Lógica

Lógica Proposicional

Elementos de Programación y Lógica

Unidad 1 - Clase 3

1. Razonamientos
   - Razonamientos en el lenguaje natural
   - Indicadores
   - Formalización de un razonamiento
   - Validez de un razonamiento

2. Conectivas complejas
   - Implicación
   - Doble implicación

1. Razonamientos
   - Razonamientos en el lenguaje natural
   - Indicadores
   - Formalización de un razonamiento
   - Validez de un razonamiento

2. Conectivas complejas
   - Implicación
   - Doble implicación

Las proposiciones como medio, no como fin

Hasta ahora hemos trabajado con proposiciones "sueltas", es decir, oraciones que proveen información, pero sin relación alguna.

Sin embargo, la lógica es una herramienta que nos permite explotar aún más nuestro lenguaje para poder estructurarlo. Su gracia es comprender como **varias proposiciones** se interrelacionan, para así poder conocer las características del universo.

La traducción de una proposición a su fórmula, no es el objetivo final, sino que es sólo una parte del proceso que nos va a permitir expresar y extraer información útil.

Para ampliar y entender mejor este concepto, será necesario recordar la definición de lógica:

Definición

La lógica es la ciencia formal que estudia los principios de la demostración y la inferencia válida.

Inferencia válida

Si observan la definición, una de sus partes está resaltada en color rojo, lo cual no es casual. Siendo que ya hemos analizado cada una de ellas en su momento, en esta instancia haremos foco particularmente en la **inferencia válida** , dado que nos lleva al objetivo final de la lógica: poder elaborar y analizar razonamientos.

¿Cómo sería esto?

Pues bien, antes de avanzar recordemos la definición que teníamos de razonamiento:

Definición

Un razonamiento se basa en un conjunto de **información previa,** de la cual, mediante la inferencia, se desprende **nueva información.**

Razonamiento

Pero entonces ... ¿dónde se utilizan las proposiciones? y, ¿cómo es que se relacionan entre sí?

Para ello ajustemos un poco nuestra definición de razonamiento, utilizando términos un poco más técnicos y formales:

Definición

Un razonamiento se basa en un conjunto de **proposiciones,** de las cuales, mediante la inferencia, una o más de una, representan las **Premisas (información previa),** y sólo una representa la **Conclusión (nueva información).**

Tipos de razonamientos

A modo de conocimiento general, es importante conocer que la lógica cuenta con varios tipos de razonamientos dependiendo de su forma:

- Razonamientos inductivos
  - Por enumeración
  - Por analogía
- Razonamientos deductivos

Los razonamientos inductivos, se focalizan en la observación de los objetos de estudio, analizando sus características y comportamiento, y realizando una comparación para arribar a una conclusión, pero **sin poder probarlo** , es por esto que son más utilizados en **otro tipo de profesiones y disciplinas.** Mientras que los **razonamientos deductivos** no se basan en la generalización ni comparación de los casos, sino que **deducen** su conclusión a partir de información dada. De esta manera, **podemos asegurar dicha conclusión,** a diferencia del resto, que sólo pueden decir que tan probable es la conclusión arribada. Por tal motivo es que **son más propicios para la informática,** y por tanto serán **el único tipo de razonamiento** con el que trabajaremos en la presente materia.

Razonamiento deductivo

Para poder avanzar, será necesario profundizar en la definición de este tipo de razonamiento, con el cual trabajaremos de ahora en adelante.

Definición

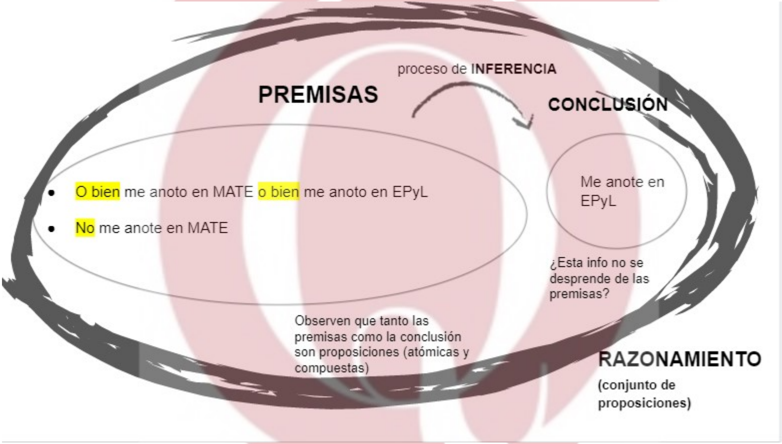
Los razonamientos deductivos, son aquellos en los cuales la **conclusión** se **infiere** necesariamente de las **premisas.**

¿Qué significa esto?

Bien, esto quiere decir que a partir de la información dada, se la estructura para llegar a una conclusión, la cual representa nueva información , pero que no se construye con nueva información o información diferente a las planteadas en las premisas . La misma se extrae, es decir, se deduce a partir de ellas.
Esto significa que si se parte de premisas **VERDADERO** , su conclusión necesariamente será **VERDADERO** .

Razonamiento - Ejemplo gráfico

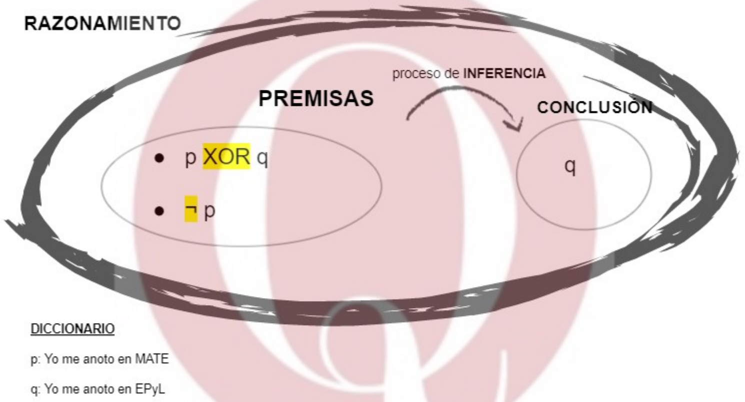
Observar el siguiente razonamiento expresado en lenguaje natural que ya conocemos:



Razonamiento - Ejemplo gráfico - Continuación

Siendo que ya sabemos formalizar las proposiciones, podríamos expresar el ejemplo anterior de la siguiente manera:

Recuerden que la lógica no se basa en el contenido, sino en su forma



Partes de un razonamiento deductivo

Como venimos viendo, todos los razonamientos se componen de 2 partes: **premisas y conclusión** .

