

## T. P. Nº 7

### CIRCUNFERENCIA - SISTEMAS MIXTOS : RECTA- CIRCUNFERENCIA

*Páginas del Stewart 6ª Edición: 88, 89, 90 y 94*

**Problema 1)** Lea atentamente el ejemplo 9 b de la página 89 y responda:

¿Cuáles deberían ser las coordenadas del punto **Q** para que el centro de la circunferencia sea el punto (2; 2)? y, dada la modificación del centro, ¿cuánto mediría el radio?

**Problema 2)** En el ejemplo 10 de la página 90 del libro se muestra el procedimiento para identificar la ecuación de una circunferencia. Desarrolle la misma operación para determinar el centro y el radio de la circunferencia, efectuando en cada caso las siguientes modificaciones (siempre partiendo de la ecuación original):

- Igualé la ecuación a uno.
- Convierta en cero al tercer término de la ecuación.

**Problema 3)** Complete el siguiente cuadro:

Ecuación General de la Circunferencia	Ecuación canónica de la Circunferencia	Centro	Radio
$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$	$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	$C(h; k)$	$r$
$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$			
$4x^2 + 4y^2 - 4x - 8y - 11 = 0$			
		$(-3; -2)$	$\sqrt{5}$
	$(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 2,25$		
	$x^2 + (y - 5)^2 = 1$		

**Problema 4)** Encuentre la ecuación de la circunferencia que contiene al punto  $P(1; -2)$  y tiene su centro en  $C(2; 0)$ . Construya el gráfico.

**Problema 5)** Los extremos del diámetro de una circunferencia son los puntos  $A(-5; 3)$  y  $B(3; 1)$ . ¿Cuál es la ecuación de esta circunferencia? Grafique.

**Problema 6)** Determine cuál de las siguientes opciones es la correcta. Justifique:

La igualdad dada por:  $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 50$  representa:

- a) Una circunferencia de radio  $\sqrt{50}$  que pasa por el punto  $P(5,3)$
- b) Una circunferencia con centro en  $(-2,4)$  y radio 50.
- c) Una circunferencia con centro en  $(2,-4)$  y radio  $5\sqrt{2}$ .

**Problema 7)** a) Resuelva el ejercicio 64 de la página 117 y determine cuál de las siguientes opciones es la correcta:

La ecuación de la recta tangente a la circunferencia  $x^2 + y^2 = 25$  en el punto  $P(3, -4)$  es:

i)  $y = \frac{3}{4}x - \frac{25}{4}$

ii)  $y = -\frac{4}{3}x$

iii)  $y = \frac{3}{4}x + 6$

b) Determine analíticamente si la recta  $t: -4x + 3y = 7$  es tangente a la circunferencia  $C: (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$  en el punto  $T(-1; 1)$ . Grafique

**Problema 8)** Explique por qué la recta de ecuación  $x - y = 0$  es exterior a la circunferencia  $C: (x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 4$ . Grafique.

**Problema 9)** Escriba la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el punto de intersección de las rectas:

$L_1: x + 3y + 3 = 0$  y  $L_2: x + y + 1 = 0$ , sabiendo que el punto  $R(4, -4)$  pertenece a la circunferencia. Grafique.

**Problema 10)** Dada la ecuación de la circunferencia:  $(x - a)^2 + (y + 3)^2 = 16$ , y sabiendo que el punto  $P(2, 1)$  pertenece a dicha circunferencia, se pide:

- a) Halle las coordenadas del centro e indique el valor del radio.
- b) Grafique la circunferencia en un plano coordenado.
- c) Halle la ecuación de una recta tangente a la misma en el punto  $R(-2, -3)$ .
- d) Escriba la ecuación de otra circunferencia concéntrica a la dada pero de radio 6. Grafique.

**Problema 11)** a) Encuentre la ecuación de la circunferencia de centro  $C(2; 1)$ , sabiendo que es tangente a la recta  $t: x - y + 4 = 0$ . Grafique ambas figuras.

**Problema 12)** a) Halle la ecuación de la circunferencia que contiene al punto  $P(-3; 4)$  y es concéntrica con la circunferencia de ecuación

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y = 6.$$

b) Grafique ambas circunferencias.

**Problema 13)** Halle la ecuación de una circunferencia sabiendo que, las coordenadas del punto de tangencia de la misma con el eje de abscisas son  $(2,0)$ , y el punto  $R(2,6)$  pertenece a la circunferencia. Grafique.

