

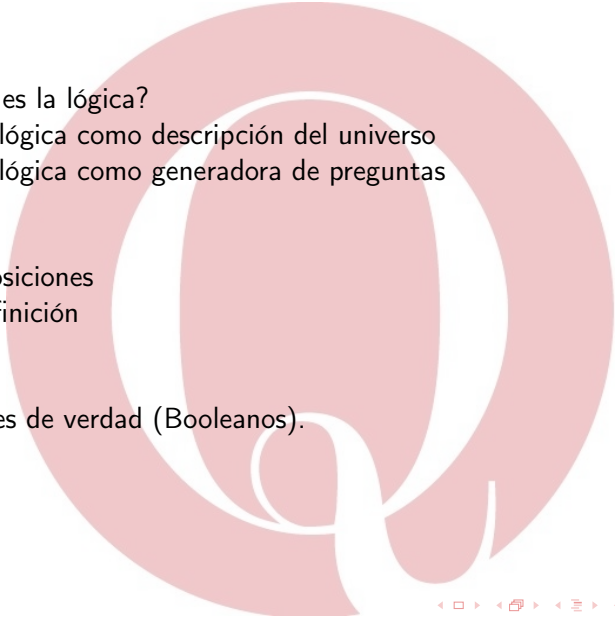


# Lógica

## Introducción al Lenguaje Lógico

Elementos de Programación y Lógica

Unidad 1 - Clase 1

- 
- 1 ¿Qué es la lógica?
    - La lógica como descripción del universo
    - La lógica como generadora de preguntas
  - 2 Propositiones
    - Definición
  - 3 Valores de verdad (Booleanos).

# ¿Qué es la lógica?

## Definición

La lógica es la ciencia formal que estudia los principios de la demostración y la inferencia válida.

Los razonamientos se usan en la formulación y comprobación de hipótesis científicas, pero también en los debates políticos, legales y en las discusiones que tenemos sobre los temas más diversos de nuestro día a día: música, películas, series, comidas, deportes, etc. Las demostraciones en matemática también se construyen a partir de razonamientos (razonamientos deductivos, una clase específica de razonamientos que luego veremos) e, incluso, las demostraciones de la propia lógica son, también, razonamientos.

Comencemos por analizar las partes de la definición.

## Ciencia formal

Se dice que la lógica es una *ciencia formal* pues estudia las formas, y no los objetos.

Otra ciencia formal que conocemos es la matemática. En matemática estudiamos, entre otras cosas, cómo se suman números, por ejemplo,  $1+2$ . Pero no nos centramos en qué es lo que representan dichos números, es decir, si son manzanas, naranjas o bananas. Sólo nos importa la forma (las cantidades), no los objetos en cuestión.

La lógica, como veremos luego, es similar a la matemática en ese sentido.

# Demostración

Una ***demostración*** es una prueba matemática que mediante el uso de teoremas y axiomas argumenta de forma deductiva (luego veremos que significa esto) la verdad de una proposición matemática.

O sea, la lógica asiste en la matemática para demostrar que algunas expresiones realmente son verdaderas.

En matemática, si no se puede demostrar una proposición, entonces no se puede demostrar su verdad ni su falsedad.

# Inferencia

La *inferencia* es el proceso mediante el cual, a partir de cierta información dada, se obtiene una conclusión. Es decir, mediante la razón se llega a un nuevo resultado a partir de información con la cual ya se contaba.

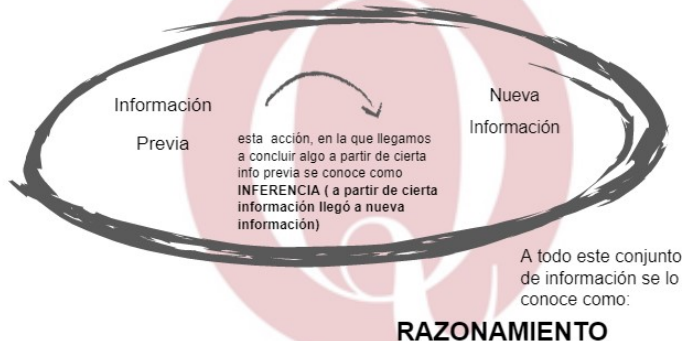
Por supuesto que llegar a resultados a partir de información previa puede hacerse de forma correcta o incorrecta. Si razonamos mal, entonces la conclusión a la que arribaremos no va a tener sentido. Nos interesa, por tanto, sólo aquellos razonamientos que son válidos, es decir, en los cuales el proceso aplicado es correcto.