Por una cuestión de comodidad, y como ya hemos aclarado, nos vamos a focalizar sólo en los razonamientos deductivos, es por ello que de ahora en adelante, cuando hagamos mención a "razonamiento," estaremos hablando siempre de aquellos que son deductivos , dejando de lado al resto.

Partes de un razonamiento deductivo - Continuación

Pues bien, retomando las partes de un razonamiento, ampliemos sobre los términos nuevos.

Veamos la definición formal de ambos:

Premisa

Las **premisas** no son más que **proposiciones** (atómicas o compuestas) con las que contamos a priori como información que **asumimos como verdadera** .

Conlusión

Una **conclusión** es simplemente una **proposición,** (atómica o compuesta), la cual, **si el razonamiento es correcto y las premisas eran efectivamente verdaderas, será verdadera** .

Observar que cuando hablamos de premisas, el término está expresado en plural, mientras que conclusión está expresado en singular. Esto se debe a que un razonamiento puede tener **1 o N**

Razonamiento en lenguaje natural - Ejemplo

Al momento de hablar, probablemente sin darnos cuenta, elaboramos muchos razonamientos. Esto es, en base a una hipótesis (información previa, o premisas formalmente hablando), llegamos a nueva información, o mejor dicho a una conclusión.

Veamos el siguiente razonamiento de ejemplo:

"La Tierra es plana o es redonda. La Tierra no es plana. Por lo tanto, la Tierra es redonda."

Analicemos cada una de sus partes:

Tenemos la hipótesis (suposición hecha a partir de ciertos datos) formulada por "La tierra es plana o redonda", y por "La tierra no es plana" (cómo hayamos obtenido dicha hipótesis no es relevante, tal vez como experimento de una investigación), pero lo que sí es importante es entender que de allí obtenemos las premisas.

También llegamos a una conclusión: "La tierra es redonda", en base a la las premisas planteadas.

Razonamiento en lenguaje natural - Ejemplo (continuación)

Pero, **¿cómo sabemos que se trata de un razonamiento? y, ¿por qué resolvimos que 'La Tierra es redonda' es la conclusión?**
Porque encontramos un **indicador de conclusión** : "Por lo tanto"

Veamos ahora de qué tratan estos indicadores y cómo nos pueden ayudar al momento de tener que identificar las premisas y la conclusión de un razonamiento.

Identificando las partes de un razonamiento

Como no hay una única manera de expresarnos, el razonamiento no tiene una forma exclusiva, pero sí puede tener ciertos indicadores, que nos ayudan a identificar cada una de sus partes.

¿Qué es un indicador?

Pues ni más ni menos, que una palabra, o incluso una expresión que nos ayuda a identificar donde comienza una premisa o una conclusión, es decir, nos indica (valga la redundancia) que la proposición que viene a continuación corresponde a una premisa o conclusión respectivamente, de la misma manera, que ya hemos visto para el caso de las conectivas.

De esta manera, tendremos entonces, **indicadores tanto de premisas como de conclusión.**
A continuación veamos algunos ejemplos de indicadores de conclusión.

Indicadores de conclusión

Contamos con los siguientes ejemplos:

- Por lo tanto
- En consecuencia
- Se concluye que
- Se deduce
- Es por ello que
- Por ende
- Luego
- Entonces
- Por lo cual

Nuevamente, el lenguaje natural es muy amplio, y por tanto hay muchas posibilidades, poder identificar claramente cuando se habla de una conclusión es muy útil para gente que estudia las ciencias sociales. En cambio en nuestra disciplina, al focalizar en que un razonamiento tenga sentido, **la conclusión,** la veremos sólo como **nueva información que nos permita estructurar dicho razonamiento para conocer su validez.**

Otra forma de razonamiento en lenguaje natural - Ejemplo 2

Ahora veamos un nuevo ejemplo:
”La Tierra es redonda. Esto es así porque la Tierra es redonda o plana. Pues la Tierra no es plana”.

Si observamos, a nivel semántico notamos que no difiere del 1er ejemplo. Es decir, se llega a la misma conclusión, partiendo de las mismas premisas. Pero entonces ¿cómo nos damos cuenta cuál es la conclusión sin un indicador de conclusión, y por tanto, que se trata de un razonamiento?

A ver, analicemos un poco, si un razonamiento tiene 2 partes, premisas y conclusión, y no contamos con un indicador de conclusión, ¿con qué sí contamos?
Exactamente, con **indicadores de premisas.**

Veamos entonces, ejemplos de indicadores de premisas.

Indicadores de premisa

Recordemos que un indicador es una palabra o expresión que indica que la proposición o conjunto de proposiciones que siguen a continuación corresponden a premisas (en este caso).

Aquí algunos ejemplos:

- Dado qué
- Ya qué
- Esto es así porque
- Porque
- Esto se sigue de
- En vista de que
- Pues

Tener en cuenta que en algunos casos contaremos con ambos indicadores, pero en otros, sólo con uno de ellos. Lo mismo sucede con el orden, la conclusión no necesariamente se ubica al final del razonamiento, de hecho, en el 2do ejemplo, la conclusión se encuentra al principio, antes que el resto de la información.

