

Práctica 2:

Parametrización- Función vectorial - Cinemática -Longitud de Curvas

Profesor: Cecilia Jarne (adaptada a partir de la práctica de Marcos Sirchia)

- Para las siguientes curvas:
 - Hallar una ecuación paramétrica de cada curva, indicar el intervalo paramétrico y graficarlas.
 - Parametrizar las curvas cambiando la orientación indicada en el enunciado e indicar el nuevo intervalo paramétrico.
 - $C_1 : y = 5x + 3$ desde A(0,3) a B(2,13)
 - $C_2 : 4x^2 + 25y^2 = 100$
 - $C_3 : (x - 4)^2 + (y + 4)^2 = 32$
- Si C_{2*} es el trozo de la curva C_2 desde (5,0) a (0,-2) en sentido horario y C_{3*} es el trozo de C_3 contenido en el primer cuadrante y recorrido en sentido antihorario, parametrizar ambas curvas e indicar el intervalo paramétrico en cada caso. Representarlas gráficamente.
- Representar gráficamente las siguientes curvas e identificar las superficies que intervienen. Ayuda: Repasar las superficies de R^3 más conocidas y armar un esquema con ecuación y nombre.
 - Hallar la proyección de cada curva sobre los planos coordenados.

$$C_1 : \begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ z = 2x \end{cases} \quad (1)$$

$$C_5 : \begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ z = 4y \end{cases} \quad (5)$$

$$C_2 : \begin{cases} y = x^2 \\ y + z = 4 \end{cases} \quad (2)$$

$$C_6 : \begin{cases} z = \sqrt{x^2 + y^2} \\ x^2 + y^2 + z^2 = 8 \end{cases} \quad (6)$$

$$C_3 : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 8 \\ y = x \end{cases} \quad (3)$$

$$C_4 : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ y = 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$C_7 : \begin{cases} z = 4 - x^2 - y^2 \\ y = x \end{cases} \quad (7)$$

- Encontrar una ecuación paramétrica y paramétrica vectorial de las curvas del ejercicio anterior e indicar el intervalo paramétrico teniendo en cuenta el trozo que se indica a continuación. Luego parametrizarla cambiando la orientación.
 - C_1 desde (0, 2, 0) a (4/3, 0, 8/3)
 - C_5 desde (0, 4, 16) a (0, 0, 0) de modo que (3, 1, 4) pertenezca a la curva.
- Las siguientes funciones vectoriales representan la posición de una partícula en el tiempo t :

$$\vec{r}_1(t) = \cos(\pi t)\hat{\mathbf{i}} + \sin(\pi t)\hat{\mathbf{j}} + 2\sin(\pi t)\hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{r}_2(t) = e^t\hat{\mathbf{i}} + \ln(t)\hat{\mathbf{j}} + t^2\hat{\mathbf{k}}$$

- Hallar la posición de las partículas en el tiempo $t = 1$ y $t = 2$.
- Hallar el dominio más amplio de cada componente y el dominio de cada función vectorial.
- Averiguar si las partículas pasan en algún instante por los puntos $A(-1, 0, 0)$, $B(0, 1, 2)$, $C(e, 0, 1)$, $D(e, -\ln(2), 1/4)$ y en caso afirmativo indicar en qué instante pasan por ellos.
- Calcular $|\vec{r}_1(t)|$, $t^2\vec{r}_2(t)$, $3\vec{r}_2(t) - 2\vec{r}_1(t)$, $\vec{r}_1(t) \cdot \vec{r}_2(t)$, $\vec{r}_1(t) \times \vec{r}_2(t)$ e indicar si son funciones escalares o vectoriales.
- Expresar las dos curvas dadas como intersección de dos superficies.

6. Encontrar una ecuación cartesiana de las siguientes curvas:

$$C_1 : \vec{r}_1(t) = (2t, t^2-3)$$

$$C_2 : \vec{r}_2(t) = (t \sin(t), t \cos(t), t)$$

7. Calcular la longitud del trozo de curvas que se indica:

$$r(t) = (\sin(2t), 2 \sin(t^2)) \text{ , desde } (0, 2) \text{ a } (1, 1) \text{ en sentido horario}$$

8. Calcular los vectores tangente, normal y binormal en los puntos indicados:

$$\text{a) } \vec{r}(t) = (2t, t^2) \text{ en } (2, 1) \text{ b) } \vec{r}(t) = (3t, 1 - 2t, t) \text{ en } (-3, 3, -1)$$

9. Una partícula parte en $t = 0$ del punto $(1, 2, 3)$ con velocidad 2 y viaja en línea recta hacia el punto $(4, 1, 4)$ con aceleración constante $3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$. Hallar su posición en el tiempo t .