Más adelante veremos cuáles razonamientos son correctos y cuáles incorrectos, y también un método que permite distinguirlos.

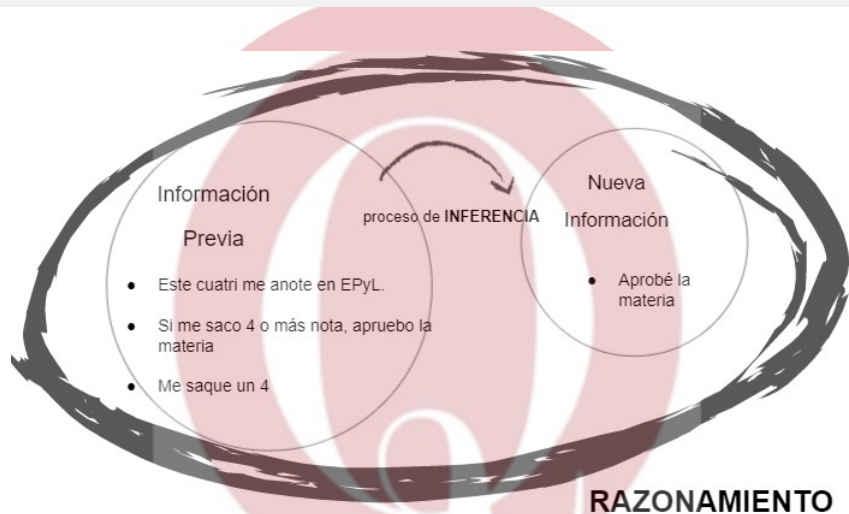
# Inferencias válidas - Razonamiento

## Definición

Un razonamiento es un conjunto de información en el cual, a partir de información previa y mediante una inferencia, se desprende nueva información.



# Razonamiento - Ejemplo



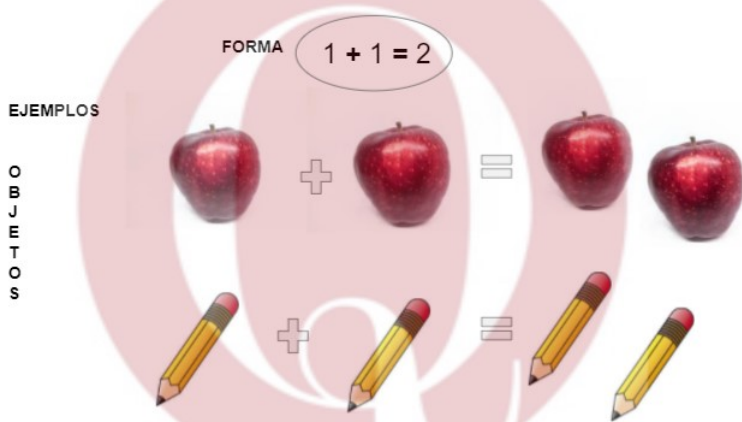


## ¿Qué es la lógica? - Resumiendo

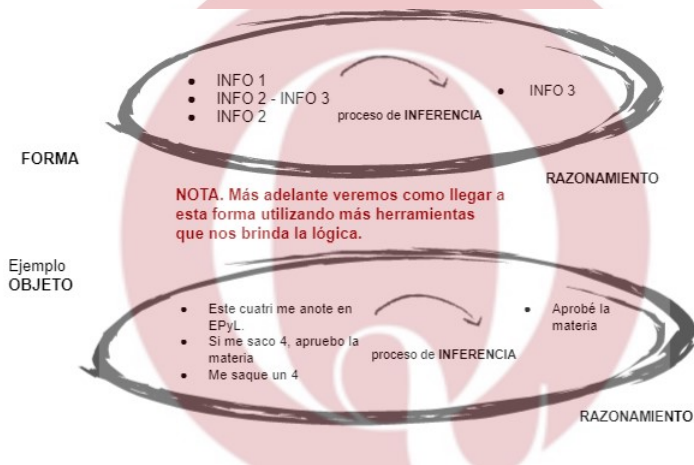
A continuación dejaremos una serie de imágenes que describen el concepto fundamental de la lógica: ***ciencia que estudia las formas.***

Veamos algunos ejemplos de aplicación de este concepto.