Identificando las partes de un razonamiento - Ejemplo

Ahora bien, retomemos el 1er ejemplo: ''La Tierra es plana o es redonda. La Tierra no es plana. Por lo tanto, la Tierra es redonda''. El razonamiento se compone de tres proposiciones en total, de las cuales, dos son premisas, y una es conclusión (debido al indicador ''Por lo tanto.'')

Listando entonces, las proposiciones tenemos:

- La Tierra es plana o es redonda.
- La Tierra no es plana.
- La Tierra es redonda.

Si analizamos este conjunto de proposiciones, e identificamos las conectivas podemos ver que en realidad sólo hay dos proposiciones atómicas. Luego, las premisas, en este caso, son proposiciones compuestas por ambas. Dado el caso, es importante destacar que utilizaremos las siguientes proposiciones atómicas para formalizar:

- La Tierra es plana
- La Tierra es redonda

Razonamientos en lenguaje proposicional - Introducción

Como se darán cuenta, conforme avanzamos en los temas, vamos sumando conceptos nuevos, pero los conceptos que ya vimos los seguimos aplicando, sólo que en temas más complejos y de manera más integrada. Este es el caso para **estructurar el razonamiento mediante las fórmulas que nos provee la lógica proposicional,** tal como hemos aprendido en la presentación anterior.
Para ello, vamos a extrapolar la fórmula ("traducir") en base a las proposiciones en lenguaje natural, comenzando por traducir las conectivas de cada proposición según la simbología correspondiente:

- La Tierra es plana $\vee$ La Tierra es redonda.
- $\neg$ La Tierra es plana.
- La Tierra es redonda.

Recordemos que los razonamientos pueden tener muchas premisas, pero sólo una única conclusión.

Estructura de un razonamiento

Dado todo lo aprendido hasta ahora, y a modo de resumen, sabemos que un razonamiento debe contar con 2 partes, y que necesitaremos algún tipo de indicador para identificarlas.
Hasta aquí, lo referente al lenguaje natural, pero al momento de extrapolar al lenguaje de la lógica proposicional, necesitaremos de una estructura que nos permita realizar dicha traducción. La misma contempla cada una de sus partes, pero dejando de lado los indicadores.
Esta estructura formal consiste en colocar cada premisa en un renglón independiente, y la conclusión como última instancia, separándose del resto, mediante una línea horizontal.

He aquí el ejemplo anterior con dicha estructura formal:

La Tierra es plana $\vee$ La Tierra es redonda
$\neg$ La Tierra es plana

La Tierra es redonda

Razonamientos en lenguaje proposicional - Formalización

Siendo que ya contamos con el razonamiento en lenguaje natural de manera estructurada, para extrapolarlo al lenguaje de la lógica proposicional, debemos primero crear el diccionario correspondiente, y luego, mediante sus fórmulas, traducirlo respetando la estructura mencionada, tal como hemos aprendido en la presentación anterior.

En este sentido, es que utilizamos los conocimientos que ya hemos aprendido (proposiciones y su formalización,) para avanzar sobre nuevos conceptos (razonamientos).

En breve veremos la formalización de este ejemplo, pero para ello primero vamos a avanzar un poquito más.

¿Cuándo un razonamiento es válido?

Bien, ya sabemos qué es un razonamiento, que estamos trabajando particularmente con razonamientos deductivos, y también aprendimos cuál es su estructura y cómo formalizarlo. Pues entonces, ¿esto quiere decir que se puede escribir cualquier "párrafo" y ya se trata de un razonamiento deductivo válido?

Veamos un ejemplo:
"Argentina está en Europa o en América. Argentina no está en Europa. Entonces Asia es otro continente."

¿Creen que dicho razonamiento es válido?, ¿Cómo se dan cuenta?
A simple vista, es decir, de manera intuitiva, pareciera ser que no es válido porque no tiene sentido. Pero a no preocuparse, que ya contamos con herramientas para probar la validez de un razonamiento.

Validez de un razonamiento

Antes de ahondar en las cuestiones prácticas, recordemos la definición de razonamiento deductivo, dado que ahí está la clave para comprobar su validez.

”Los razonamientos deductivos, son aquellos en los cuales la conclusión se infiere necesariamente de las premisas”.

Esto nos lleva a la siguiente definición:

Validez de razonamiento

Si se logra esta pretensión, el razonamiento es válido, y sino, es inválido. Es decir, que un razonamiento es válido cuando, **para todas las valuaciones de sus premisas** son verdaderas, su conclusión también lo es.

Como contraposición, podemos decir que si encontramos alguna valuación (caso), donde se cumple que: sus premisas son **VERDADERO** , pero su conclusión es **FALSO** , este caso invalida todo el razonamiento, dado que no se está cumpliendo con su definición de ”para todas las valuaciones de sus premisas...” (revisar la frase resaltada en rojo).

Validez de un razonamiento - Ejemplo 1 - Planteo

Bien, recordemos que habíamos aclarado que ya teníamos herramientas para probar la validez de un razonamiento. Como se imaginarán, si estamos hablando de casos con valuaciones, esta herramienta, no es más ni menos que el proceso mediante **las tablas de verdad (TDV).**

Para poner en práctica este concepto, retomemos el 1er ejemplo, para lo cual necesitaremos avanzar con la estructura que habíamos planteado en su momento. **He aquí el planteo:**

La Tierra es plana $\vee$ La Tierra es redonda
$\neg$ La Tierra es plana

La Tierra es redonda

Siendo que ya tenemos estructurado el razonamiento en lenguaje natural, como 2do paso, debemos formalizarlo en lenguaje de lógica proposicional. Esto implica, tomar cada proposición y crear su fórmula correspondiente.

Validez de un razonamiento - Ejemplo 1 - Fórmula

Como ya hemos aprendido, para crear las fórmulas, debemos armar su diccionario.
Recordar que ya hemos planteado las proposiciones atómicas para este ejemplo (de ser necesario volver a revisar la hoja correspondiente). Así, nuestro diccionario nos queda planteado de la siguiente manera.

