

Integrador

19 de diciembre de 2017

1. Considerar el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + 2z = 5 \\ 2x + 2y + 2z = 6 \end{cases}$$

- Resolver con el método de Gauss.
 - Escribir el sistema en la forma matricial $AX = B$.
 - Determinar si A tiene inversa utilizando el determinante, y en caso de que la tenga, calcular la inversa.
 - Si en el punto anterior se determinó que A tiene inversa, calcular nuevamente el resultado, con ayuda de la inversa, si en cambio se determinó que no tiene inversa, calcular el rango de $A \mid B$ y de A y determinar si el sistema tiene solución.
2. Demostrar que si $x \equiv y \pmod{2}$, entonces o bien x e y son pares, o bien x e y son impares.
3. Se lanza un dado 5 veces. Calcular la probabilidad de obtener al menos cuatro 6 en esos 5 lanzamientos.
4. Considerar las siguientes estructuras:
- (\mathbb{B}, \wedge) , con $\mathbb{B} = \{\mathbf{V}, \mathbf{F}\}$ y \wedge la operación booleana AND.
 - (\mathbb{R}^*, \times) donde $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Y la siguiente función $f : (\mathbb{B}, \wedge) \rightarrow (\mathbb{R}^*, \times)$ definida por:

$$f(b) = \begin{cases} 0 & \text{si } b = \mathbf{F} \\ 1 & \text{si } b = \mathbf{V} \end{cases}$$

- Demostrar que (\mathbb{B}, \wedge) es un monoide y (\mathbb{R}^*, \times) es un grupo.
 - Demostrar que f es un homomorfismo de monoides (es decir: una función que conserva la operación binaria interna, entre dos monoides).
 - Determinar $\text{Im}(f)$ y $\text{ker}(f)$.
 - Determinar si f es un monomorfismo de monoides, epimorfismo y/o isomorfismo.
5. Sea \mathcal{M}_2 el conjunto de matrices cuadradas invertibles de tamaño 2×2 a coeficientes reales, y se consideran la suma de matrices y el producto por escalar usuales.

Dadas las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

- Determinar si $S = \{A, B, C\}$ es LI.
- Dar la dimensión de $\langle S \rangle$.
- Si la dimensión de $\langle S \rangle$ es n , elegir n matrices de S y completar el sistema con otras matrices para obtener una base de \mathcal{M}_2 .
- Dar una base de $\langle S \rangle$ y dar las coordenadas de A en dicha base.