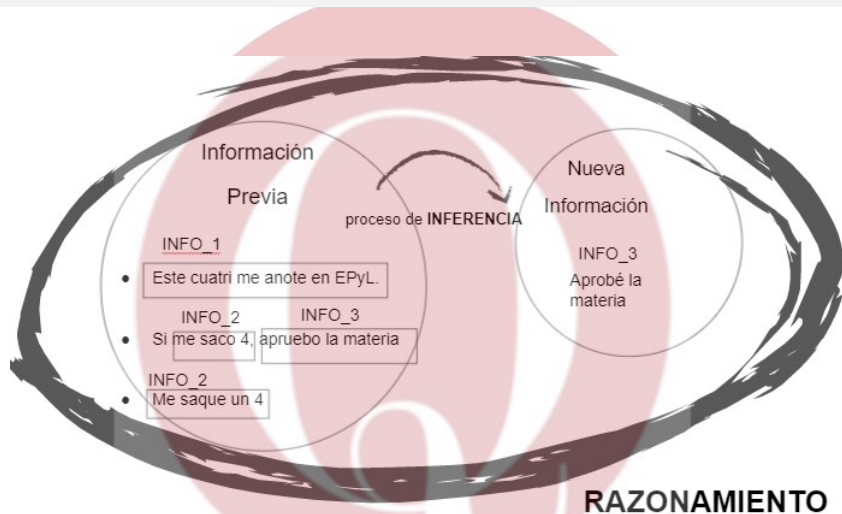
# Ciencia formal - Ejemplo en matemática



# Ciencia formal - Ejemplo en Lógica



# Ciencia formal - Ejemplo en Lógica - Continuación



## Distintos enfoques de la lógica

La lógica es tan amplia y asiste a tantas disciplinas, que hay distintos sistemas formales y enfoques de aplicación.

Por ejemplo, *las ciencias empíricas* (como biología, química, física, etc), *obtienen nueva información mediante la observación de diversos casos*. Mientras que en *las ciencias de la computación* utilizamos otro método para razonar: *tomamos información que consideramos como cierta para, a partir de ella, arribar a nueva información*. Esto no quiere decir que cada ciencia utiliza una *lógica* independiente y distinta, todas usan los mismos principios subyacentes.

Obviamente, en esta materia vamos a centrarnos en analizar la lógica desde el punto de vista de las ciencias de la computación, y nos olvidaremos completamente del resto.

- 1 ¿Qué es la lógica?
  - La lógica como descripción del universo
  - La lógica como generadora de preguntas
- 2 Propositiones
  - Definición
- 3 Valores de verdad (Booleanos)

## La lógica como descripción del universo

La lógica tiene la capacidad de describir sin ambigüedades el universo o, al menos, una parte de él que nos resulte relevante. Se entiende por *universo* el contexto en el cual trabajaremos (personas, características y relaciones entre todos sus componentes).

Pensemos el caso de una escuela rural en donde sólo cursan dos chicos y dos chicas: Pedro, Pablo, Vilma y Betty.

Estas personas pueden elegir ser compañeras de truco en base a la afinidad que tengan entre sí. Por lo tanto, vamos a decir que una persona “*quiere ser compañera de Truco de*” otra si tienen afinidad para jugar juntas. No vamos a considerar el caso de alguien que quiera jugar de manera individual, es decir, ser compañera de sí misma.

## La lógica como descripción del universo - Ejemplo

Podemos representar el universo con una tabla de doble entrada con los nombres de los participantes y emplear una equis para marcar aquellos casos en que se cumple la elección de pareja de truco. Para enlazar con la definición de lógica, podríamos pensar este conjunto de información como **Información Previa**:

	Pedro	Pablo	Vilma	Betty
Pedro	-		X	
Pablo		-	X	X
Vilma	X		-	
Betty	X			-

La representación del universo mediante una tabla nos sirve para analizar las distintas situaciones y así obtener información relevante que, de la misma manera que antes, podemos pensarla como **Información Nueva**:



## Posibles combinaciones en un universo

- Todas las personas no pueden ser compañeras de sí mismas (guiones)
- Pedro quiere ser compañero de truco de Vilma
- Vilma quiere ser compañera de truco de Pedro
- Pablo quiere ser compañero de truco de Vilma y de Betty
- Betty quiere ser compañera de truco de Pedro

Considerando sólo nuestra escuela de 4 personas, contamos con varias combinaciones. Las mismas se calculan de la siguiente manera: si una persona **quiere o no quiere** ser compañera de truco de otra, implica dos posibilidades, es decir,  $2^4$  (o 16) combinaciones posibles. Esto nos lleva a pensar que cuanto más información tenemos acerca del universo, mejor podremos describirlo. Descripciones pobres nos imposibilitan conocer con mejor precisión las características del universo a trabajar.

## La lógica como descripción del universo

Ahora, realicemos el paso inverso. Partiendo de cierta información, intentemos determinar cómo es dicho universo.

- Ninguna persona quiere jugar consigo misma
- Todo chico quiere ser compañero de truco de una y sólo una chica
- Toda chica quiere ser compañera de truco de uno y sólo un chico
- Ningún chico quiere ser compañero de truco de un chico
- Ninguna chica quiere ser compañera de truco de una chica
- Betty quiere ser compañera de truco de Pedro
- Vilma quiere ser compañera de truco de Pedro

# La lógica como descripción del universo - Ejemplo

Si armamos un cuadro, ahora veremos que hay información que no podremos completar.

	Pedro	Pablo	Vilma	Betty
Pedro			?	?
Pablo			?	?
Vilma	X			
Betty	X			

## La lógica como descripción del universo - Continuación

Con la información dada, sólo podemos analizar 4 combinaciones:

- 1 Pedro quiere ser compañero de truco de Vilma y Pablo quiere ser compañero de truco de Vilma
- 2 Pedro quiere ser compañero de truco de Vilma y Pablo quiere ser compañero de truco de Betty
- 3 Pedro quiere ser compañero de truco de Betty y Pablo quiere ser compañero de truco de Vilma
- 4 Pedro quiere ser compañero de truco de Betty y Pablo quiere ser compañero de truco de Betty

## La lógica como descripción del universo - Continuación

La información que tenemos no nos determina exactamente el universo, pero nos da suficiente información para conocer algunas situaciones.

Por ejemplo, tal vez nuestro interés pase por saber si Pedro tiene chances de ser compañero de truco de alguna de las chicas. No podemos saber cuál chica, pues no sabemos exactamente si Pedro quiere ser compañero de truco de Vilma o de Betty, pero sí sabemos que quiere ser compañero de alguna de las dos y que ambas lo quieren a él como compañero. Por tanto, seguro podrá tener una compañera de truco. Por otro lado, sabemos que Pablo no tendrá chance de tener compañero.

## La lógica como descripción del universo - Resumiendo

**Lo importante es que la lógica nos permite conocer cómo es el universo a tratar, así como también describir el universo que estemos observando.**

Vamos a usar activamente esta propiedad de la lógica (la descripción del universo) para tomar decisiones sobre dicho universo.

- 1 ¿Qué es la lógica?
  - La lógica como descripción del universo
  - La lógica como generadora de preguntas
- 2 Propositiones
  - Definición
- 3 Valores de verdad (Booleanos)

# La lógica como generadora de preguntas

Hasta ahora utilizamos la lógica en función de un universo y sus características. Ahora bien, ¿cómo logramos obtener la información correspondiente para entender tal universo?

Nuevamente, la lógica nos va a servir como herramienta para obtener dicha información. ¿Cómo es esto posible?

Pues bien, en esta ocasión vamos a utilizar la lógica para formular preguntas precisas, sin ambigüedades, cuyas respuestas nos proporcionen la información buscada.

Esto es, formular preguntas sobre del universo y, en base a las respuestas, determinar en qué condiciones se encuentra el mismo.



## Formulando preguntas - Ejemplo

Veamos un ejemplo. Planteemos nuestro universo como una verdulería en la cual, nuestra amiga la verdulera, va a responder nuestras preguntas únicamente con dos posibles palabras: “sí” o “no”, en base al stock existente.

Ahora bien, debemos realizar preguntas precisas, cuyas respuestas se acoten a las posibilidades de nuestra verdulera. Ejemplos:

- ¿Hay bananas?
- ¿Hay Ajo?