Diccionario:

p = "La Tierra es plana"
q = "La Tierra es redonda"

Utilizando dicho diccionario, podemos escribir **el razonamiento mediante el lenguaje de la lógica proposicional** :

Premisa 1: $p \vee q$
Premisa 2: $\neg p$

Conclusión: q

Validez de un razonamiento - Ejemplo 1 - TDV

Siendo que ya sabemos armar tablas de verdad, no ahondaremos en dicho proceso en este momento. En caso de tener dudas al respecto, consultar el material anterior.

Habiendo aclarado esto, nos queda la siguiente tabla de verdad:

		Premisa 1	Premisa 2	Conclusión
p	q	$p \vee q$	$\neg p$	q
V	V	V	F	V
V	F	V	F	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	F

Notar un par de cosas:

1) Es necesario distinguir las premisas y la conclusión con un título.

2) Por más que la conclusión se corresponda con la variable "q", es **necesario** volver a escribirla en su columna correspondiente, dado que conceptualmente representan conceptos distintos.

Validez de un razonamiento - TDV - Paso a paso

Entonces, finalmente **¿este razonamiento es válido o inválido?** Para responder esta pregunta, debemos tener presente la definición de validez de un razonamiento, y analizar su tabla de verdad, cuya información contempla todos los casos posibles. Para ello, y para prevenir posibles errores, les dejamos una "receta general" con el paso a paso de esta instancia final:

1. Marcar aquellas valuaciones donde la 1era premisa es verdadera
2. Marcar las valuaciones donde la 2da premisa es verdadera
3. Descartar las valuaciones, de las marcadas en gris, donde haya casos falsos. Quedando sólo aquellas con ambas premisas verdaderas
4. Revisar el valor de verdad de la conclusión para todas las valuaciones seleccionadas. Si hay algún caso donde la conclusión es **FALSO** , el razonamiento es **INVÁLIDO** . Ahora, si todas las valuaciones seleccionadas tienen su conclusión **VERDADERO** , entonces el razonamiento es **VÁLIDO**

Nota: de contar con más premisas, repetir el paso (2) para cada una.

Validez de un razonamiento - Ejemplo 1 - Análisis TDV

Ahora entonces, veamos el paso a paso en nuestro ejemplo:

PASO 1: Analizamos la 1era premisa:

		Premisa 1	Premisa 2	Conclusión
p	q	$p \vee q$	$\neg p$	q
V	**V**	**V**	**F**	**V**
V	**F**	**V**	**F**	**F**
F	**V**	**V**	**V**	**V**
F	**F**	**F**	**V**	**F**

PASO 1: Analizamos la 2da premisa:

		Premisa 1	Premisa 2	Conclusión
p	q	$p \vee q$	$\neg p$	q
V	**V**	**V**	**F**	**V**
V	**F**	**V**	**F**	**F**
F	**V**	**V**	**V**	**V**
F	**F**	**F**	**V**	**F**

Validez de un razonamiento - Ejemplo 1 - Respuesta

PASO 3: Descartamos los casos que no nos sirven, y nos quedamos sólo con aquellos que tienen ambas premisas VERDADERO .

		Premisa 1	Premisa 2	Conclusión
p	q	$p \vee q$	$\neg p$	q
V	V	V	F	V
V	F	V	F	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	F

PASO 4: Analizamos la conclusión

Observamos la conclusión y siendo que la misma también es **VERDADERO** , podemos afirmar que el razonamiento es **VÁLIDO.**

Justificación:

Para justificar la respuesta, será necesario apoyarse en la definición de validez de un razonamiento. De esta manera, en este caso, la justificación queda: "El razonamiento es válido, dado que para todas sus premisas verdaderas su conclusión también lo es, lo cual queda evidenciado en la valuación 3 de la tabla."

Validez de un razonamiento - Ejemplo 2

Ahora veamos el caso opuesto. Nos había quedado pendiente un ejemplo, que de manera intuitiva pensamos que es inválido. Veamos entonces, si nuestra intuición no falla. Siendo que, como personas de ciencia que somos, no nos podemos basar en la intuición, necesitaremos demostrarlo de manera empírica.

Aprovechando que las "recetas" nos vienen siendo útiles, vamos a seguir los mismos pasos realizados en el ejemplo anterior desde el planteo en lenguaje natural.

1) Planteo:

"Argentina está en Europa o en América. Argentina no está en Europa. Entonces Asia es otro continente."

2) Identificamos las partes del razonamiento:

Premisa 1: Argentina está en Europa o en América.
Premisa 2: Argentina no está en Europa.
Conclusión: Asia es otro continente.
Notar: este razonamiento posee un indicador de conclusión "Entonces".

Validez de un razonamiento - Ejemplo 2 - Continuación

3) Formalizamos en lenguaje de lógica proposicional:

3.1) Diccionario:

p = Argentina está en Europa

q = Argentina está en América

r = Asia es otro continente

3.2) Traducción:

Premisa 1: $p \vee q$

Premisa 2: $\neg p$

Conclusión: r

En esta instancia, ya podemos validar lo que la intuición nos predijo. Observamos que no se cumple la definición de razonamiento deductivo, ya que su conclusión no se deduce de las premisas (la variable proposicional r no se extrae de ninguna de las premisas, las cuales sólo contienen p y q en sus respectivas fórmulas). Esta es una justificación adecuada para responder que el razonamiento es **INVÁLIDO.** Pero si aún hay dudas, los/las invito a realizar el último paso, y evidenciar esta respuesta con su correspondiente tabla de verdad.

Validez de un razonamiento - Ejemplo 3

Ahora qué sucedería, si hiciéramos una modificación en el razonamiento anterior, de la siguiente manera:

"Argentina está en Europa o en América. Argentina no está en Europa. Entonces Argentina esta en América."

¿Creen que el razonamiento sigue siendo inválido?

