

2019 Práctica 1: Repaso

(Adaptada originalmente de las prácticas del Dr H. San Martín)

Profesora: Cecilia Jarne

- Consideremos la función lineal dada por $y = \frac{2}{3}x + 2$.
 - ¿Es cierto que el punto $(3, 6)$ pertenece a la recta? ¿Por qué?
 - Hallar dos puntos que pertenezcan a la recta.
 - Graficar la función.
 - ¿Cuánto valen la pendiente y la ordenada al origen? ¿Qué relación existe entre estos valores y el gráfico de la función?
 - Determinar las ecuaciones de una recta paralela y de una recta perpendicular a la recta obtenida por la función dada. ¿Son las únicas posibles?
- Hallar la ecuación de una recta que pase por los puntos $(-1, 6)$ y $(1, -4)$. ¿Es la única posible?
- Hallar la ecuación de una recta cuya pendiente valga -1 y tal que pase por el punto $(3, 2)$. ¿Es la única posible?
- En una jaula en donde hay conejos y palomas se totalizan 35 cabezas y 94 patas. ¿Cuántos animales de cada clase hay?
- Determinar la ecuación del eje de simetría, las coordenadas del vértice y las raíces reales (si existen) de las siguientes funciones cuadráticas (también representarlas gráficamente):
 - $y = x^2 - 9$
 - $y = (x - 1)^2 - 25$
 - $y = (x - 3)(x - 5)$
 - $y = 3(x + 1)^2 + 2$
 - $y = x^2 + 1$
 - $y = x^2 + 3x - 4$
- Proponer la fórmula de una función cuadrática cuyos ceros sean $x = 2$ y $x = -1$. La fórmula dada, ¿Es la única posible?
- Hallar analíticamente los puntos en común entre las gráficas de las funciones $y = x^2$ e $y = 2x - 1$. Graficar.
- Graficar la función $f(x) = x^3$. Utilizando el gráfico de f , graficar las funciones $f_1(x) = -f(x)$, $f_2(x) = f(x) + 1$, $f_3(x) = f(x + 1)$ y $f_4(x) = f(x - 1)$. ¿Qué conclusión se puede obtener?
- Resolver (de ser posible) las siguientes ecuaciones:
 - $3x + 4 = 5x - 2$
 - $x^2 = x$
 - $x^2 - 2 = 0$
 - $x^2 + 2 = 0$
 - $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1}{x+1}$
 - $x^3 = 3x + 2$
- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = |x|$, en donde

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

La expresión $|x|$ se lee como *valor absoluto de x* (o *módulo de x*). Graficar.
- Graficar las siguientes funciones:
 - $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$
 - $g(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$
 - $h(x) = |-2x + 4|$.
- Determinar el dominio más amplio de las siguientes funciones, y graficar los casos (c), (d) y (e):
 - $\sqrt{3x - 2}$
 - $\frac{1}{\sqrt{2 - 3x}}$
 - $\frac{1}{x}$
 - $\frac{1}{x - 3}$
 - $\frac{1}{x^2}$
 - $\sqrt{x^2 - 2x + 2}$
- Sea f una función. Diremos que f es una *función par* si $f(x) = f(-x)$ para todo x del dominio, y que es una *función impar* si $f(-x) = -f(x)$ para todo x del dominio.
 - Probar que $f(x) = x^2$ es una función par y que $g(x) = x^3$ es una función impar. Interpretar gráficamente estas propiedades.
 - ¿Es cierto que la función $f(x) = x + 1$ no es par ni impar? ¿Por qué?

14. Expresar en radianes un ángulo de 30° , 45° y de 60° , respectivamente. Luego expresar en grados sexagesimales un ángulo de 2 radianes, de $3/2$ radianes y de π radianes.
15. Indicar el dominio, la imagen y graficar las funciones $y = \sin(x)$, $y = \cos(x)$ e $y = \tan(x)$.
16. Graficar en un mismo sistema de ejes coordenados las funciones $\sin(x)$ y $\sin(2x)$, y en otro las funciones $\sin(x)$ y $2\sin(x)$. Determinar la imagen de cada una de estas funciones.
17. Decidir si cada una de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.
 - (a) La ecuación $\sin(x) = 2$ no tiene solución.
 - (b) La función $y = \sin(x)$ tiene infinitas raíces.
 - (c) Si $x = \frac{\pi}{6}$ entonces $\sin(x) = \frac{1}{2}$.
 - (d) Si $\sin(x) = \frac{1}{2}$ entonces $x = \frac{\pi}{6}$.
 - (e) La función $\sin(x)$ es par y la función $\cos(x)$ es impar.
 - (f) Para cada número real x se cumple que $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$.
 - (g) $\sin(\frac{\pi}{6}) = \cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$, $\sin(\frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ y $\sin(\frac{\pi}{3}) = \cos(\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
18. Calcular de manera exacta (y sin uso de la calculadora) el seno y el coseno de 75° y de 15° respectivamente.

Sugerencia: recordemos las fórmulas $\sin(x+y) = \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y)$ y $\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$. Utilizar las mismas aplicadas a ángulos cuyos seno y coseno resulten valores conocidos. Para ello conviene notar que $75^\circ = 30^\circ + 45^\circ$ y $15^\circ = 60^\circ - 45^\circ = 60^\circ + (-45^\circ)$.