Preguntas sobre, por ejemplo, recetas de cocina, no podrán ser respondidas por la verdulera. Ejemplo:

*“¿Hay frutas para preparar una ensalada de frutas?”*

## Formulando preguntas - Ensalada de frutas

Si quisieramos realizar una ensalada de frutas con manzana, banana y naranjas, debemos reformular la pregunta “¿Hay frutas para preparar una ensalada de frutas?” en términos que la verdulera pueda responder y esto podemos hacerlo dividiendo la pregunta anterior en 3 preguntas más básicas y precisas. Las preguntas serían:

- 1 ¿Hay bananas?
- 2 ¿Hay manzanas?
- 3 ¿Hay naranjas?

Si la respuesta a todas ellas es afirmativa, sabemos que hay frutas suficientes para preparar la ensalada de frutas deseada.

## Formulando preguntas - Bizcochuelo

Veamos otro ejemplo. Podríamos también querer preparar un bizcochuelo. Todo buen bizcochuelo puede llevar, ralladura de limón o de naranja. En este caso, cualquiera de las dos nos sirve.

Ya sabemos que preguntar “¿Hay para preparar un bizcochuelo?” no es una pregunta correcta, pues no obtendría una respuesta. Su equivalente, entonces, podría ser preguntar si hay naranjas o hay limones. Formalmente hablando, se dividiría en 2 preguntas básicas:

- 1 ¿Hay naranjas?
- 2 ¿Hay limones?

Si la respuesta a cualquiera de ellas es afirmativa, podremos preparar un bizcochuelo.

Hay Tener en cuenta que la lógica no debe ser ambigua, por lo cual, si bien no hablamos exactamente de esta manera, en términos formales debemos ser lo más precisos posibles.

## Donde la metáfora se queda corta

Vimos cómo la lógica nos ayuda a formular preguntas que nos permiten conocer mejor el universo sobre el cual estamos trabajando. Pero las preguntas son meras disparadoras de lo que realmente nos interesa: obtener información del universo (descripciones del universo). A esta información, a diferencia de una pregunta, le podemos asignar un *valor de verdad*, es decir, podemos considerar a la información como **VERDADERO** o **FALSO**.

## Ejemplos

Podríamos pensar en la siguiente oración: *"La Tierra es plana"*.

¿Consideramos que dicha oración es **VERDADERO** o **FALSO** ?

En la actualidad conocemos su respuesta (dejando de lado, ciertas teorías que manifiestan lo contrario).

O sea que, si formulamos la pregunta *"¿La Tierra es plana?"*, entonces, alguna persona de la ciencia nos respondería **FALSO** .

Pero, ¿cuál habría sido la respuesta si hubiéramos formulado dicha pregunta hace 1500 o 2000 años?, probablemente, la opinión de la época habría dicho que la respuesta era **VERDADERO** .

Por lo tanto, la verdad o falsedad de una oración estará dada por un momento dado, en base al conocimiento que tengamos sobre la misma, en dicho momento. Así pues, si tenemos la oración: *"Hoy es un día soleado"*, su valor de verdad dependerá del día en que se este realizando dicha afirmación.

## Ejemplos - Continuación

Podríamos pensar también en:

*"La Tierra gira alrededor del sol".*

*"La enfermedades son causadas por animales microscópicos".*

Todas estas oraciones fueron consideradas falsas en su momento pero, luego, pasaron a considerarse verdaderas cuando el estado de la ciencia y la técnica fue avanzando.

Por tanto, ***la lógica se usa para analizar la realidad en un momento específico***, no le interesan las preguntas en sí mismas, sino el análisis de la información y la manera en que ésta se relaciona con otra información del universo.

# Lógica proposicional

## Definición

La *lógica proposicional* o *lógica de orden cero* es la rama de la lógica que estudia las proposiciones, los métodos de vincularlas mediante conectores lógicos y las relaciones y propiedades que se derivan de dichos procedimientos.

# Proposiciones

Ahora bien, pero entonces ¿qué es una proposición?

## Definición

Una **proposición** es una entidad atómica de la lógica proposicional que es portadora de un valor de verdad.

Es decir que una proposición es una oración que brinda información sobre lo que podemos decir que es cierto o no. Es, podríamos decir, la posibilidad de que eso se cumpla.