Siendo que ya estamos con un poquito más de práctica, podemos notar que si formalizamos (punto 3), tendríamos sólo dos proposiciones atómicas en lugar de tres, y por tanto, la conclusión en lugar de ser "r", sería "q". De esta manera, a diferencia del ejemplo anterior, la conclusión sí se deduce de las premisas, pero esta relación no es casual, ni aleatoria. La misma se produce debido al tipo de conectivas que intervienen en el razonamiento.

Validez de un razonamiento - Ejemplo 3 - Aclaración

Una importante aclaración:

Tener en cuenta que no siempre alcanza con tener "las mismas variables". Esta relación se da cuando se cumplen ciertas reglas de deducción, en las cuales no ahondaremos en la presente materia. De todas formas, sí es necesario que sepan la importancia del tipo de conectivas que construyen el razonamiento para que la conclusión se deduzca de las premisas, y finalmente determinar la validez del mismo.

En el caso del ejemplo 3, el razonamiento sí es **VÁLIDO** . Les dejamos a ustedes la validación empírica mediante la tabla de verdad.

Validez de un razonamiento - Ejemplo 4

Veamos un último ejemplo.

1) Planteo:

"Puedo viajar en subte o en colectivo. Pues no puedo viajar en subte, por ende no puedo viajar en colectivo."

¿Este razonamiento es válido o inválido?

Este ejemplo es un poquito más complejo, o mejor dicho menos evidente e intuitivo que el ejemplo 2, pero si prestamos atención y analizamos el sentido del mismo, podemos inferir que es **INVÁLIDO.**

Pero, **¿Cómo lo justificamos o demostramos?**

Pues bien, siguiendo todos los pasos necesarios que ya hemos aprendido. Siendo este el último ejemplo, lo vamos a desarrollar completo.

Validez de un razonamiento - Ejemplo 4 - Continuación

2) Identificamos las partes del razonamiento:

Premisa 1: Puedo viajar en subte o en colectivo.
Premisa 2: No puedo viajar en subte.
Conclusión: No puedo viajar en colectivo.
Notar que: este razonamiento posee un indicador de premisa Pues, y uno de conclusión ''Por ende''.

3) Formalizamos en lenguaje de lógica proposicional:

3.1) Diccionario:
p = Yo puedo viajar en subte
q = Yo puedo viajar en colectivo

(Recordar que las proposiciones atómicas no contemplan sujetos tácitos. Es por eso que fue necesario agregar el sujeto explícitamente.)

3.2) Traducción:
Premisa 1: $p \vee q$
Premisa 2: $\neg p$

Conclusión: $\neg q$

Validez de un razonamiento - Ejemplo 4 - Continuación

En este ejemplo, si bien "pareciera" que la conclusión se deduce de las premisas, (utiliza una de sus variables), el mismo es incorrecto, justamente por las conectivas que utiliza y el orden en que se presentan. Para evidenciar nuestra respuesta, es que necesitamos el último paso, el análisis mediante la TDV, el cual a su vez, tiene una serie de otros 4 pasos. Pero en esta ocasión, por una cuestión de agilidad, y siendo que ya hemos visto un ejemplo con estos pasos intermedios, vamos a ir derecho al análisis final. Veamos qué información nos arroja su tabla:

		Premisa 1	Premisa 2	Conclusión
p	q	$p \vee r$	$\neg p$	$\neg q$
V	**V**	**V**	**F**	**F**
V	**F**	**V**	**F**	**V**
F	**V**	**V**	**V**	**F**
F	**F**	**F**	**V**	**V**

¡Finalmente llegamos a la evidencia que tanto esperábamos! . Podemos observar que la 3era valuación, en esta oportunidad, invalida el razonamiento. Siendo que para ambas premisas **VERDADERO** , su conclusión es **FALSO** .

Validez de un razonamiento - Bonus

Hasta ahora aprendimos a analizar la validez de un razonamiento deductivo a partir de un razonamiento descripto en lenguaje natrual. Pero, puede suceder que contemos con un razonamiento descripto directamente en lenguaje proposicional.

¿Hay alguna diferencia en su análisis?

Pues no. Si recordamos, antes de armar una tabla de verdad, necesitamos precisamente la fórmula en lenguaje proposicional, por lo cual, la ”receta” a aplicar es la misma, sólo que nos ahorraremos los pasos previos sobre la traducción.

De esta manera veamos, a modo de bonus, un par de ejemplos más sobre distintas situaciones de validez. La idea en este caso, es responder si el razonamiento de cada ejemplo (planteado de forma muy abstracta), es válido o no.

Notar que, nuevamente nos vamos a basar en la forma, y no en el contenido, es por eso que no nos interesa, en este caso, qué representa cada proposición o el sentido del razonamiento en sí.

Validez de un razonamiento - Bonus - Ejemplos

Ejemplo 1:

Premisa 1	Premisa 2	Conclusión
F	V	V
V	V	V
V	V	V
F	F	F

Respuesta: el razonamiento es **VÁLIDO,** porque para todas las premisas verdaderas (valuaciones 2 y 3) su conclusión también es verdadera.

Ejemplo 2:

Premisa 1	Premisa 2	Conclusión
V	V	V
V	V	F
V	F	V
F	F	F

Respuesta: el razonamiento es **INVÁLIDO,** porque no se cumple que para todas las premisas verdaderas (valuaciones 1 y 2) su conclusión también lo es. La 2da valuación invalida el razonamiento.

Validez de un razonamiento - Bonus - Continuación

Ejemplo 3:

Premisa 1	Premisa 2	Conclusión
V	V	F
F	F	V
V	V	F
V	F	V

Respuesta: el razonamiento es **INVÁLIDO,** porque para todas sus premisas verdaderas su conclusión no lo es. En este caso, sí partimos de premisas verdaderas, pero lo invalida la conclusión.

Ejemplo 4:

Premisa 1	Premisa 2	Conclusión
F	V	V
V	V	V
V	V	V
V	V	F

Respuesta: el razonamiento es **INVÁLIDO,** la 3era valuación lo invalida. Mismo caso que el ejemplo 2). Por más que haya varias valuaciones que cumplen, con que haya al menos una que no lo haga, ésta lo invalida.

