COMPLEMENTO T.P. 1

Problema 1.

Resuelva la siguiente ecuación aplicando propiedades de módulo, para todos los $x \in (4{,}10)$:

$$|x+2|-|x-12|+|2x-22|=x+36$$

Problema 2.

Elimine las barras de valor absoluto utilizando las propiedades correspondientes, para $1 \leq x < 6$ y resuelva luego la siguiente ecuación: $|x-8|+|3x|-|4x+1|=5$

Problema 3.

Dada la siguiente ecuación

$$\frac{4\,|x-6|-|-2x+12|}{|-3|\,3}=|-2|$$

Se pide:

a) Simplifíquela aplicando propiedades del valor absoluto. Y exprese en lenguaje ordinario qué significa esa expresión simplificada.
b) Halle su conjunto solución y represéntelo sobre la recta numérica.

Problema 4.

Dada la siguiente ecuación

$$|49-7x|-|x-7|=|-12|$$

Se pide:

a) Simplifíquela aplicando propiedades del valor absoluto. Y exprese en lenguaje ordinario qué significa esa expresión simplificada.
b) Halle su conjunto solución y represéntelo sobre la recta numérica.

Problema 5

Aplicar propiedades de módulo y resolver la siguiente ecuación:

$$|6.x-30|-\frac{|7.x-35|}{|-3-4|}=|-8-7|$$

Problema 6

Elimine barras de valor absoluto y simplifique las siguientes expresiones, utilizando las propiedades correspondientes:

a) $\frac{|x-5|}{|5-x|}$

b) Para valores de $x \in (-6{,}2)$:

$$|x-4|-|2x+12|-|6-x|$$

Problema 7

Dada la expresión *"La distancia entre el triple de un número y el número -5 es de 4 unidades".*

a) Simbolícela en lenguaje matemático.
b) Dé el o los valores que hacen verdadera la expresión.

Respuestas

1) x=-24
2) 2) x=1
3) a) Números cuya distancia al 6 es igual a 9 unidades. b) x=15 , x=-3
4) a) Números cuya distancia al 7 es igual a 2 unidades. b) x=9 , x=5
5) a) Números cuya distancia al 5 es igual a 3 unidades. b) x=2 , x=8
6) a)1 b) -2x-14
7) a)$|3x+5|=4$ b) x=-1/3 , x=-3

COMPLEMENTO T.P. 2

Problema 1

Si las variables x e y representan números reales con x ≠ 0 e y ≠ 0, simplifique completamente la siguiente expresión, eliminando raíces y exponentes negativos:

a) $\dfrac{(pq^2r^{-1})^2(pqr^{-1})^{-1}}{\sqrt{p}(q^{-3}r)^{-3}}$ b) $\dfrac{\sqrt{5x^{-2}y}\ .\ \sqrt[3]{\frac{1}{5}x^2y^{-1}}}{\sqrt[6]{5y^{-5}}}$

Problema 2

Sean $\boldsymbol{t}=\dfrac{\sqrt[4]{(-2)^2}.(2^{x+2})^2}{2^{2x-2}.2^6}$ y **p =** $(\mathbf{1}+\sqrt{\mathbf{8}})^{\mathbf{2}}-\mathbf{9}+\sqrt{\mathbf{32}}$

Sin usar aproximaciones y mostrando todos los pasos de la resolución, comprobar que

$$\mathbf{t + p = 9\sqrt{2}}$$

Problema 3

Indique el valor de verdad de la siguiente proposición y justifique:

a) $\dfrac{\sqrt{a}.\ \sqrt[3]{b}\ .a^{-1}.b^{\frac{-2}{3}}}{a^{\frac{-3}{2}}\ .b^{\frac{-4}{3}}}=\ a^2.\sqrt{b}$

Problema 4

a)Simplifique la siguiente expresión:

$$\frac{(x^{a+b})^2(y^{a+b})^2}{(xy)^{2a-b}}$$

b)¿Qué valor debe tomar b para que la expresión del inciso anterior sea igual a xy?

Problema 5

Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones y justifique:

a) $\left| x\sqrt{3}-\sqrt{12}\right| = \sqrt{3}|x-2|$

b) $\frac{\sqrt{x^3}\,\sqrt[3]{y}\,x^{-2}\,\sqrt[3]{y}}{\sqrt{y^{-3}}\,x^{\frac{-3}{4}}} = x^4.\sqrt[3]{y^2}$

c) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \sqrt{3}$

Respuestas

1)a) $\frac{r^2\sqrt{p}}{q^6}$ b) $\frac{y}{\sqrt[3]{x}}$

2) Se verifica

3) Falso, da por resultado ab

4)a) $x^{3b}\,.\,y^{3b}$ b) $b = \frac{1}{3}$

5) a)Verdadero, $\left|x.\sqrt{3}-2\sqrt{3}\right| = \sqrt{3}\,|x-2|$

b) Falso, da por resultado $\sqrt[4]{x}\,.\,y^{\frac{3}{2}}$

c) Falso, da por resultado $\sqrt{3}+1$

COMPLEMENTO T.P. 3

Considere las siguientes expresiones en la variable x:

a) Simplifíquelas obteniendo para cada una de ellas una expresión equivalente a la dada.

