- ¿Puede Miguel calcular la altura de los edificios con los tres datos con los que cuenta?
- En caso afirmativo, ¿cuál es la altura de cada uno?

Rta: a) Si es posible calcular la altura de los edificios. b) Edificio chico: 34,96m; Edificio alto: 64,92m.

Problema 7

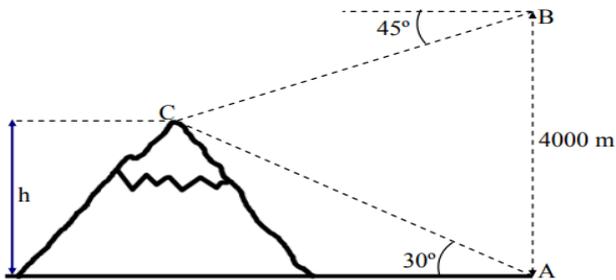
Desde una determinada distancia, una bandera situada en la parte superior de un torreón se observa con un ángulo de 47° . Si nos acercamos 17,8 metros al torreón, la bandera se observa con un ángulo de 75° . Calcular la altura a la que se encuentra la vadera.



Rta: La bandera se encuentra aproximadamente a 26,78 m de altura.

Problema 8

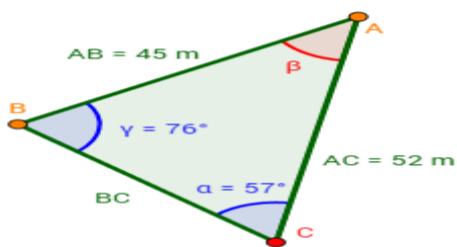
Teniendo en cuenta la siguiente representación, halle la altura de la montaña:



Rta: La altura de la montaña es de 1464m.

Problema 9

Cesar y Franco deciden competir en carreras alrededor de un parque. El parque tiene forma de triángulo con vértices A , B y C , ángulos $\alpha = 57^\circ$ y $\gamma = 76^\circ$ y lados $AC = 52$ m y $AB = 45$ m, como se muestra a continuación:



Cesar parte del vértice A y Franco parte del vértice B . La meta para ambos es el vértice C , pero cada uno debe pasar por el vértice del cual partió el otro antes de dirigirse hacia C . Si los dos corren a la misma velocidad y salen al mismo tiempo, ¿cuál de los dos amigos ganará la competición?

Rta: La competición la ganará Cesar ya que la distancia que recorrerá es de 84,21 m y la de Franco es de 97 m.