Resumiendo...

Bien, para ir cerrando este tema, hagamos a modo de repaso, un punteo de lo aprendido hasta ahora:

1. Sabemos reconocer cuándo un párrafo se trata de un razonamiento (debido a su estructura)
2. Sabemos reconocer cuándo un razonamiento, es de tipo deductivo (debido a su forma)
3. Sabemos formalizar un razonamiento deductivo de lenguaje natural a lenguaje proposicional (respetando su estructura y forma)
4. Sabemos reconocer cuándo un razonamiento deductivo es válido y cuándo inválido (mediante el análisis de la TDV)
5. Sabemos que la única manera que un razonamiento sea **VÁLIDO** es cuando para todas sus premisas verdaderas, su conclusión también lo es. Básicamente, debemos ver valuaciones **VERDADERO** .

Enriqueciendo los razonamientos

Si bien, pareciera ser que cambiamos de tema, no es tan así, simplemente vamos a ampliar nuestro conjunto de conectivas, para enriquecer los razonamientos que acabamos de aprender.
Veamos cómo sería esto, retomando uno de los ejemplos vistos anteriormente:

Planteo original: ''Puedo viajar en subte o en colectivo. Pues no puedo viajar en subte, por ende no puedo viajar en colectivo.'' .

Veamos una variación del razonamiento:
Planteo nuevo: ''Si tengo dinero en la sube, entonces puedo viajar en colectivo. Tengo dinero en la sube. Por lo tanto, puedo viajar en colectivo.''

¿Qué diferencia observan con respecto al razonamiento original?

Conectivas - Implicación

Más allá del sentido del razonamiento, hay una gran diferencia en la **premisa 1,** que consta en **el concepto de proposición condicional,** el cual involucra **una nueva conectiva.**
En el ejemplo original, identificamos una **disyunción,** la cual, como ya sabemos representa 2 opciones (una cosa o la otra); en cambio, en el ejemplo nuevo, observamos una **"condición,"** es decir, "si (se cumple algo) entonces (sucede algo)" . Una cosa **depende** de la otra. Una vez más, estamos haciendo foco en la forma de la conectiva, en lugar de su contenido, es decir, más allá del sentido de la oración. Esta nueva conectiva, cuya forma tiene la mencionada recientemente, se llama: **Implicación** (también se la denomina Condicional, debido al concepto que abarca).

Implicación

La implicación une dos proposiciones atómicas, llamadas **antecedente,** (la condición), y **consecuente** (la acción que se sucede en base a la condición).

Conectivas - Implicación - La forma

Veamos 2 ejemplos más:
Ejemplo1: "Si no entrego las autoevaluaciones obligatorias, entonces no puedo rendir el parcial de lógica. No entregué las autoevaluaciones obligatorias. No puedo rendir el parcial de lógica."
Ejemplo 2: "Si estudio y participo en clase, entonces voy a aprender la materia, ya que estudie y participe en clase, en consecuencia aprendí la materia."
Focalicemos entonces sobre la forma que tiene la implicación.
¿Qué patrón observan en estos 2 razonamientos?¿qué cosas tienen en común?. Si observamos bien notaremos lo siguiente:

- Ambas comienzan con "Si"
- Ambas contienen un "entonces"
- Hay una **evidente relación** entre la premisa1, y el resto de las proposiciones (premisa 2 y conclusión).

Más allá de la realidad: para aprender y aprobar hay que estudiar ;p)

Implicación - La forma - Continuación

Si analizamos más en profundidad estos patrones, notaremos entonces que la forma de una implicación es la siguiente:
Si [ANTECEDENTE] entonces [CONSECUENTE].
Esto entorno a los primeros 2 ítems. Ahora ahondemos sobre el último patrón (ítem), el cual nos lleva a analizar los valores de verdad de cada proposición y la relación entre ellos. Para esto, veamos **cómo funciona la implicación:**

- Antecedente **VERDADERO** : de cumplirse el antecedente, el consecuente también debe cumplirse sí o sí. Es decir, si el antecedente es **VERDADERO** , el consecuente también debe ser **VERDADERO** , para que la implicación sea **VERDADERO** . Todo verdadero.
- Antecedente **FALSO** : la implicación no define cómo debe comportarse el consecuente en el caso que el antecedente sea falso, es decir que puede valer tanto **VERDADERO** , como **FALSO** , para que la implicación sea **VERDADERO** .

Implicación - Tabla de verdad

Si bien la explicación puede ser clara, es mucho más intuitivo observar dichas relaciones mediante su tabla de verdad.

Para ello, asumamos entonces dos proposiciones cualesquiera, p y q, donde **"p" será el antecedente y "q" el consecuente.**

El signo de implicación es $\rightarrow$, y diremos que **"p implica lógicamente a q" escribiendo** : $p \rightarrow q$.
El signo suele leerse coloquialmente como 'entonces", es decir, leemos **"p entonces q"** .

A la implicación le corresponde la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Implicación - Tabla de verdad - Resumen

La tabla de verdad que rige el valor de una implicación está dada por 3 principios:

- Verdad implica Verdad, para que la implicación sea verdadera
- Verdad no puede implicar Falso, dado que en dicho caso la implicación es falsa
- Falsa implica cualquier cosa (verdad por omisión), para que la implicación sea verdadera

Hay que tener presente que la implicación "$p \to q$" no es igual que "$q \to p$". **¿Cómo lo justificamos?**
Simple, armamos la tabla de verdad para ambas expresiones y comparamos sus valuaciones. En este caso, vemos que son distintas (en breve veremos este tema que introduce a una nueva conectiva.)

p	q	$p \to q$	$q \to p$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V

Implicación - Otras formas

Para profundizar un poquito más sobre las proposiciones condicionales, la implicación, al igual que el resto de las conectivas puede expresarse de diversas formas, es decir tiene sus propios indicadores. Si bien el más común y representativo es "si... entonces"... podemos encontrar otras palabras o expresiones como: "sólo sí", "es condición necesaria", "es condición suficiente." .