b) Indique en cada caso para que valor/es de la variable x la expresión no tiene sentido

1) $A(x) = \frac{x^3+4x^2-21x}{x^3-9x} \div \left(\frac{x^2+6x+9}{x^2-49}\right)^{-1}$

2) $A(x) = \frac{2-x+\frac{x^2}{2+x}}{4-\frac{4}{2+x}}$

3) $A(x) = \frac{x^2-2x+1}{x^3+x^2}\left(\frac{x^2+x-2}{3x^2-3}\right)^{-1}\left(\frac{x-1}{x^3+2x^2}\right)^{-1}$

4) $A(x) = \frac{x^2-9}{x^2-4}\left(\frac{x+3}{2x-4}\right)^{-1} + \frac{10}{x+2}$

5) $A(x) = \left(1-\frac{x}{x+2}\right)\left(\frac{-2x}{x+1}+\frac{2x+3}{x+2}\right)^{-1}$

6) $A(x) = \frac{3}{2x+2} - \frac{1}{4x-4} - \left(\frac{8-8x^2}{4}\right)^{-1}$

7) $A(x) = \frac{3+\frac{4}{x-1}}{\frac{x}{x+1}-\frac{x+1}{x-1}}$

Respuestas

$1)Rta$: $a)x \neq -3; 3; -7; 7; 0$ $b) = A(x) = \frac{x+3}{x-7}$

$2)Rta$: $a)x \neq -2$ $b) = A(x) = \frac{1}{x+1}$

$3)Rta$: $a)x \neq -1; 1; -2; 0$ $b) = A(x) = 3(x-1)$

$4)Rta$: $a)x \neq -3; -2; 2$ $b) = A(x) = 2$

$5)Rta$: $a)x \neq -3; -1; -2$ $b) = A(x) = \frac{2(x+1)}{x+3}$

$6)Rta$: $a)x \neq -1; 1$ $b) = A(x) = \frac{5}{4(x+1)}$

$7)Rta$: $a)x \neq -1; 1; -\frac{1}{3}$ $b) = A(x) = -x-1$

COMPLEMENTO T.P. 4

Problema 1

Resuelva las siguientes ecuaciones y verifique si las soluciones obtenidas satisfacen la ecuación original:

a) $\left|-\frac{1}{4}x - 1\right| = 10$

b) $(x-1)^2 = 4$

Problema 2

Considere la siguiente ecuación cuadrática en la variable k : $-2x^2 + 6x + k = 0$

Siendo k un parámetro desconocido, se pide:

a) Halle el valor del parámetro k para que $x = -1$ sea solución de la ecuación dada.

b) Halle todos los valores que puede tomar el parámetro k para que la ecuación tenga dos soluciones reales y distintas.

c) Halle las soluciones de la ecuación para el caso en que $k = 0$.

Problema 3

Considere la siguiente ecuación en la variable x : $-x^2 - 7x + l = 0$

Siendo l un parámetro desconocido, se pide determinar para qué valores de l la ecuación no tiene solución real. Justifique detalladamente su respuesta.

Problema 4

Complete el cuadrado en la siguiente expresión cuadrática en la variable x y resuélvala:

$$x^2 + 8x + 15 = 0$$

Respuestas

1a) $x = -44, \quad x = 36$ b) $x = -1, \quad x = 3$

2) a) $k = 8$ b) $m > \frac{-18}{4}$ c) $x_1 = 0 \; ; \; x_2 = 3$.

3) $l < \frac{-49}{4}$

4) $x_1 = -5 \; ; \; x_2 = -3$

COMPLEMENTO T.P. 5

Problema 1

Considere la desigualdad sobre **R:** $\boldsymbol{x^2 - 2x - 15 \leq 0}$

a)Verificar que x=-5 no es solución de la inecuación
b)Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Problema 2

Considere la desigualdad sobre **R:** $(5 - x)(x + 7) \leq 0$
a)Verificar que x=7 es solución de la inecuación
b)Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Problema 3

Considere la desigualdad sobre **R:** $\frac{x+2}{2-x} < 3$

a)Verificar que x=-2 no es solución de la inecuación
b)Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Problema 4

Considere la desigualdad sobre **R:** $\boldsymbol{|2x - 3| \geq 5}$

a)Resuelva e indique el conjunto solución expresándolo en forma de intervalo.

Respuestas

1.b)S= $[-3; 5]$

2.b)S= $(-\infty; -7] \cup [5; +\infty)$

3.b)S= $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

4.a)S= $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

COMPLEMENTO T.P. 6

Problema 1

Representar todos los puntos del plano real cuya distancia al punto (2,2) sea igual a 1.