Las proposiciones usan la **función informativa** del lenguaje (también llamada a veces **descriptiva** o **aseverativa**).



## Funciones del lenguaje

Puede ser útil repasar las funciones del lenguaje para tener más claro qué cosas son proposiciones y cuáles no:

Imperativo	¡Ven a verme!	Le damos una orden o instrucción a otra persona.
Exclamativo	¡Viva la libertad!	Expresamos una emoción o un deseo.
Interrogativo	¿Está lloviendo?	Solicitamos información sobre un evento o situación.
Informativo	El trabajo es muy complicado.	Transmitimos información que puede ser falsa o verdadera. En este caso el trabajo puede ser cierto que sea complicado, o puede ser falso, y ser sencillo

**¡Importante!**

**Sólo la función informativa corresponde a una proposición.**

## Ejemplos de proposiciones

A continuación algunos ejemplos de proposiciones, cuyo valor de verdad puede ser fácil de responder (en un momento determinado), al tratarse de información conocida:

- La Tierra es un planeta
- Está lloviendo en este lugar y hace mucho frío
- La UNQ está en Bernal
- Argentina no ganó el mundial de 1982

Los ejemplos que veremos a continuación, si bien cumplen con la definición de proposición, para poder conocer su valor de verdad necesitaremos información que, a *priori*, no conocemos.

- Todas las células eucariotas tienen pared celular
- El transistor más pequeño del mundo mide 14nm
- Argentina clasificará para el mundial FIFA Canadá/Estados Unidos/México 2026
- Toyota es uno de los mayores fabricantes de autos del mundo

## Otros Ejemplos

Veamos otros ejemplos. En estos casos también ¿podemos decir que son proposiciones?:

- La tierra
- Trufa
- La torta de chocolate
- Comprar helado

La respuesta es **no**, dado que no forman oraciones. Toda oración debe tener, sujeto, verbo y predicado. Veamos más ejemplos:

- ¡Viva la patria!
- ¿Quién más viene a la fiesta?

En estos casos, las oraciones están gramaticalmente correctas. Entonces, ¿son proposiciones? La respuesta nuevamente es **no**.

## Otros Ejemplos - Continuación

El último ejemplo las oraciones tampoco son proposiciones dado que no son casos de *funciones informativas* del lenguaje. La primera oración es una exclamación que hace explícito un sentimiento, sensación o deseo, en lugar de brindar información, y la segunda es una interrogación.

Por otro lado, en los ejemplos de la presentación anterior ¿podríamos responder si son **VERDADERO** o **FALSO** ?.

Claramente *no*, entonces otro motivo más para justificar que *no son proposiciones*, dado que no están informando y tampoco se puede determinar si son verdaderas o falsas.

- 1 ¿Qué es la lógica?
  - La lógica como descripción del universo
  - La lógica como generadora de preguntas
- 2 Propositiones
  - Definición
- 3 **Valores de verdad (Booleanos).**

# Valores de verdad

Retomemos la definición de **proposición**

*“Es una entidad atómica de la lógica proposicional que es portadora de **un valor de verdad**”.*

Hasta ahora pusimos el foco en comprender este concepto de entidad atómica: oración que nos brinda información.

Pero **¿qué significa que sea portadora de un valor de verdad?**

Pues bien, esto significa que únicamente puede tomar 2 valores: **VERDADERO** o **FALSO**. Al disponer solamente de 2 opciones, se dice que las proposiciones **son binarias**, dado que no existe una tercera posibilidad. Y tampoco es posible que **una proposición sea VERDADERO y FALSO al mismo tiempo.**

## Valores booleanos

A todas las expresiones binarias también se las denomina ***booleanas***.

Se llaman así en honor a George Boole, un matemático y lógico británico quien estudió en profundidad las proposiciones lógicas. Desarrolló un álgebra basada en la lógica (álgebra de Boole), la cual marca los fundamentos de la aritmética computacional moderna. Es considerado uno de los fundadores de las ciencias de la computación.

**Un valor booleano, entonces, puede tener únicamente dos valores, los cuales son complementarios: “Verdadero” o “Falso”**



# Lógica

## Introducción al Lenguaje Lógico

Elementos de Programación y Lógica

Unidad 1 - Clase 1