De todas maneras, al igual que con el resto de las conectivas, más allá de los indicadores, todas utilizan el mismo símbolo, en este caso, se traducen como: "$p \rightarrow q$".
Lo que cambia, son las palabras que nos permiten identificar cuál es el antecedente y cuál es el consecuente de la implicación.

Veamos cada una de estas expresiones en un ejemplo:
Si soy Argentina, entonces soy Latinoamericana.

Implicación - Otras formas - Continuación

Diccionario:

- p = Yo soy Argentina
- q = Yo soy Latinoamericana

p --> q (antecedente) --> (consecuente)	Indicador antecedente/consecuente
Si soy Argentina **entonces** soy Latinoamericana	La palabra **"si"** me indica que lo que le sigue es el antecedente, asi como lo que le sigue al **"entonces"** se que es el consecuente
Soy Argentina **solo si** soy Latinoamericana	La palabra **"solo si"** me indica que lo que sigue es el consecuente
Es condición suficiente ser Argentina, para ser Latinoamericana.	**"Es condición suficiente"** me indica que lo que sigue es el antecedente
Es condición necesaria ser latinoamericana para ser Argentina.	**"Es condición necesaria"** me indica que lo que sigue es el consecuente

Analicemos un poco la semántica de la proposición:

Si conocemos a una persona con nacionalidad Argentina, es condición suficiente para decir que esa persona es latinoamericana.
Pero si en cambio, sólo se sabe que la persona es Latinoamericana, no podemos asegurar que sea Argentina, puede ser Chilena, Uruguaya, Peruana, etc...porque ser latinoamericana no es la condición suficiente, es condición necesaria para ser Argentina. Esto es, es condición necesaria ser latinoamericana para ser Argentina.

Implicación no es conclusión - ¡A no confundir!

Bien, de a poco vamos comprendiendo cómo usar una implicación, y aquí es dónde vamos a hacer una pequeña aclaración que, en muchos casos, suele prestar a confusión. La implicación suele estar dada en el lenguaje natural por palabras similares a las que usamos como indicadores de conclusión, sobre todo con el indicador más común "entonces" .

Para comprender mejor esta situación veamos un razonamiento de ejemplo:

"Si la Tierra es plana entonces nos caeremos por el borde. Si la Tierra es redonda entonces no nos caeremos por el borde. La Tierra es redonda o plana. La Tierra no es plana. Por lo tanto, no nos caeremos por el borde."

¿Cuál es la conclusión en este ejemplo?
Recordemos que todo razonamiento tiene una y sólo una conclusión, y por consecuencia, sólo puede haber un indicador de conclusión. En este caso el indicador es **"Por lo tanto"** , de manera que la conclusión es "no nos caeremos por el borde". El problema se puede dar en confundir los indicadores de conclusión, con los indicadores de implicación.

Implicación dentro de un razonamiento - ¡A no confundir!

Como ya hemos mencionado, esta nueva conectiva nos va a permitir construir razonamientos más interesantes, como ser el ejemplo anterior.
Veamos como queda, al traducir sus indicadores por las conectivas correspondientes, y con la estructura adecuada:

La Tierra es plana $\rightarrow$ Nos caeremos por el borde
La Tierra es redonda $\rightarrow \neg$ Nos caeremos por el borde
La Tierra es redonda $\vee$ La Tierra es plana
$\neg$ La Tierra es plana

$\neg$ Nos caeremos por el borde

Como vemos sigue habiendo sólo una conclusión, pero hay condiciones dentro de las premisas, cuyas conectivas son la implicación.

Implicación vs razonamiento - Resumiendo

A modo de aclaraciones importantes sobre la implicación y el razonamiento, les dejamos algunas "máximas":

1) Un razonamiento no es una implicación, sólo tiene una forma similar. Pero una cosa es una proposición compuesta con una conectiva de implicación, y otra es un razonamiento. Son 2 conceptos bien diferentes.

2) De haber una implicación, no siempre el razonamiento comienza con ésta.

3) Si bien comparten el indicador "Entonces", esta palabra se comporta como indicador de conclusión si se trata de un razonamiento, y como consecuente de una implicación, si se trata de una proposición condicional (conectiva de implicación). Para diferenciar cada situación, será necesario aprender bien la definición de cada concepto y la diferencia entre ambos.

Distintos pero iguales

Para finalizar con los conceptos de lógica proposicional, vamos a introducirnos en el último tema, retomando un pendiente.
¿Recuerdan cuando mencionamos que "$p \rightarrow q$" no es igual que "$q \rightarrow p$"?

Bueno, es muy común caer en la tentación, o en la distracción de intercambiar los términos, pero al igual que en matemáticas (recordemos que la lógica se desprende de esta ciencia) no es trivial este intercambio. Es decir, no siempre una expresión "es igual" a otra, ya que depende del operador lógico (o matemático) que involucra.
Por otra parte, muchas veces sucede que hacemos abuso del lenguaje, igualando expresiones que, intuitivamente creemos que expresan lo mismo, pero que realmente no lo hacen.

Distintos pero iguales - Ejemplo

A ver, analicemos las siguientes expresiones:

- La Tierra gira alrededor del Sol y sobre su eje
- La Tierra gira sobre su eje y alrededor del Sol

¿Será cierto que estas dos oraciones significan lo mismo, más allá del orden de sus palabras?. ¿Cómo podemos estar seguros?

Como ya se habrán dando cuenta, nuestra disciplina resuelve estas situaciones de manera empírica, dejando las preguntas filosóficas para otro momento, o para otras disciplinas.