Problema 2

Probar que los puntos: *A*(1 ; 7) , *B*(4 ; 6) y *C*(1 ; -3) pertenecen a una circunferencia de centro *O*(1 ; 2) .

Problema 3

Determinar la condición para que los puntos *A*(0 ; α) y *B*(1 ; 2) disten una unidad.

Problema 4

Identificar si el punto A(2 ; 4) pertenece a la región del plano $x^2 - 9 > 0$. Justificar gráficamente.

Problema 5

¿La siguiente ecuación: $x^2 + 2x + y^2 = 2$, es la ecuación de una circunferencia? En caso afirmativo, ¿cuál es su centro y radio?

Problema 6

Determinar el centro $(\alpha\,;\,-2)$de una circunferencia, sabiendo que el punto (2 ; 1) pertenece a la misma y su radio es $\sqrt{10}$.

Problema 7

Los vértices de un rectángulo se encuentran en los puntos A(8 ; 10) , B(-6 ; 10), C(-6 ; -6) y D(8 ; -6). ¿Cuál es su perímetro y su área?

Respuestas

1) Todos los puntos del plano real cuya distancia al punto (2 ; 2) sea igual a 1, por definición de circunferencia, son todos los puntos de una circunferencia de radio 1 y centro (2 ; 2). Por lo tanto serán todos los pares ordenados (x ; y) que satisfagan la ecuación de dicha circunferencia: $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$, como por ejemplo el punto (2 ; 3).

2) Para determinar que los puntos A; B y C pertenezcan a la circunferencia de centro O(1 ; 2), todos ellos deben tener la misma distancia a dicho punto. Entonces:

$$\left.\begin{aligned} d(A\,,O) &= \sqrt[2]{(1-1)^2 + (7-2)^2} = \sqrt[2]{0+25} = 5 \\ d(B\,,O) &= \sqrt[2]{(4-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt[2]{9+16} = 5 \\ d(C\,,O) &= \sqrt[2]{(1-1)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt[2]{0+25} = 5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{Todos tienen la}$$

misma distancia y pertenecen entonces a la circunferencia: $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$

3) La distancia entre estos dos puntos del plano es : $d(A\,,B) = \sqrt[2]{(0-1\,)^2 + (\alpha - 2\,)^2} = 1 \;\Longrightarrow$

$= \sqrt[2]{\;1 \qquad + (\alpha - 2\,)^2} = 1$ Elev. Al cuadrado

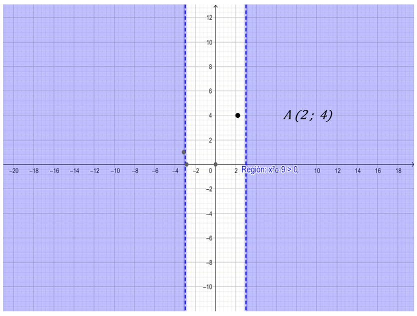
$= \quad 1 \qquad + (\alpha - 2\,)^2 \quad = 1$ Resuelvo la ecuación

$= \qquad (\alpha - 2\,)^2 \quad = 0$

$\alpha - 2 \qquad = 0$

$\alpha \qquad = 0$

4) Si el punto A(2 ; 4) pertenece a la región del plano $x^2 - 9 \; > 0$, tendrá que verificar que $x^2 \; > 9$, es decir que $\;x > 3\;$ o $\;x < -3\;$. En este caso vemos que el punto A(2 ; 4) NO pertenece a esta región, cosa que podemos verificar en el siguiente gráfico:



5) Sabemos que tenemos que completar los cuadrados en $\;x^2 + 2x + y^2 = 2$. En este caso hacemos: $x^2 + 2x + 1 + y^2 = 2 + 1$ Resolviendo y agrupando nos queda: $(\,x + 1)^2 + (\,y - 0)^2 = 3$ que es la ecuación de una circunferencia de centro (-1 ; 0) y radio $\sqrt{3}$

6) Si reemplazamos en la ecuación de la circunferencia por su centro $(\alpha\,; -2\,)$ y su radio $\sqrt{10}$, nos queda: $(\,x - \;\alpha)^2 + (\,y + 2)^2 = \;\sqrt{10}$. Como el punto (2 ; 1) pertenece a la circunferencia, debe verificar la misma. Entonces reemplazando en la ecuación anterior: $(\,2 - \;\alpha)^2 + (\,1 + 2)^2 = \;\sqrt{10}$. Resolvemos la ecuación y hallamos que $\alpha \quad = 1$

7) El perímetro de un rectángulo es $: 2.\,(B \; + \; h)$ y su superficie es : $B.h$, siendo B la base del rectángulo y h su altura. Hallando la distancia entre los puntos, nos queda que $B \; = \; 14$ y la $\; h \; = \; 16$. Por lo tanto reemplazamos en las fórmulas anteriores y determinamos que el perímetro es 60 $unidades$ y la superficie 224 u^2