**Problema 14)** Dada la circunferencia  $C: x^2 + y^2 + 6x - 4y = 3$ , se pide:

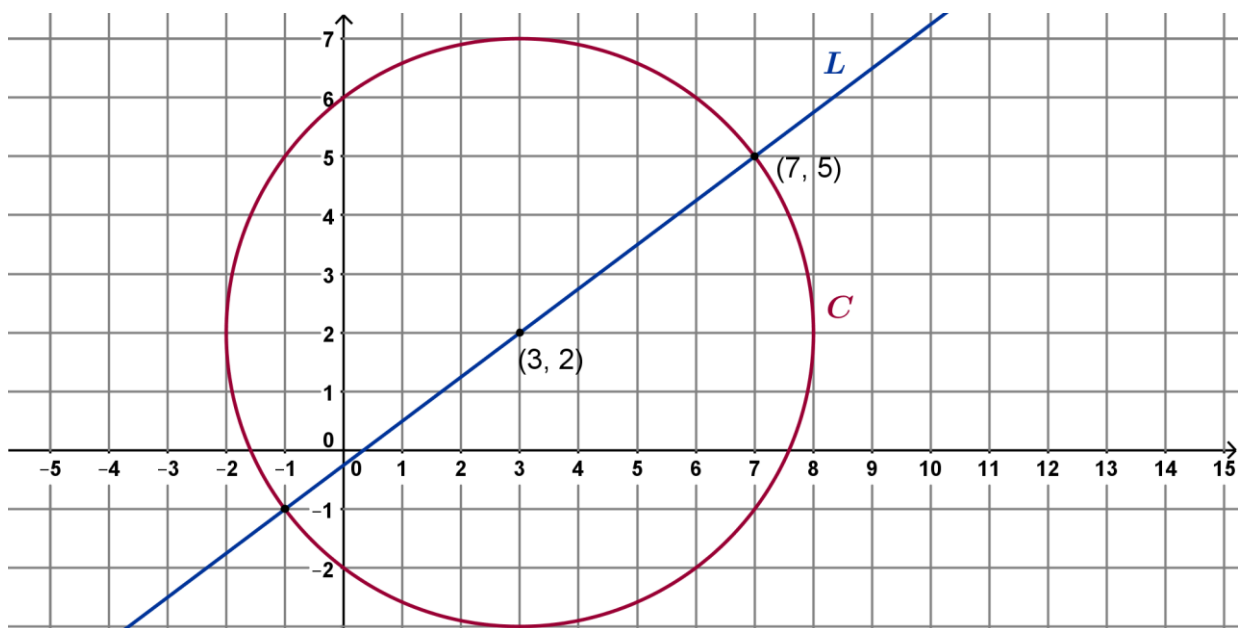
- Halle las coordenadas del centro y el radio.
- Halle la ecuación de la recta tangente a  $C$ , que pasa por el punto  $P(1,2)$ .
- Grafique la circunferencia y la recta en un mismo sistema de ejes coordenados.

**Problema 15)** Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones indicando si se trata de una recta tangente, secante o exterior a la circunferencia:

a)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 8 \\ x + y = 0 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ y = \frac{3}{4} \cdot x \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x^2 + (y - 2)^2 = 4 \\ -x + y = -2 \end{cases}$       d)  $\begin{cases} x^2 + (y - 1)^2 = 9 \\ y = 4 \end{cases}$

**Problema 16)** Observe el siguiente gráfico, deduzca las ecuaciones de la recta y la circunferencia. Luego resuelva analíticamente el sistema formado por las ecuaciones de ambas figuras, y verifique a través del gráfico que las soluciones halladas son las correctas.



**Problema 17)** Resuelva el ejercicio 109 de la página 94 para una circunferencia de radio 2 y centro  $(1; -1)$ . El ejercicio del libro dice así:

Trace la región dada por el conjunto  $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$

**Problema 18)** Halle la ecuación de la circunferencia tangente a la recta  $t: 3x - 4y + 7 = 0$  y concéntrica con  $C: x^2 + y^2 - 4x + 6y - 17 = 0$ . Grafique ambas circunferencias y la recta.

**Problema 19)** Observe el siguiente gráfico, deduzca la ecuación de ambas circunferencias, demuestre que los puntos de intersección de las mismas son **C y D**, y que la recta determinada por **C y D** es perpendicular a la recta determinada por **A y B**. Trace las rectas en el gráfico.