Equivalencia lógica

Para responder esta pregunta introducimos un nuevo concepto:

Equivalencia lógica

Decimos que dos oraciones son **lógicamente equivalentes** si para toda valuación posible tiene exactamente el mismo valor de verdad en ambas oraciones.

Dicho de otra manera, si al generar las fórmulas de dichas oraciones tienen la misma tabla de verdad, entonces son equivalentes.
Recordemos lo que mencionamos previamente que **equivalentes no significa iguales** . Las oraciones pueden ser distintas, pero en términos lógicos expresar lo mismo. Por tal motivo es que no podemos usar el signo de igualdad ("="), pues no es cierto que sean iguales.
El beneficio es que si sabemos que dos oraciones son lógicamente equivalentes, podemos elegir cualquiera, es indistinto usar una o la otra.

Doble implicación

Una vez más la lógica, al servicio de las prácticas empíricas, nos provee una nueva herramienta.
Para aplicar este concepto, contamos con la conectiva: **doble implicación** o también llamada **bicondicional** .

Su nombre representa una implicación aplicada en ambos sentidos, es decir, que el antecedente implica al consecuente, y el consecuente implica al antecedente.

El símbolo que vamos a utilizar para representar esta conectiva es $\leftrightarrow$ (una flecha doble) y se suele leer como **"sí y solo sí"**, es decir que esta expresión es su **indicador de conectiva.**

Doble implicación - Tabla de verdad

Dadas dos proposiciones cualesquiera p y q, decimos que "p vale sí y sólo sí vale q" , o "p equivale (lógicamente) a q", escribiendo: $p \leftrightarrow q$.

La doble implicación tiene la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Como vemos, la doble implicación sólo da **VERDADERO** cuando ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad.

Entonces, retomando la definición de doble implicación y conociendo su taba de verdad, podremos demostrar que dos proposiciones son equivalentes aplicando la conectiva entre ambas.

De esta manera, la comparación que solemos hacer de manera intuitiva, queda demostrada al obtener una **tautología** .

Doble implicación - Ejemplos

La mejor forma de entenderlo es con algunos ejemplos.
Las siguientes son oraciones que representan equivalencias:

- Utilizaré limones para el bizcochuelo sí y sólo sí no hay naranjas en la verdulería.
- La Tierra es redonda sí y sólo sí podemos darle la vuelta sin caernos.
- Sí y sólo sí existe vida inteligente en otros planetas, sufriremos una invasión extraterrestre.
- Te vas a lastimar sí y sólo sí te caes

Doble implicación - Ejemplo

Tomemos el último ejemplo: "Te vas a lastimar sí y sólo sí te caes".
Formalicemos para su traducción:

Diccionario:

- $p =$ Vos te vas a lastimar
- $q =$ Vos te caes

Traducción/fórmula: $p \leftrightarrow q$

Esto podemos verlo como una doble afirmación. Te afirmo que si te caes, te vas a lastimar, y también te afirmo que si te lastimaste es porque te caíste.
El bicondicional (la implicación doble) es una doble flecha porque incluye dos condicionales, uno para cada lado, esto es:

$$(p \leftrightarrow q) \text{ es equivalente a decir } ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$$

Doble implicación - Ejemplo más completo

Retomemos el ejemplo inicial, para saber si efectivamente ambas expresiones son equivalentes, para ello nos planteamos la pregunta:

¿Es cierto que la expresión "La Tierra gira alrededor del Sol y sobre su eje", significa lo mismo que (o es equivalente a) "La Tierra gira sobre su eje y alrededor del Sol"?

Como ya sabemos, para responder a esta pregunta debemos armar la tabla de verdad con dicha equivalencia y analizar su contenido:

Para ello debemos formalizar:

Diccionario:

p = La Tierra gira alrededor del Sol

q = La Tierra gira sobre su eje

Fórmula: $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$

Doble implicación - Ejemplo más completo

Veamos su tabla de verdad:

¡Importante!: recordar agregar en columnas separadas los términos intermedios.

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$	$(p \wedge p) \leftrightarrow (q \wedge p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

Queda demostrado que ambas expresiones son equivalentes, dado que la tabla de verdad arroja una tautología.

A continuación les dejamos unos ítems que resumen todo lo visto sobre el lenguaje de lógica proposicional.

Conectivas - Resumen general

Conectivas lógicas y sus tablas de verdad:

Conjunción

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disyunción

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Disyunción exclusiva

p	q	$p \underline{\vee} q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Implicación

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Negación

p	$\neg p$
V	F
F	V

Doble implicación

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Resumen general de lógica proposicional

Dado que hemos recibido muuucha información hagamos un punteo muy general sobre este tema:

- La lógica proposicional es la rama que estudia **las proposiciones** y sus relaciones
- Contamos con **proposiciones atómicas y compuestas**
- Necesitamos de **conectivas** para unir proposiciones
- Necesitamos del **lenguaje de la lógica proposicional** para formalizar

Resumen general de lógica proposicional - Continuación

- Contamos con **razonamientos** que relacionan proposiciones
- Sólo nos focalizamos en **razonamientos deductivos**
- Los razonamientos tienen 2 partes: **premisas y una conclusión**
- Nos interesa conocer la **validez de un razonamiento**
- La **implicación** enriquece los razonamientos. Pero son conceptos distintos
- Dos expresiones pueden ser **equivalentes,** y por ende su fórmula
- Utilizamos el **análisis mediante tabla de verdad** para hacer demostraciones, como la validez de un razonamiento o la equivalencia entre expresiones.

Esto es todo amigues...

Bueno, finalmente, hemos concluído uno de los temas más importantes de la lógica. Llegamos al final del material de lógica proposicional.

Ahora continuaremos, con un tema aún más interesante: ¡Lógica de predicados!.

¡A estudiar con todo, realizar consultas, y ejercitar mucho!
Tienen material de sobra para comprender los conocimientos, pero sin la práctica continua no hay aprendizaje ;).

Lógica

Lógica Proposicional

Elementos de Programación y Lógica

Unidad 1 - Clase 3